

## ОСОБЕННОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОМПОНЕНТОВ МЕТРИЧЕСКОГО ТЕНЗОРА МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОТОКОВ РАЗОМКНУТОГО И ЗАМКНУТОГО ТИПОВ В ЦИФРОВОМ КАНАЛЕ СВЯЗИ

А. С. Назаров<sup>1</sup>, И. И. Пасечников<sup>2</sup>, И. Т. Степаненко<sup>3</sup>

*Кафедра компьютерного и математического моделирования (1),  
кафедра общей физики (2), ФГБОУ ВПО «ТГУ им. Г. Р. Державина»;  
кафедра «Общетеоретические дисциплины», ФГБОУ ВПО «ТГТУ» (3);  
otd@tambov.ru*

**Ключевые слова:** ковариантная мера количества информации; метрический тензор; ортогональная тензорная модель; тензорный анализ сети.

**Аннотация:** Проведены исследования влияния потока внешней помехи на информационный поток нагруженного канала связи. Степень влияния определена компонентом метрического тензора – косинусом угла между контравариантными векторами, вычисленным на основе имитационного моделирования сегмента ортогональной модели телекоммуникационной сети. Определен вариант нахождения нормировочных коэффициентов для взаимодействующих потоков.

---

**Введение.** Важной особенностью тензорного анализа [1], как математического аппарата исследования окрестности точки, является использование основ тензорной методологии Г. Крона [2] в случае исследования нагруженной телекоммуникационной сети (ТКС). Более полной моделью анализа ТКС является тензорная ортогональная модель с подразделенными элементами и подсетями разомкнутого и замкнутого типов [3]. Определенные в ней замкнутые и разомкнутые цепи позволяют выявить их взаимные влияния и, при решении соответствующих уравнений поведения, – найти общее ее состояние, которое однозначно связано со значением кибернетической мощности информационной сети [3]. Важнейшим геометрическим объектом при этом является метрический тензор. В работах [3, 4] показано на основе каких частных производных и их совокупностей скалярного произведения определяются его компоненты. Вычисление значений косинусов – значений компонент метрического тензора – предусматривает подход использования отношений ко- и контравариантных величин количественной меры передаваемой информации, используемой во взаимодействующих цепях модели и проведение исследований на основе имитационного моделирования.

**Цель работы.** Найти значения компонент метрического тензора взаимосвязанных потоков разомкнутого и замкнутого типов в цифровом канале связи и выявить особенности их вычисления.

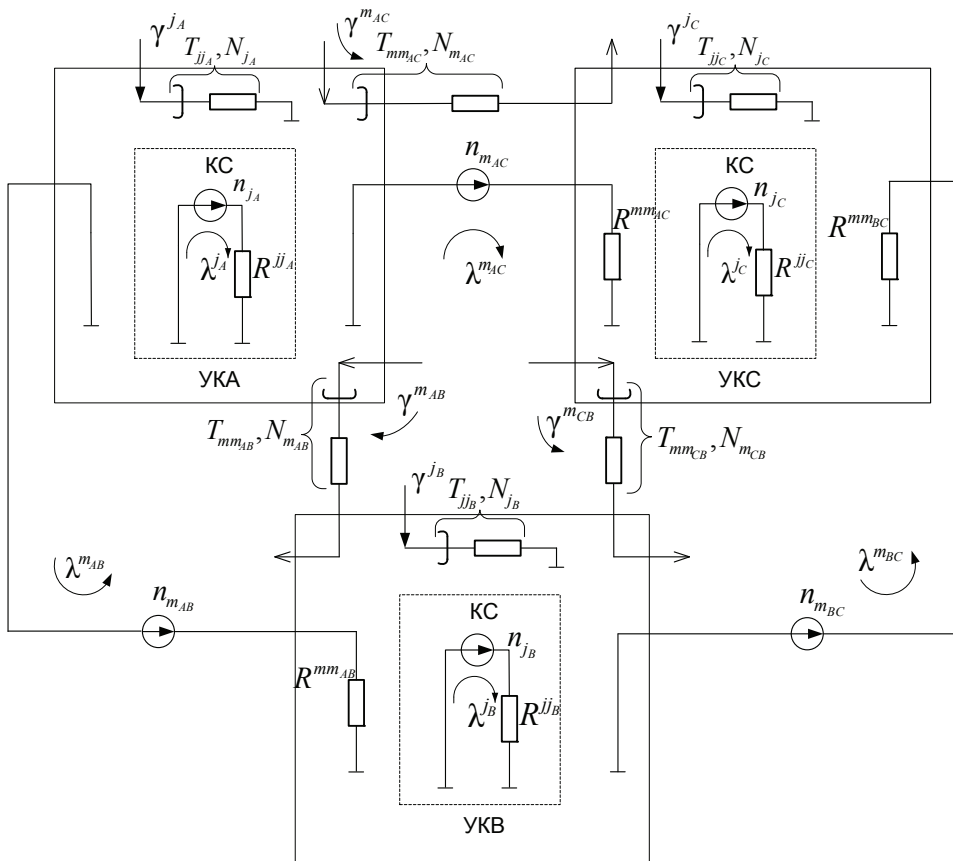
В условиях информационной нагрузки ТКС (нагруженная сеть), когда в цифровых каналах связи осуществляется непрерывная передача пакетов, а устройства

