

УДК 621.914

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕДУРЫ  
ОПРЕДЕЛЕНИЯ СЕБЕСТОИМОСТИ ОПЕРАЦИЙ  
ПРИ ФРЕЗЕРОВАНИИ

А. В. Аверченков, Е. Ю. Кукло, М. В. Терехов

*Кафедра «Компьютерные технологии и системы»,  
ФГБОУ ВПО «Брянский государственный технический университет», г. Брянск;  
kyllep@yandex.ru*

**Ключевые слова и фразы:** автоматизированная система; выбор инструмента; математическая модель; оптимизация; режимы резания; снижение себестоимости.

**Аннотация:** Проведено математическое моделирование себестоимости операций высокопроизводительного фрезерования перетачиваемым инструментом и со сменными многогранными пластинами из твердого сплава. Сформированы целевая функция оптимизации себестоимости фрезерной механообработки и ограничения математической модели. Рассмотрены вопросы использования полученной математической модели в автоматизированной системе для выбора режущего инструмента и назначения режимов резания. Использование разработанной математической модели в автоматизированной системе позволит сократить трудозатраты технолога-программиста при выборе фрезерного инструмента, стратегии обработки и режимов резания, а также снизить затраты на механообработку, благодаря расчету наиболее производительных режимов резания, выбору более производительного инструмента либо более дешевого, но не уступающего по характеристикам.

**Обозначения**

$a_e, a_p$ – ширина и глубина фрезерования соответственно, мм;	$k_T, k_v$ – поправочные коэффициенты на действительное время контакта $T_d$ и измененные условия обработки соответственно;
$b_1, b_2$ – расстояния от краев фрезерования до оси фрезы, мм;	$L, L_f, L_k$ – длины фрезерования, зачистной фаски и дуги контакта фрезы с заготовкой соответственно, мм;
$C$ – себестоимость обработки, р.;	$n$ – частота вращения шпинделя, об/мин;
$C_v$ – коэффициент влияния материалов заготовки и фрезы;	$n_c$ – число режущих кромок пластины;
$D$ – диаметр фрезы, мм;	$P_{ст}$ – мощность станка, кВт;
$f_z$ – подача на зуб, мм/зуб;	$R_e$ – радиус при вершине пластины, мм;
$h$ – шероховатость поверхности, нм;	$T$ – стойкость инструмента, мин;
$h_m, h_{max}$ – средняя и максимальная толщины стружки, мм;	$T_\phi$ – ресурс корпуса фрезы, ч;
$k$ – число проходов для обработки припуска по всей глубине резания;	$t_{см}$ – время смены затупившегося инструмента, мин;
$k_c$ – удельная сила резания, Н/мм <sup>2</sup> ;	$t_m$ – машинное время обработки, мин;
$k_h, k_{HВ}$ – коэффициенты зависимостей скорости резания от средней толщины стружки и твердости материала соответственно;	$v$ – скорость резания, м/мин;
	$v_d$ – действительная скорость резания, м/мин;

$v_s$ – скорость резания при $T = 15$ мин и твердости заготовки НВ 180, м/мин;	$\Gamma_{\Pi}, \Gamma_{\Phi}$ – стоимости сменных многогранных пластин и корпуса фрезы соответственно, р.;
$q, m, x, y, u, p$ – показатели степени для расчета стойкости инструмента;	$\varphi$ – главный угол в плане;
$z$ – число зубьев фрезы;	$B_c$ – полная себестоимость времени работы станка и станочника без затрат на режущий инструмент, р./мин.
$\Gamma_{и}$ – затраты, обусловленные эксплуатацией режущего инструмента за период его стойкости между переточками, р.;	

## Введение

Промышленное предприятие может увеличить свою прибыль путем повышения дохода и снижения убытков. На начальных этапах жизненного цикла продукции – конструкторско-технологического проектирования и изготовления – можно существенно повлиять на себестоимость изделия и, таким образом, на прибыль предприятия. Эффективность процесса механообработки существенно влияет на себестоимость изготовления детали на этих этапах. Правильно выбранный инструмент при его эффективном использовании с высокопроизводительными режимами резания может значительно сократить себестоимость изготовления детали, тем самым увеличив рентабельность производства.

