

## УЧЕТ ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКОГО СОСТАВА СРЕД ПРИ ОПИСАНИИ ИХ СМЕШИВАНИЯ В АППАРАТЕ С ПОДВИЖНОЙ ЛЕНТОЙ\*

А. Б. Капранова, М. Н. Бакин, А. И. Зайцев

*Кафедра «Теоретическая механика», ФГБОУ ВПО «Ярославский  
государственный технический университет», г. Ярославль;  
kapranova\_anna@mail.ru*

**Ключевые слова и фразы:** барабанно-ленточный смеситель; гибкие элементы; гранулометрический состав; смешивание; сыпучие компоненты; угол распыливания; фазовый объем; функция распределения.

**Аннотация:** Предложен стохастический метод определения дифференциальных функций распределения частиц смешиваемых потоков сыпучих материалов при срыве с гибких элементов, закрепленных по винтовой линии на поверхности барабана, по углу распыливания с учетом гранулометрического состава компонентов.

---

Согласно системно-структурному анализу [1] при проектировании нового оборудования химической технологии необходимо обеспечить теоретическую базу для расчета соответствующей инженерной методики.

Формирование математического описания процесса смешивания сыпучих компонентов в барабанно-ленточном смесителе предшествует поиску оптимальных параметров данного устройства. Исследование распределения по углу распыливания сыпучих компонентов в рабочем объеме смесителя с несколькими барабанами, разбрасывающими данные зернистые материалы с движущейся горизонтальной ленты с помощью гибких элементов, может быть проведено с учетом гранулометрического состава смешиваемых сыпучих сред. Особенность расположения гибких элементов заключается в их закреплении на поверхности барабанов вдоль винтовых линий заданного шага.

Для построения математической модели процесса смешивания сыпучих компонентов в указанном рабочем объеме предлагается использовать стохастический подход из теории ударных процессов в дисперсных системах [2], применение которой апробировано в случаях разделения суспензий [3] и моделирования вторичных столкновений частиц смешиваемых порошков [4].

Фазовый объем, в котором рассматривается движение разреженных потоков  $i$ -го компонента смеси ( $i = 1, \dots, n_k$ ) в поперечной плоскости барабана при отрыве от  $j$ -го гибкого элемента барабана смесителя ( $j = 1, \dots, n_b$ ), имеет элемент, заданный в двух системах координат, – декартовой и полярной

$$d\Omega'_i = \prod_{v=1}^{n_g} dd_{Siv} \prod_{j=1}^{n_b} dv_{xij} dv_{yij} = -\omega^2 \prod_{v=1}^{n_g} dd_{Siv} \prod_{j=1}^{n_b} r_{ij} dr_{ij} d\theta_{ij}, \quad (1)$$

---

\* По материалам доклада на конференции ММТТ-2014.

где ось абсцисс направлена перпендикулярно ленте вертикально вниз, ось ординат – по движению ленты, отсчет радиальной координаты  $r_{ij}$  – от оси вращения барабана, угловой координаты  $\theta_{ij}$  – от оси  $x$  до радиус-вектора выбранной точки пространства;  $d_{S_{iV}}$  – усредненный диаметр частицы  $v$ -й фракции ( $v = 1, \dots, n_g$ )  $i$ -го компонента смеси ( $i = 1, \dots, n_k$ );  $\omega$  – угловая скорость вращения барабана;  $v_{xij}, v_{yij}$  – составляющие скорости движения частицы массой  $m_{iV} = 6^{-1} \pi \rho_{Ti} d_{S_{iV}}^3$ ;  $\rho_{Ti}$  – истинная плотность вещества  $i$ -го компонента смеси.

При этом, учитывая практически независимые взаимодействия частиц с  $i$ -го компонента с  $j$ -м биллом, достаточно для (1) описать движение указанных частиц в фазовом объеме вида

$$d\Omega_{ij} = \prod_{v=1}^{n_g} dd_{S_{iV}} dv_{xij} dv_{yij} = -\omega^2 \prod_{v=1}^{n_g} dd_{S_{iV}} r_{ij} dr_{ij} d\theta_{ij} \quad (2)$$

или следующей формы в предположении, что кинематические характеристики (например,  $v_{xyij}$  или  $v_{r\theta ij}$ ) движений частиц сравнимы для различных компонентов ( $i = 1, \dots, n_k$ ) в момент указанного отрыва от концов биллов ( $j = 1, \dots, n_b$ )

$$d\Omega_{ij} = \prod_{v=1}^{n_g} dd_{S_{iV}} d\Gamma_j = -\omega^2 \prod_{v=1}^{n_g} dd_{S_{iV}} r_j dr_j d\theta_j. \quad (3)$$