накопления (УН) имеют ненулевые значения очередей, сегмент сети их трех взаимодействующих узлов можно представить в виде его ортогональной подразделенной тензорной модели (рис. 1). Она представляется совокупностью разомкнутых и замкнутых цепей с соответствующими потоками, описываемыми ортогональным тензорным уравнением вида:

$$\begin{matrix} j \\ m \end{matrix} \begin{matrix} N_j + n_j \\ N_m + n_m \end{matrix} = \begin{matrix} j & m \\ m & m \end{matrix} \begin{matrix} T_{jj} & T_{jm} \\ T_{mj} & T_{mm} \end{matrix} \begin{matrix} j \\ m \end{matrix} \begin{matrix} \gamma^j + \lambda^j \\ \gamma^m + \lambda^m \end{matrix} \quad (1)$$

$$\begin{matrix} j \\ m \end{matrix} \begin{matrix} \gamma^j + \lambda^j \\ \gamma^m + \lambda^m \end{matrix} = \begin{matrix} j & m \\ m & m \end{matrix} \begin{matrix} R^{jj} & R^{jm} \\ R^{mj} & R^{mm} \end{matrix} \begin{matrix} j \\ m \end{matrix} \begin{matrix} N_j + n_j \\ N_m + n_m \end{matrix} \quad (2)$$

где  $N$  – накопление пакетов в буфере как результат внешнего воздействия;  $n$  – количество пакетов, постоянно передаваемых в замкнутой системе;  $T$  – временная задержка пакета в разомкнутой системе;  $R$  – быстродействие замкнутой системы. Индексы  $j$  и  $m$  соответствуют разомкнутым и замкнутым цепям в однонаправленных системах, приведенных в модели на рис. 1. Взаимодействия потоков замкнутой  $\lambda$  и разомкнутой  $\gamma$  систем определяют метрические особенности сети.



**Рис. 1. Ортогональная подразделенная тензорная модель сегмента сети:**  
 УКА, УКВ, УКС – узлы коммутации А, В и С соответственно;  
 КС – коммутационная система

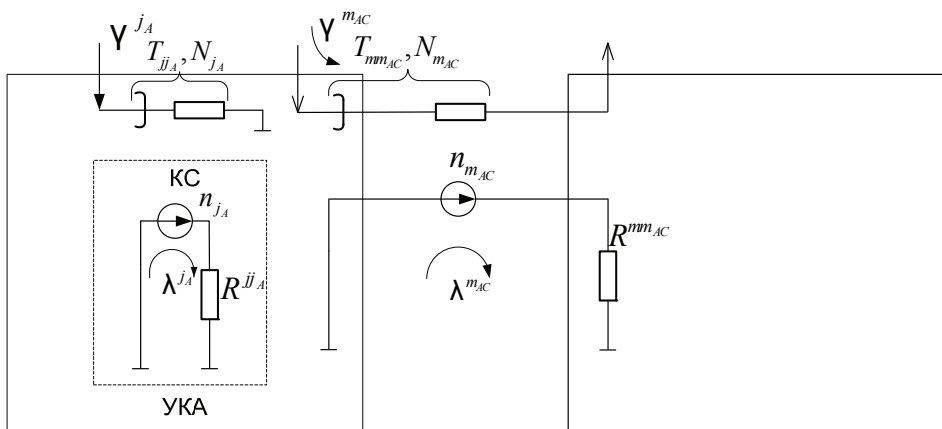


Рис. 2. Моделируемый сегмент ортогональной модели ТКС

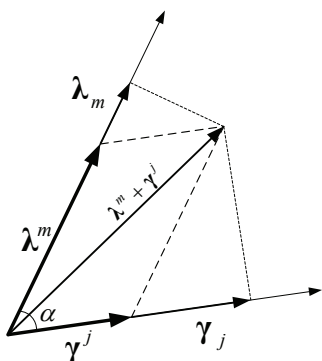


Рис. 3. Векторная диаграмма потоков в канале связи

Количественная оценка взаимного влияния может быть найдена на основе имитационного моделирования информационных процессов передачи пакетов в соответствующих одноканальных системах. В результате появляется возможность выявления метрической связи информационных величин, что является необходимым условием определения пространства окрестности точки состояния нагруженной телекоммуникационной сети.

