

ТЕПЛОВОЙ РАСЧЕТ РЕЗЕРВНОГО ИСТОЧНИКА ТОКА

Д. И. Максимов¹, Ю. А. Стекольников², С. В. Гришин²

*Кафедра прикладной математики и информатики (1),
кафедра химии и биологии (2), ФГБОУ ВПО «Елецкий государственный
университет им. И. А. Бунина», г. Елец; timonpr@mail.ru*

Ключевые слова: краевая задача теплопроводности; математическое моделирование; метод конечных разностей; тепловой резервный источник тока.

Аннотация: Предложены математическая и компьютерная модели расчета тепловой защиты резервных тепловых источников тока, основанные на решении краевой задачи теплопроводности конечно-разностным методом. Показано, что максимально допустимая температура корпуса (85 °С), согласно техническому заданию, не достигается при времени работы порядка 50 с. Реализация предложенной математической модели на языке программирования С# позволяет произвести расчет теплового поля в любой момент времени работы источника тока, исходя из теплофизических характеристик используемых материалов, и добиться хорошего соответствия с результатом производственных испытаний.

Введение

Тепловые источники используются в качестве автономных резервных источников тока (РИТ) для питания средств военной техники, гидроакустических систем, различных электротехнических и радиотехнических устройств связи, систем пожаротушения, аварийно-спасательного оборудования. Перечисленные РИТ характеризуются высокой удельной емкостью, длительным сроком хранения без саморазряда (до 25 лет) и устойчивостью к высоким и низким температурам [1]. На этапе конструирования большое значение имеет подбор оптимальной тепловой защиты электрохимической батареи, которую можно оптимизировать с помощью вычислительных экспериментов.

Цель работы состояла в разработке математической и программной моделей, позволяющих проводить анализ температурного поля РИТ.

Постановка и численное решение задачи теплопроводности

Резервные тепловые химические источники тока представляют собой многослойные цилиндрические тела различных размеров, защищенные теплоизоляцией и корпусом. Каждый слой является электрохимическим элементом, состоящим из анода, электролита, катода и пиротехнической таблетки.

В качестве рассматриваемого выбран источник, имеющий высоту 100 и радиус 28 мм, теплоизоляционные материалы на крышке с контактами: асбест

и текстолит. За температуры элементов РИТ в начальный момент времени и температуру окружающей среды выбрано значение 20 °С, а за температуру пиротехнических таблеток – 1800 °С. На внешних границах РИТ происходит теплообмен с окружающей средой.

Поскольку цилиндрическое тело имеет осевую симметрию, то вместо трехмерной задачи теплопереноса в цилиндрических координатах можно рассматривать двумерную задачу [2, 3], для которой $\varphi = \text{const}$, $r \in [0, R]$, $z \in [0, H]$.

$$c(r, z)\rho(r, z)\frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t} = \lambda(r, z)\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T(r, z, t)}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 T(r, z, t)}{\partial z^2}\right]; \quad (1)$$

$$T(r, z, 0) = T_0(r, z); \quad (2)$$

$$r = 0: \quad \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial r} = 0; \quad (3)$$

$$r = R: \quad -\lambda(r, z)\frac{\partial T(r, z, t)}{\partial r} = \kappa_{\text{right}}(T(r, z, t) - T_{\text{right}});$$

$$z = 0: \quad \lambda(r, z)\frac{\partial T(r, z, t)}{\partial z} = \kappa_{\text{down}}(T(r, z, t) - T_{\text{down}}); \quad (4)$$

$$z = H: \quad -\lambda(r, z)\frac{\partial T(r, z, t)}{\partial z} = \kappa_{\text{up}}(T(r, z, t) - T_{\text{up}});$$

$$r = \tilde{r}: \quad \begin{cases} \tilde{T} = \hat{T}; \\ -\tilde{\lambda}\frac{\partial \tilde{T}}{\partial r} = -\hat{\lambda}\frac{\partial \hat{T}}{\partial r}; \end{cases} \quad (5)$$

$$z = \tilde{z}: \quad \begin{cases} \tilde{T} = \hat{T}; \\ -\tilde{\lambda}\frac{\partial \tilde{T}}{\partial z} = -\hat{\lambda}\frac{\partial \hat{T}}{\partial z}; \end{cases} \quad (6)$$