Структура затрат предприятия и режимы резания оказывают больший эффект на стоимость готовых деталей по сравнению со сроком службы инструмента и его стоимостью. Согласно исследованиям ведущего производителя инструмента Sandvik Coromant [1], выгоднее использовать более дорогие инструменты, работающие на более высоких режимах резания, чем дешевые инструменты с низкой производительностью. Так, например, увеличение режимов резания на 20 % снижает затраты на производство более чем на 10 %, поскольку это уменьшает машинное время, затраты на эксплуатацию металлорежущего оборудования и накладные расходы, в которых учитывается зарплата операторов. А увеличение срока службы инструмента на 50 % (или снижение его стоимости на 30 %) приводит к общему снижению затрат на изготовление одной детали всего лишь на 1–2 %, так как затраты на инструменты, по исследованиям ведущих производителей инструмента [2], в среднем составляют 3–5 % от производственных затрат.

## Постановка задачи

Суммарная себестоимость обработки является наиболее объективным критерием оценки эффективности применения инструмента. Именно ее снижение приводит к уменьшению себестоимости изделия [3]

$$C = B_c t_M + B_c t_{cm} \frac{t_M}{T} + \Gamma_{и} \frac{t_M}{T}. \quad (1)$$

Приведенная формула применяется для перетачиваемого инструмента, но не учитывает особенности сменных многогранных пластин, для которых с учетом амортизации приобретаемого инструмента следует использовать зависимость [4]

$$C = B_c t_M + B_c t_{cm} \frac{t_M}{T} + \left( \frac{\Gamma_{\Phi}}{T_{\Phi}} + \frac{z \Gamma_{\Pi}}{n_c} \right) \frac{t_M}{T}. \quad (2)$$

Зачастую присутствие оператора необязательно во время всего процесса обработки, а требуется только для смены инструмента и заготовки, наладки станка и запуска программы обработки. Для таких случаев предложенная формула примет вид

$$C = B_c t_M + \left( \frac{\Gamma_\Phi}{T_\Phi} + \frac{z\Gamma_\Pi}{n_c} \right) \frac{t_M}{T} \quad (3)$$

или

$$C = \frac{t_M}{T} \left( B_c T + \frac{\Gamma_\Phi}{T_\Phi} + \frac{z\Gamma_\Pi}{n_c} \right). \quad (4)$$

Следует заметить, что себестоимость обработки зависит от времени обработки и стойкости инструмента, в то время как оставшиеся составляющие постоянны (параметры инструмента, стоимость, время замены, нормативы оплаты труда). Однако как время обработки, так и стойкость инструмента не являются регулирующими параметрами (которые можно изменять напрямую) при механообработке, поэтому больший интерес представляет зависимость от параметров, которые непосредственно определяют стойкость инструмента и время обработки. Переход к ней можно произвести, используя известные зависимости скорости резания от частоты вращения шпинделя и основного закона стойкости, а также используя известные формулы расчета времени обработки [5]:

$$n = \frac{1000v}{\pi D}; \quad (5)$$

$$T = \frac{C_v D^q}{v^m a_p^x f_z^y a_e^u z^p} k_v; \quad (6)$$

$$t_M = \frac{kL}{nzf_z} = \frac{kL\pi D}{1000vzf_z}. \quad (7)$$

Перечисленные показатели степеней и коэффициенты для отечественных инструментов можно найти в справочных таблицах, однако для современных зарубежных инструментов они не задаются. Для них стойкость инструмента является не расчетным, а исходным параметром. В каталогах обычно указываются скорость резания с расчетом стойкости 15 мин, а также ее зависимости от твердости обрабатываемого материала  $k_{НВ}$  и расчетной стойкости. Действительную скорость резания можно найти по формуле [1]

$$v_d = v_s k_{НВ} k_T k_h. \quad (8)$$

Поправочный коэффициент  $k_{НВ}$  находим напрямую из таблиц, зная группу обрабатываемого материала и его твердость [6, 7].

В случае необходимости при расчетах можно произвести интерполяцию табличных данных для определения промежуточных значений.