Согласно (2) или (3), а также в соответствии с положениями работ [2, 4] для разреженного потока  $dN_{ij}$

$$dN_{ij} = A_{ij} \exp(-E_{ij}/E_{0ij}) d\Omega_{ij}, \quad (4)$$

убывание числа частиц  $i$ -го компонента в соответствующем при отрыве от  $j$ -го гибкого элемента при образовании смеси является экспоненциальным относительно стохастической энергии

$$E_{ijv} = 5 m_{iV} \left( h_j^2 v_{r\theta ij} \right)^2 / \left( 2 d_{S_{iV}}^2 + m_{iV} v_{r\theta ij}^2 / 2 + k_u \theta_j^2 / 2 \right) \quad (5)$$

с нормировочным параметром  $A_{ij}$  из выражения для полного числа частиц  $N_{ij}$

$$N_{ij} = \int_{\Omega_{ij}} dN_{ij}, \quad (6)$$

где  $h_j = \left[ r_s(\theta_j) \right]^2 \left\{ \left[ r_s(\theta_j) \right]^2 + R_0^2 \right\}^{-1/2}$  – кратчайшее расстояние от вектора скорости частицы  $\bar{v}_{r\theta ij}$  в полярной системе координат до оси вращения барабана;  $r_s(\theta_j)$  – уравнение спиральной кривой в указанной поперечной плоскости, как геометрическое местоположение проекций концов биллов на эту плоскость;  $R_0 = 2h_s(l_b - h_0)L_b^{-1}$ ;  $h_s$  – шаг винтовой линии на цилиндрической поверхности барабана;  $L_b$  – длина барабана;  $l_b$  – длина била;  $h_0$  – высота валково-ленточного зазора.

Формула (5) записана с учетом случайного характера момента импульсов частицы при срыве с била, энергий ее поступательного и вращательного движений, а также энергии этой частицы при упругом взаимодействии с биллом, угловой коэффициент жесткости которого равен  $k_u$ .

Тогда полная дифференциальная функция распределения сыпучего  $i$ -го компонента смеси ( $i = 1, \dots, n_k$ ) по углу распыливания частиц  $\alpha_j$  в поперечной плоскости вращению барабана определяется выражением

$$F_i(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n_b}) = \prod_{v=1}^{n_g} \prod_{j=1}^{n_b} f_{ijv}(\alpha_j), \quad (7)$$

где в соответствии с (4), (5) для каждой  $v$ -й фракции ( $v = 1, \dots, n_g$ )  $i$ -го компонента смеси ( $i = 1, \dots, n_k$ ) имеем

$$f_{ijv}(\alpha_j) = N_{ijv}^{-1} dN_{ijv} / d\alpha_j \quad (8)$$

или

$$f_{ijv}(\alpha_j) = 2^{-1} A_{0ijv} \exp \left[ -k_u (2E_{0ij})^{-1} (\alpha_j + \varphi_j)^2 \right] \left\{ G_{1iv} \left[ 1 - \left[ 1 + g_3 (\alpha_j + \varphi_j) \right]^2 \right] + G_{0ij} \left( 9^{-1} G_{2iv} \left[ 1 - \left[ 1 + g_3 (\alpha_j + \varphi_j) \right]^6 \right] + 50^{-1} G_{0ij} G_{3iv} \left[ 1 - \left[ 1 + g_3 (\alpha_j + \varphi_j) \right]^{10} \right] \right) \right\}, \quad (9)$$

где

$$G_{0ij} = k_u g_3^2 \left( E_{0ij} g_3^2 \right)^{-1}; \quad G_{1iv} = d_{Siv}^{\max} - d_{Siv}^{\min}; \\ G_{2iv} = \left( d_{Siv}^{\max} \right)^3 - \left( d_{Siv}^{\min} \right)^3; \quad G_{3iv} = \left( d_{Siv}^{\max} \right)^5 - \left( d_{Siv}^{\min} \right)^5; \quad \theta_j = \alpha_j + \varphi_j, \quad (10)$$

$d_{Siv}^{\min}$  и  $d_{Siv}^{\max}$  – максимальные и минимальные значения диаметров частиц составляющих зернистых материалов  $i$ -го сорта ( $i = 1, \dots, n_k$ ) в каждой из  $v$ -й фракции ( $v = 1, \dots, n_g$ ). Причем введенные в (9) и (10) параметры  $g_3$  и  $g_5$  зависят от перечисленных ранее конструктивных характеристик проектируемого устройства.