где $T(r, z, t)$ – температура тела в точке с координатами r и z в момент времени t , °С; $c(r, z)$ – удельная теплоемкость, Дж/(г·°С); $\rho(r, z)$ – плотность, г/см³; $\lambda(r, z)$ – коэффициент теплопроводности, Вт/(см·°С); $T_0(r, z)$ – начальная температура, °С; $\kappa_{\text{right}}, \kappa_{\text{down}}, \kappa_{\text{up}}$ – коэффициенты теплоотдачи для радиальной, нижней и верхней границ соответственно, Вт/(см²·°С); $T_{\text{right}}, T_{\text{down}}, T_{\text{up}}$ – температуры окружающей среды для радиальной, нижней и верхней границ соответственно, °С; \tilde{r}, \tilde{z} – точки перехода из одной среды в другую; $\tilde{T}, \hat{T}, \tilde{\lambda}, \hat{\lambda}$ – температуры и коэффициенты теплопроводности граничащих сред.

Для решения сформулированной задачи (1) – (6) воспользуемся численным методом конечных разностей на равномерной сетке [4]. Дискретизацию уравнения теплопроводности (1) проведем на основе локально-одномерной схемы [5], а краевые условия (3) – (6) аппроксимируем путем разложения функции $T(r, z, t)$ в ряд Тейлора до членов второго порядка.

$$c_{i,j}\rho_{i,j}\frac{T_{i,j}^{n+1/2} - T_{i,j}^n}{\tau} = \frac{\lambda_{i,j}}{r_i}\left[\frac{r_{i+1/2}T_{i+1,j}^{n+1/2} - (r_{i-1/2} + r_{i+1/2})T_{i,j}^{n+1/2} + r_{i-1/2}T_{i-1,j}^{n+1/2}}{h_r^2}\right]; \quad (7)$$

$$c_{i,j} \rho_{i,j} \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n+1/2}}{\tau} = \lambda_{i,j} \left[\frac{T_{i,j+1}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j-1}^{n+1}}{h_z^2} \right]; \quad (8)$$

$$r = 0: \quad \frac{T_{1,j}^{n+1/2} - T_{0,j}^{n+1/2}}{h_r} - \frac{h_r}{2a_{0,j}} \frac{T_{0,j}^{n+1/2} - T_{0,j}^n}{\tau} = 0;$$

$$r = R: \quad -\lambda_{N_r,j} \left(\frac{T_{N_r,j}^{n+1/2} - T_{N_r-1,j}^{n+1/2}}{h_r} - \frac{h_r}{2a_{N_r,j}} \frac{T_{N_r,j}^{n+1/2} - T_{N_r,j}^n}{\tau} \right) = \kappa_{\text{right}} (T_{N_r,j}^{n+1/2} - T_{\text{right}}); \quad (9)$$

$$z = 0: \quad \lambda_{i,0} \left(\frac{T_{i,1}^{n+1} - T_{i,0}^{n+1}}{h_z} - \frac{h_z}{2a_{i,0}} \frac{T_{i,0}^{n+1} - T_{i,0}^{n+1/2}}{\tau} \right) = \kappa_{\text{down}} (T_{i,0}^{n+1} - T_{\text{down}}); \quad (10)$$

$$z = H: \quad -\lambda_{i,N_z} \left(\frac{T_{i,N_z}^{n+1} - T_{i,N_z-1}^{n+1}}{h_z} - \frac{h_z}{2a_{i,N_z}} \frac{T_{i,N_z}^{n+1} - T_{i,N_z}^{n+1/2}}{\tau} \right) = \kappa_{\text{up}} (T_{i,N_z}^{n+1} - T_{\text{up}});$$

$$r = \tilde{r}: \quad -\lambda_{i-1,j} \left(\frac{T_{i,j}^{n+1/2} - T_{i-1,j}^{n+1/2}}{h_r} - \frac{h_r}{2a_{i-1,j}} \frac{T_{i,j}^{n+1/2} - T_{i,j}^n}{\tau} \right) =$$