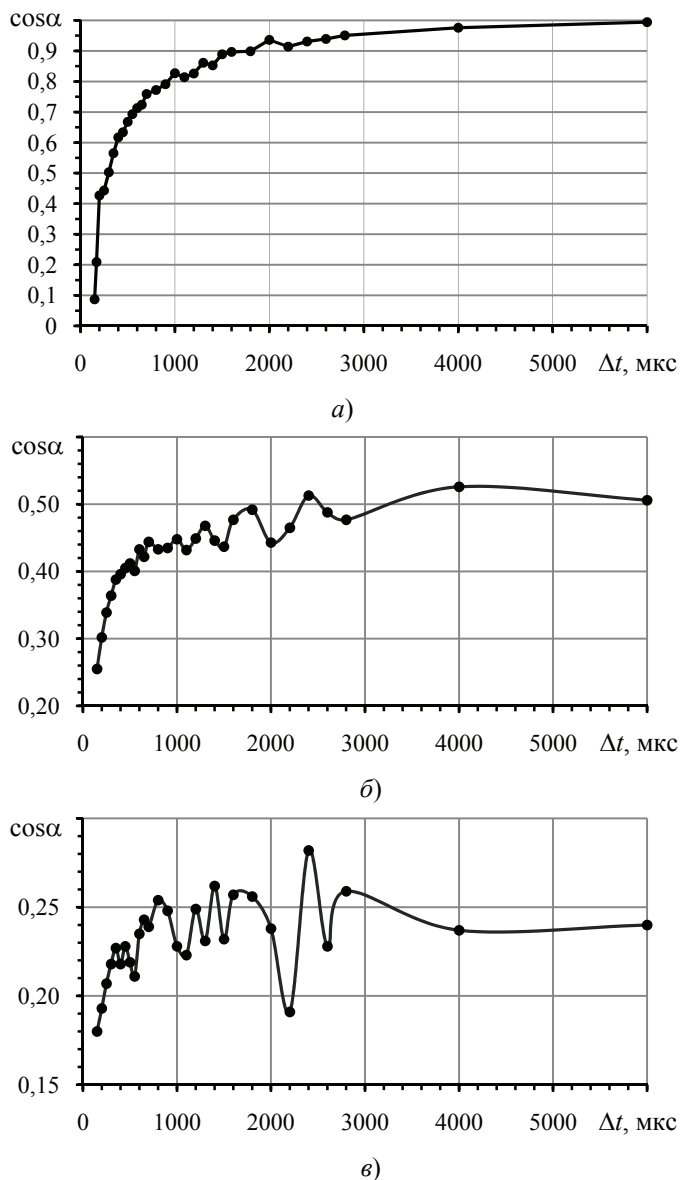
Оценим степень влияния внешнего потока, характеризующего влияние помехи на канал связи в виде интенсивности пакетов, которая забирает часть пропускной его способности. Из рисунка 1 видно, что непрерывная передача пакетов данных по каналу связи представляется в виде замкнутой

цепи с источником, характеризующим движущую силу потока пакетов. Одновременно с этим, через канал связи протекает внешний поток – поток разомкнутой цепи, который задается интенсивностью потока помехи. Упрощенная схема, отображающая рассматриваемую задачу, приведена на рис. 2.

Взаимодействие потоков рассматриваемых элементов геометрически представлено на рис. 3, из которого видно, что воздействие внешней энтропии помехи на канал связи качественно характеризуется косинусом угла  $\alpha$  меньше  $90^\circ$ . В результате рассмотрения общего состояния взаимодействующих систем, его составляющие имеют два варианта представления: ко- и контравариантные величины потоков. При этом, если контравариантная составляющая количественно характеризует скорость передачи поступающих на вход канала связи пакетов, то ковариантная – поток повторных передач, обусловленных мешающим, помеховым потоком.