Таким образом, предложенное стохастическое описание распределения смешиваемых компонентов в рабочем объеме барабанно-ленточного смесителя учитывает их гранулометрический состав, отражает характер поведения сыпучих материалов в изучаемом процессе смешивания в зависимости от угла распыливания для каждого деформированного била, установленного по винтовой линии на поверхности вращающихся барабанов аппарата.

Полученные выражения (7), (9) в дальнейшем могут быть использованы для оценки качества смеси по коэффициенту ее неоднородности.

#### Список литературы

1. Дитрих, Я. Проектирование и конструирование. Системный подход : пер. с пол. / Я. Дитрих ; ред. В. М. Бродянский. – М. : Мир, 1981. – 456 с.
2. Зайцев, А. И. Ударные процессы в дисперсно-пленочных системах / А. И. Зайцев, Д. О. Быгев. – М. : Химия, 1994. – 176 с.
3. Стохастическое описание движения осветленной фракции суспензии порошков / А. Б. Капанова [и др.] // Изв. вузов. Химия и хим. технол. – 2004. – Т. 47, № 6. – С. 99 – 101.
4. Исследование ударного смешивания твердых дисперсных сред при вторичных столкновениях частиц / А. Б. Капанова [и др.] // Изв. вузов. Химия и хим. технол. – 2013. – Т. 56, № 6. – С. 83 – 86.

## Media Particle Size for the Description of their Mixing in a Drum-and-Belt Type Device

A. B. Kapranova, M. N. Bakin, A. I. Zaitsev

Department "Theoretical Mechanics",  
Yaroslavl State Technical University, Yaroslavl; kapranova\_anna@mail.ru

**Key words and phrases:** bulk ingredients; distribution function; drum-and-belt type mixer; flexible elements; grain size; mixing; phase volume; spraying angle.

**Abstract:** The authors proposed a stochastic method to determine the differential functions of distribution particles in mixed flows of bulk materials under disruption from flexible elements attached along a helical line on the drum surface at the angle of atomization given the particle size distribution of the components.

### References

1. Dietrich Ja. *System and design* [System i konstrukcja], Warszawa, 1978.
2. Zaitsev A.I., Bytev D.O. *Udarnye protsessy v dispersno-plenochnykh sistemakh* (Shock processes in dispersed-film systems), Moscow: Khimiya, 1994, 176 p.
3. Kapranova A.B., Lebedev A.E., Bytev D.O., Zaitsev A.I. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya*, 2004, vol. 47, no. 6, pp. 99-101.
4. Kapranova A.B., Bakin M.N., Lebedev A.E., Zaitsev A.I. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya*, 2013, vol. 56. no. 6, pp. 83-86.

---

## Berücksichtigung der granulometrischen Bestandteile der Umgebungen bei der Beschreibung ihrer Vermischung in der Trommelbandeinrichtung

**Zusammenfassung:** Es ist die stochastische Methode der Bestimmung der Differentialfunktionen der Verteilung der Teilchen der gemischten Ströme der Schüttstoffe bei dem Abstürzen von den flexiblen Elementen, die nach der Schraubenlinie auf den Oberflächen der Trommel gefestigt sind, nach dem Winkel der Zerstäubung mit der Berücksichtigung der granulometrischen Bestandteile der Komponenten vorgeschlagen.

---

## Enregistrement de la composition granulométrique des milieux lors de la description de leur mélange dans un tambour de bande

**Résumé:** Est proposée la méthode stochastique de la définition des fonctions différentielles de la répartition des particules des courants mélangés des matériaux granulés lors de l'arrêt des éléments flexibles fixés sur la bande à vis sur la surface du tambour d'après l'angle de la pulvérisation de la composition granulométrique des composants.

---

**Авторы:** *Капранова Анна Борисовна* – доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Теоретическая механика»; *Бакин Михаил Николаевич* – аспирант кафедры «Теоретическая механика»; *Зайцев Анатолий Иванович* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Теоретическая механика», ФГБОУ ВПО «Ярославский государственный технический университет», г. Ярославль.

**Рецензент:** *Першин Владимир Федорович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Техническая механика и детали машин», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».