Таблица 1

**Значения поправочного коэффициента  $k_{НВ}$**

Группа материала	Твердость материала, НВ			
	140	180	220	260
Р	1,19	1	0,85	0,75
М	1,23	1	0,85	0,72
К	1,19	1	0,91	0,85

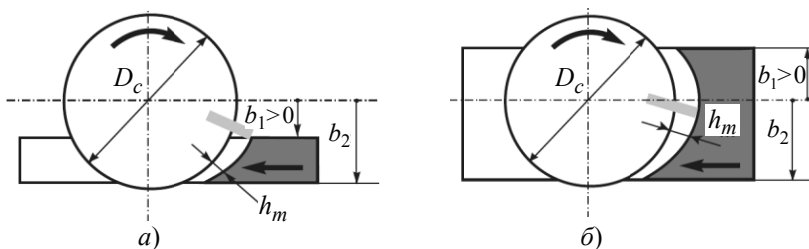


Рис. 1. Расстояния от краев фрезерования до оси фрезы  $D_c$ , расположенной вне (а) и внутри (б) заготовки

Таблица 2  
Значения поправочного коэффициента  $k_T$

Стойкость, мин	$k_T$
10	1,10
15	1,00
20	0,95
25	0,90
30	0,87
45	0,80
60	0,75

Коэффициент зависимости скорости резания от средней толщины стружки  $k_h$  определяется по справочным таблицам исходя из обрабатываемого и инструментального материала, а также средней толщины стружки, рассчитываемой по формуле [1], учитывающей расстояния от краев фрезерования до оси фрезы (рис. 1),

$$h_m = f_z \frac{2 \left( \frac{b_1}{D} + \frac{b_2}{D} \right)}{\arccos \left( -2 \frac{b_1}{D} \right) - \arccos \left( 2 \frac{b_2}{D} \right)} \sin \varphi. \quad (9)$$

Коэффициент зависимости скорости резания от действительного времени контакта  $k_T$  определяется по табл. 2 [5], исходя из действительного времени контакта фрезы с заготовкой, рассчитываемого по формуле

$$T_d = \frac{TL_k}{\pi D}. \quad (10)$$

Используя тригонометрические преобразования,  $T_d$  можно рассчитать следующим образом:

$$T_d = T \left( \arcsin \left( 2 \frac{b_1}{D} \right) + \arccos \left( 2 \frac{b_2}{D} \right) \right). \quad (11)$$

С учетом всех описанных данных, конечная формула расчета себестоимости для инструмента со сменными многогранными пластинами будет иметь вид

$$C = \frac{kL\pi D}{1000v_s k_{HB} k_t k_h z f_z T} \left( B_c T + \frac{\Gamma_\Phi}{T_\Phi} + \frac{z \Gamma_\Pi}{n_c} \right). \quad (12)$$

Она позволяет перейти к построению зависимости себестоимости обработки от режимов резания  $v_s$ ,  $f_z$ , параметров инструмента  $D$ ,  $z$ ,  $\varphi$ ,  $n_c$ ,  $\Gamma_\Phi$ ,  $T_\Phi$ ,  $\Gamma_\Pi$ , условий обработки  $L$ ,  $T$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $k_{HB}$ ,  $k_t$ ,  $k_h$  и структуры затрат предприятия  $B_c$ .

### Ограничения в математической модели

По рекомендации для обработки торцевой поверхности, ширина фрезерования не должна превышать  $2/3$  диаметра фрезы [1]:

$$b_1 + b_2 \leq 2/3 D. \quad (13)$$

В случае обработки поверхностей, когда материал заготовки ограничивает фрезу (пазы, карманы и т.п.),

$$b_1 + b_2 \leq D. \quad (14)$$

Ограничениями на выбор подачи  $f_z$  при черновом фрезеровании являются:

- мощность станка;
- жесткость несущей системы;
- несущая способность выбранной режущей пластины по максимальной толщине стружки  $h_{\max}$  [2].

Требуемая мощность не должна превышать мощность станка [5]:

$$\frac{a_p (b_1 + b_2) \frac{1000v}{\pi D} z f_z k_c}{60 \cdot 10^6} \leq P_{\text{ст}}. \quad (15)$$

В общем случае предельные значения максимальной толщины стружки  $h_{\max}$  зависят от толщины пластины [5] (табл. 3).