$$= -\lambda_{i+1,j} \left(\frac{T_{i+1,j}^{n+1/2} - T_{i,j}^{n+1/2}}{h_r} - \frac{h_r}{2a_{i+1,j}} \frac{T_{i,j}^{n+1/2} - T_{i,j}^n}{\tau} \right); \quad (11)$$

$$z = \tilde{z}: \quad -\lambda_{i,j-1} \left(\frac{T_{i,j}^{n+1/2} - T_{i,j-1}^{n+1/2}}{h_z} - \frac{h_z}{2a_{i,j-1}} \frac{T_{i,j}^{n+1/2} - T_{i,j}^n}{\tau} \right) =$$

$$= -\lambda_{i,j+1} \left(\frac{T_{i,j+1}^{n+1/2} - T_{i,j}^{n+1/2}}{h_z} - \frac{h_z}{2a_{i,j+1}} \frac{T_{i,j}^{n+1/2} - T_{i,j}^n}{\tau} \right); \quad (12)$$

где i, j – координаты текущего узла сетки ($i = \overline{0, N_r}, j = \overline{0, N_z}$); n – текущий момент времени ($n = \overline{0, N_t}$); h_r, h_z, τ – шаги по r, z и времени соответственно

($r_i = ih_r, z_j = jh_z, t_n = n\tau$); $a_{i,j} = \frac{\lambda_{i,j}}{c_{i,j} \rho_{i,j}}$ – коэффициент теплопроводности;

$r_{i-1/2} = \frac{r_{i-1} + r_i}{2}, r_{i+1/2} = \frac{r_i + r_{i+1}}{2}$.

Для решения полученной системы уравнений (7) – (12) и нахождения температурного поля используем метод прогонки [3].

Программная реализация математической модели

Данная математическая модель реализована в виде программы на языке программирования C#. Алгоритм работы программы состоит из нескольких этапов.



Рис. 1. Шаблон схемы источника тока

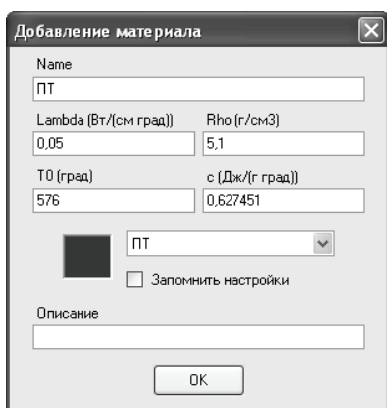


Рис. 2. Выбор материала

На первом этапе строится графический шаблон схемы используемых в источнике тока материалов на основании геометрических размеров и шага разбиения области (рис. 1).

На втором этапе полученная схема заполняется материалами, имеющими теплофизические характеристики и начальную температуру. Каждый материал имеет свой цвет для однозначной идентификации (рис. 2).

На этапе заполнения материалом параллельно с графическим отображением данные об используемых материалах заносятся в список, а их координаты сохраняются в массив. Полученная схема (рис. 3) будет в дальнейшем использована для расчета температурного поля.