**Краткое описание имитационной модели взаимодействия канала передачи данных и внешней помехи.** Моделирование выполнялось с использованием языка программирования GPSS/W. Имитационная модель включает три сегмента. Первый сегмент реализует замкнутую модель цифрового канала с памятью. Замкнутость одноканальной системы обеспечивается непрерывной передачей пакетов в канале с заданной временной задержкой, характеризующей временной интервал передачи пакета. В случае, когда в канале помех, моделируемым вторым сегментом – реализацией разомкнутой модели воздействия внешней помехи на канал, возникает сигнал помехи, то в канале передачи пакета наступает сбой передачи в интервале, равном длительности помехового сигнала, и реализу-

ется повторная его передача. Количество повторных передач, полученных в результате действия помехи, характеризуют ковариантный поток, который обусловлен степенью воздействия помехи и соответствует использованию части пропускной способности для дублирования пакетов. Отношение интенсивности повторных передач (потока дублирующих пакетов) к интенсивности помеховых сигналов за фиксированный интервал времени дает коэффициент, который отождествляется с косинусом угла, то есть соответствует значению компоненты метрического тензора для данной характеристики взаимодействия – потока данных в канале и внешней помехи. Третий сегмент определяет время моделирования. Результаты моделирования для различных значений интервала следования помеховых пакетов  $\Delta t$  приведены на рис. 4.



**Рис. 4. Зависимости значений компонент метрического тензора, определяемых потоком данных в канале связи и длительностью помехового сигнала, мкс:**  
*a* – 200; *б* – 100; *в* – 50

Исходные данные при моделировании: временная задержка передачи одного пакета в канале связи – 200 мкс; интенсивность входного информационного пуассоновского потока характеризуется средним интервалом между поступающими пакетами – 150 мкс (имеется буфер информационных пакетов, что обеспечивает непрерывную передачу данных в канале связи); помеховый пуассоновский поток сигналов имеет дискретно меняющийся средний интервал между сигналами в диапазоне от 150 до 6000 мкс; длительность помехового сигнала – 200, 100 и 50 мкс (см. рис. 4); время моделирования с заданной, неменяющейся интенсивностью помехи –  $10^6$  мкс.

Из результатов моделирования видно, что взаимное влияние информационных процессов при заданных исходных данных можно существенно уменьшить, например, в диапазоне соответствующих значений косинуса  $0,1 \dots 0,8$ , если обеспечить снижение интенсивности потока помеховых сигналов примерно в 4 раза.

**Нахождение нормировочных коэффициентов.** Сравнение двух любых величин, как результат количественного вычисления расстояния, предусматривает одинаковую их размерность. Это означает, что если пакеты взаимодействующих потоков будут иметь различную длину, то их необходимо предварительно представить единой количественной единицей измерения. Следует отметить, что при определенных условиях процедура приведения к единой размерности может в некоторой степени привести к нарушению применяемых законов распределения потоков в имитационной модели (обусловлено особенностью пакетов моделирования дискретных систем). С целью исключения данного фактора, в варианте модели, когда имеет место взаимодействие потоков разомкнутой и замкнутой систем нагруженной модели телекоммуникационной сети, рекомендуется изменять размерность пакетов замкнутой цепи, так как в ней обеспечивается непрерывность потока с заданной скоростью и при изменении размерности пакетов закон следования пакетов не меняется. С другой стороны, если корректность моделирования распределений случайных потоков выполняется при изменении длин пакетов, то указанное замечание не имеет силы.

При уменьшении корреляции потоков их взаимное влияние асимптотически стремится к величине, которая равна коэффициенту отношения длин пакетов взаимодействующих потоков (см. рис. 4, б, в). Из полученного следует, для того, чтобы определить компоненты метрического тензора, равные косинусам углов и принимающие значения в интервале  $0 \dots 1$ , необходимо приводить к единой размерности исследуемые взаимодействующие потоки относительно длительностей обслуживаемых пакетов. При этом, в процессе имитационного моделирования можно использовать различные длительности, основываясь на условиях функционирования системы, однако, для получения компонент метрического тензора следует использовать соответствующие нормировочные коэффициенты.

**Выводы.** Путем имитационного моделирования процессов взаимодействия потоков с различными характеристиками показан вариант нахождения компонентов метрического тензора для стационарной нагруженной телекоммуникационной сети, определен нормировочный коэффициент для случая использования взаимодействующих потоков пакетов различной длительности. В качестве основы построения модели использовалась тензорная ортогональная подразделенная модель ТКС [3].

#### *Список литературы*

1. Рашевский, П. К. Риманова геометрия и тензорный анализ / П. К. Рашевский. – М. : Наука, 1964. – 664 с.
2. Крон, Г. Тензорный анализ сетей : пер. с англ. / Г. Крон ; под ред. Л. Т. Кузина, П. Г. Кузнецова. – М. : Сов. радио, 1978. – 719 с.