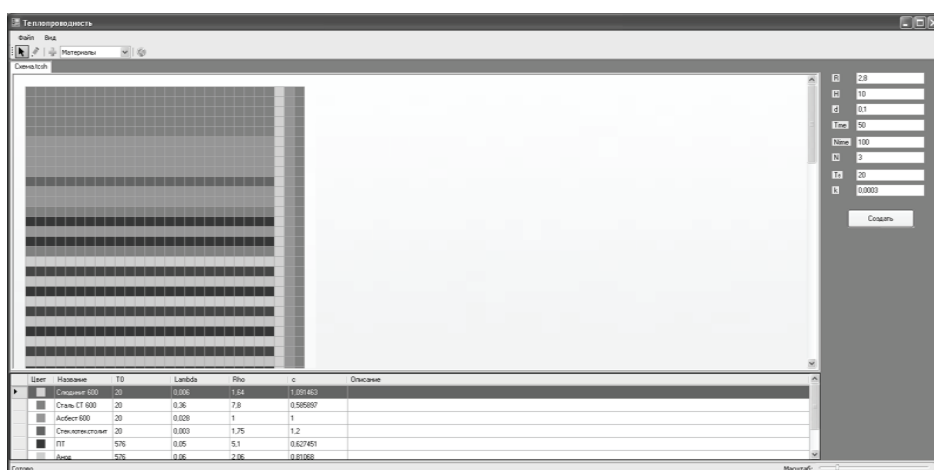


Рис. 3. Схема материалов источника тока

На третьем этапе происходит расчет поля температур в определенный момент времени с использованием характеристик окружающей среды и коэффициентов разбиения ячейки схемы и времени.

В массив температур вначале заносятся начальные температуры материалов. Далее в цикле рассчитываются температуры на каждый временной такт до достижения необходимого времени, причем на каждом такте расчет проводится дважды: по радиусу и высоте (рис. 4).

На основании полученных температур строится график распределения (рис. 5).

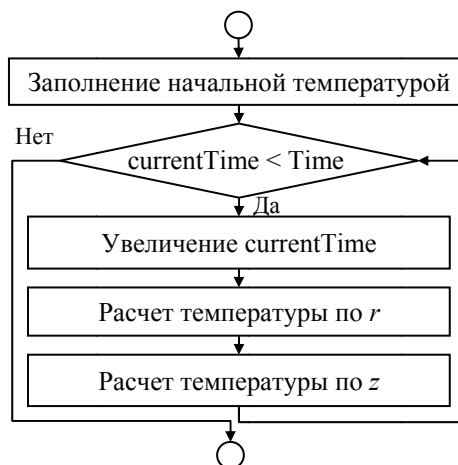


Рис. 4. Алгоритм расчета температурного поля

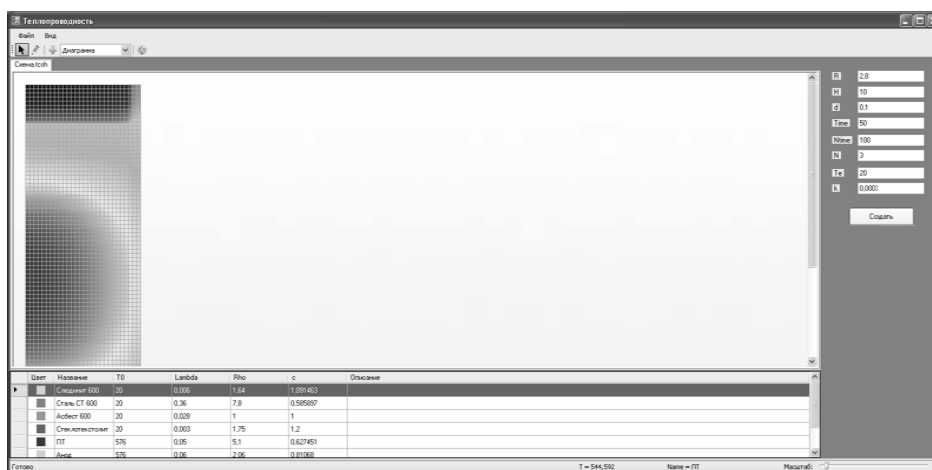


Рис. 5. График распределения температур внутри источника тока

Программа при необходимости позволяет сохранять полученный график и массив температур в файл.

Расчет температур электролита

При помощи разработанной программы проведен расчет изменения температур электролита для батареи БТ-25 (Ø 56 × 100) с использованием различных теплоизоляционных материалов.

Параметры некоторых теплоизоляционных материалов представлены в таблице.

Параметры теплоизоляционных материалов

Материал	Коэффициент теплопроводности, Вт/(см · °С)	Удельная теплоемкость, Дж/(г · °С)	Плотность, г/см ³
Асбест	0,0028	1,000000	1,00
Картон-Н	0,0016	1,280000	0,35
АТМ-17	0,0011	0,833333	0,60

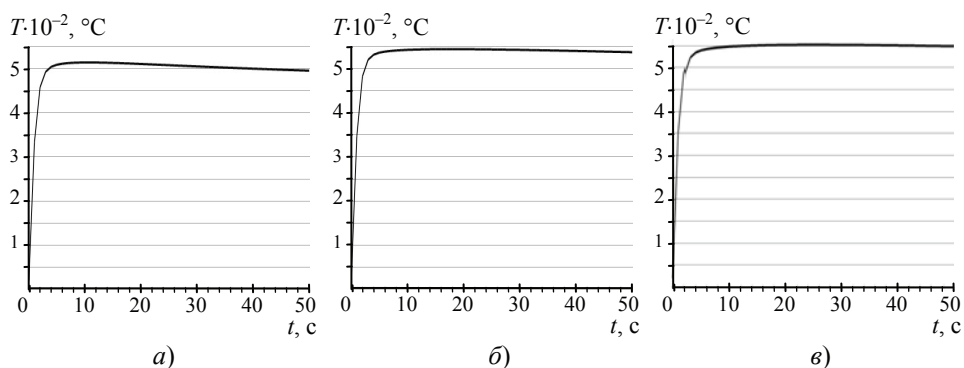


Рис. 6. Графики изменения температур T при использовании различной теплоизоляции:
a – Асбест; *б* – Картон-Н; *в* – АТМ-17

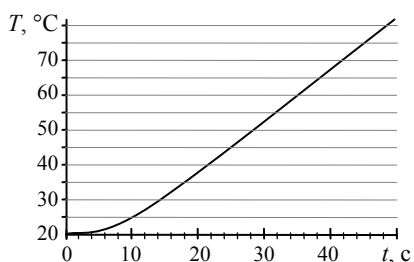


Рис. 7. Зависимость изменения температуры на корпусе от времени работы РИТ

На основании полученных данных построены графики изменения температур электролита на границе с изоляцией (рис. 6) для различных теплоизоляционных материалов. Предложенная модель позволяет проводить их выбор для обеспечения оптимальных характеристик конкретных РИТ при проектировании.

Выводы

Все большее распространение получают модели теплопереноса для моделирования процессов, протекающих в технических изделиях [6, 7]. Данные модели позволяют проектировать конструкции изделий без большого количества натуральных испытаний, что позволяет экономить значительные материальные ресурсы.

Разработанная модель теплопереноса позволяет производить температурный анализ источников тока. На ее основании можно проводить подбор теплоизоляционных материалов, удовлетворяющих техническим требованиям конкретной конструкции.

В результате расчета был произведен анализ температур корпуса РИТ. Максимально допустимая температура корпуса не достигается при времени работы источника тока порядка 50 с, что удовлетворяет техническому заданию (рис. 7). При испытании макетных образцов получены результаты, согласующиеся с расчетными данными.

Список литературы

1. Химические источники тока : справочник / под ред. Н. В. Коровина и А. М. Скундина. – М. : Изд-во МЭИ, 2003. – 740 с.
2. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики : учеб. пособие / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – 6-е изд., испр. и доп. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1999. – 799 с.
3. Калиткин, Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. – М. : Наука, 1978. – 512 с.

4. Рашиков, В. И. Численные методы решения физических задач : учеб. пособие / В. И. Рашиков, А. С. Рoshаль. – СПб. : Лань, 2005. – 208 с.
5. Самарский, А. А. Теория разностных схем. – 3-е изд., испр. – М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 616 с.
6. Богомолов, В. Ю. Вопросы теплопереноса в электромембранных аппаратах плоскокамерного типа / В. Ю. Богомолов, С. И. Лазарев // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2013. – Т. 19, № 4. – С. 805 – 813.
7. Головашин, В. Л. Исследование кинетических коэффициентов электроультрафильтрационного разделения промышленных растворов биохимических производств / В. Л. Головашин, С. И. Лазарев, А. А. Лавренченко // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2014. – Т. 20, №1. – С. 86-94.