3. Пасечников, И. И. Методология анализа и синтеза предельно нагруженных информационных сетей : монография / И. И. Пасечников. – М. : Машиностроение-1, 2004. – 216 с.

4. Григоренко, С. А. Построение метрического тензора для ортогональной модели телекоммуникационной сети / С. А. Григоренко, И. И. Пасечников // Инфокоммуникационные технологии в науке, здравоохранении и образовании : сб. науч. тр. IV междунар. науч. конгресса «Нейробиотелеком-2010», Санкт-Петербург, 7 – 10 дек. 2010 г. / ГОУ ВПО «С.-Петерб. гос. ун-т телекоммуникаций». – СПб., 2010, С. 37 – 43.

---

## Features of Metric Tensor Components Computation in Interaction Model of Open and Closed Flow Types in Digital Communication Channel

A. S. Nazarov<sup>1</sup>, I. I. Pasechnikov<sup>2</sup>, I. T. Stepanenko<sup>3</sup>

*Department of Computer and Mathematical Modeling (1),  
Department of General Physics, Tambov State University named after G. R. Derzhavin (2);  
Department "General-theoretical Disciplines", TSTU (3);  
otd@tambov.ru*

**Keywords:** information covariant quality measure; metric tensor; networks tensor analysis; orthogonal tensor model.

**Abstract:** The article deals with the research of external interference signal effect on the information flow of the loaded communication line. The impact degree is determined by the component of metric tensor – cosine of the angle between contravariant vectors computed using simulation of the segment of orthogonal tensor model of communication network. We determined the option for finding the normalization coefficients for interacting flows.

### *References*

1. Rashevskii P.K. *Rimanova geometriya i tenzornyi analiz* (Riemann geometry and tensor analysis), Moscow: Nauka, 1964, 664 p.
2. Kron G. *Tensor analysis of networks*, London: MacDonald, 1965, 635 p.
3. Pasechnikov I.I. *Metodologiya analiza i sinteza predel'no nagruzhennykh informatsionnykh setei* (The methodology of analysis and synthesis of extremely loaded information networks), Moscow: Mashinostroenie-1, 2004, 216 p.
4. Grigorenko S.A., Pasechnikov I.I. *Infokommunikatsionnye tekhnologii v nauke, zdravookhranении i obrazovanii* (Information and communication technologies in science, health and education), Proceedings of the IV International Scientific Congress "Neyrobiotekom 2010", 7-10 Desember 2010, St. Petersburg, pp. 37-43.

---

## Besonderheiten der Berechnung der Komponenten des metrischen Tensors der Modelle der Wechselwirkung der Ströme der abgestellten und geschlossenen Typen im digitalen Kanal der Kommunikation

**Zusammenfassung:** Es sind die Forschungen des Einflusses des Stroms der äußerlichen Störung auf den Informationsstrom des beladenen Kanals der Kommunikation durchgeführt. Das Maß des Einflusses ist von der Komponente des

metrischen Tensors – vom Kosinus des Winkels zwischen den Gegenhilfsvektoren, der aufgrund der Imitationmodellierung des Segmentes des orthogonalen Modells des Telekommunikationsnetzes berechnet war, bestimmt. Es ist die Variante des Verbleibs der normierenden Koeffizienten für die zusammenwirkenden Ströme bestimmt.

---

### **Particularités des calculs des composants du tensor métrique du modèle de l'interaction des courants des types fermé et ouvert dans une voie de communication digitale**

**Résumé:** Sont effectuées les études de l'influence du courant du bruit extérieur sur le courant de la voie chargée de communication. Le degré de l'influence est définie par un composant du tensor métrique – cosinus de l'angle entre les vecteurs contravariants calculé à la base du modélage de simulation du segment du modèle orthogonal de la voie de communication. Est définie la variante de la recherche des coefficients de réglementation pour les courants en interaction.

---

**Авторы:** *Назаров Александр Сергеевич* – аспирант кафедры компьютерного и математического моделирования; *Пасечников Иван Иванович* – доктор технических наук, профессор кафедры общей физики, ФГБОУ ВПО «Тамбовский государственный университет имени Г. Р. Державина»; *Степаненко Игорь Тимофеевич* – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Общетеоретические дисциплины», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».

**Рецензент:** *Арзамасцев Александр Анатольевич* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой математического и компьютерного моделирования, ФГБОУ ВПО «Тамбовский государственный университет имени Г. Р. Державина», г. Тамбов.

---