Thermal Calculation of Power Backup Source

D. I. Maksimov¹, Yu. A. Stekolnikov², S. V. Grishin²

*Department of Applied Mathematics and Computer Science (1),
Department of Chemistry and Biology (2), Bunin Yelets State University, Yelets;
timonpm@mail.ru*

Keywords: boundary value problem of heat conduction; mathematical modeling; method of finite differences; thermal power backup source.

Abstract: The paper presents the mathematical model and computer calculation of the thermal protection of thermal power backup sources, based on the solution of the boundary value problem of heat conduction by the finite difference method. It is shown, that the maximum allowable case temperature (85 °C), according to the technical task, is not achieved over the time of about 50 seconds. The implementation of the proposed mathematical model of the programming language C# enables to calculate the thermal field at any time of operation of the current source based on thermal characteristics of materials used, and to achieve a good compliance with the testing results.

References

1. Korovina N.V., Skundina A.M. (Eds.) *Khimicheskie istochniki toka* (Chemical power sources), Moscow: Izdatel'skii dom MEI, 2003, 740 p.
2. Tikhonov A.N., Samarsky A.A. *Uraveniya matematicheskoi fiziki* (Equations of mathematical physics), Moscow: MSU Publishing house, 1999, 799 p.
3. Kalitkin N.N. *Chislennyye metody* (Numerical methods), Moscow: Nauka, 1978, 512 p.
4. Raschikov V.I., Roshal V.I. *Chislennyye metody resheniya fizicheskikh zadach* (Numerical methods for solving physical problems), St. Petersburg: Lan, 2005, 208 p.
5. Samarsky A.A. *Teoriya raznostnykh skhem* (The theory of difference schemes), Moscow: Nauka, Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoi literatury, 1989, 616 p.
6. Bogomolov V. Yu., Lazarev S.I. *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2013, vol. 19, no. 4, pp. 805-813.
7. Golovashin V.L., Lazarev S.I., Lavrenchenko A.A. *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2013, vol. 19, no. 4, pp. 86-94.

Wärmeberechnung der Reservequelle des Stromes

Zusammenfassung: Es sind die mathematischen und Computermodelle der Berechnung des Wärmeschutzes der thermischen Reservequellen des Stromes, die auf der Lösung der Ortsaufgabe der Wärmeleitfähigkeit von der Enddifferenzmethode basiert sind, vorgeschlagen. Es ist gezeigt, dass die höchstzulässige Temperatur des Körpers (85 °C), laut der technischen Aufgabe, bei der Arbeitszeit etwa 50 Sek. nicht erreicht wird. Die Realisierung des angebotenen mathematischen Modells auf der Sprache des Programmierens C# erlaubt es, die Berechnung des thermischen Feldes zu jeder Zeit der Arbeitszeit der Quelle des Stromes ausgehend von der wärmephysikalischen Charakteristiken der verwendeten Materialien zu machen, und nach der guten Übereinstimmung mit dem Ergebnis der Produktionstests zu streben.

Calcul thermique la source de réserve du courant électrique

Résumé: Sont proposés les modèles mathématiques et informatiques du calcul de la protection thermique des sources de réserve thermique du courant électrique basés sur la solution de la Condition aux limites de la conductibilité thermique par une méthode finie différentielle. Est montré que la température admissible maximale de la case (85 °C), selon la tâche technique, n'est pas atteinte lors du temps de travail de 50 s. La réalisation du problème mathématique proposée en langue de programmation C# permet d'effectuer le calcul du champ thermique dans n'importe quel moment compte tenu des caractéristiques thermophysiques des matériaux utilisés et d'obtenir une bonne compliance avec les résultats des essais de production.

Авторы: *Максимов Дмитрий Игоревич* – ассистент кафедры прикладной математики и информатики; *Стекольников Юрий Александрович* – кандидат химических наук, профессор кафедры химии и биологии; *Гришин Сергей Викторович* – аспирант кафедры химии, ФГБОУ ВПО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина», г. Елец.

Рецензент: *Исаев Алексей Владимирович* – доктор технических наук, профессор кафедры радиоэлектроники, ФГБОУ ВПО «Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина», г. Елец.