Ограничения, накладываемые на подачу на зуб [5]:

- если ось фрезы находится вне заготовки (рис. 2, а),

$$f_z \leq \frac{1}{2 \sqrt{\frac{b}{D} \left(1 - \frac{b}{D}\right)}} \frac{h_{\max}}{\sin \varphi}; \quad (16)$$

- если ось фрезы находится внутри заготовки (рис. 2, б),

$$f_z \leq \frac{h_{\max}}{\sin \varphi}. \quad (17)$$

При чистовом фрезеровании подача ограничивается со стороны получаемой шероховатости поверхности, которую можно выразить формулой [6]

$$f_z = \sqrt{\frac{R_c h}{125}}. \quad (18)$$

В случае использования при обработке пластин с зачистной фаской, подача, наоборот, не должна превышать длину зачистной фаски [1]:

$$f_z \leq \sqrt{\frac{L_f}{z}}. \quad (19)$$

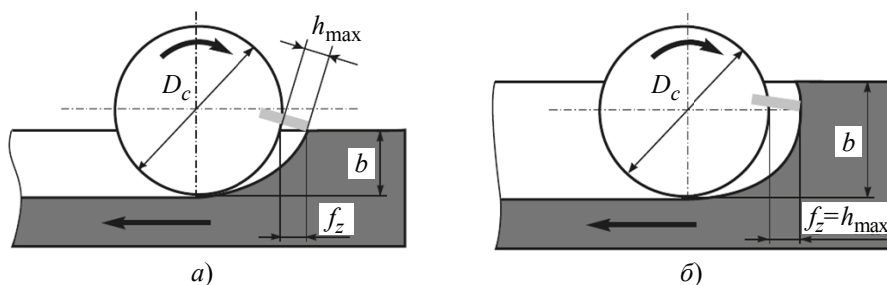


Рис. 2. Максимальная толщина стружки при нахождении оси фрезы  $D_c$  вне (а) и внутри (б) заготовки

Таблица 3

**Предельные значения максимальной толщины стружки**

Толщина пластины, мм	$h_{\max}$ , мм
Менее 3,18	0,1...0,15
3,18...3,97	0,2
4,76...5,56	0,3
6,35 и более	0,4...0,7

## Выводы

Представленную математическую модель рекомендуется использовать для расчета режимов резания в автоматизированной системе выбора фрезерного инструмента [8]. Такая система определит режущий инструмент различных производителей, подходящий для заданных условий обработки и для каждого выбранного инструмента рассчитает режимы резания, стойкость, а также себестоимость механической обработки, по которой будет проходить оптимизация и выбор наиболее подходящего инструмента [9].

Создаваемая автоматизированная система позволяет сократить трудозатраты технолога-программиста при выборе фрезерного инструмента, стратегии обработки и назначении режимов резания, а также снизить затраты на механообработку, благодаря расчету наиболее производительных режимов резания, выбору более производительного инструмента либо более дешевого, но не уступающего по характеристикам.

### *Список литературы*

1. SANDVIK Coromant. Фрезерование [Электронный ресурс] / SANDVIK Coromant // Руководство по металлообработке / SANDVIK Coromant. – 2000. – Режим доступа : [http://www.tulaspecinstr.ru/files/techinfo/ruk\\_metall/MTG\\_D.pdf](http://www.tulaspecinstr.ru/files/techinfo/ruk_metall/MTG_D.pdf) (дата обращения: 14.05.2014).
2. Mitsubishi Materials. Токарный инструмент, вращающийся инструмент, инструментальные системы [Электронный ресурс] / Mitsubishi Materials // Общий каталог / Mitsubishi Materials. – 2007–2009. – Режим доступа : <http://www.s-avto.sky.ru/fd/CATALOG.pdf> (дата обращения: 14.05.2014).
3. Безъязычный, В. Ф. Расчет режимов резания : учеб.-метод. пособие / В. Ф. Безъязычный, И. Н. Аверьянов, А. В. Кордюков. – М. : Машиностроение, 2010. – 270 с.
4. Аверченков, А. В. Автоматизация процедуры выбора современного фрезерного металлорежущего инструмента / А. В. Аверченков, Е. Ю. Кукло // Вестн. Брян. гос. техн. университета. – № 4 (32). – 2011. – С. 81 – 85.
5. Аверченков, А. В. Автоматизированный выбор металлорежущего инструмента для механической обработки заготовок деталей машин / А. В. Аверченков // Научные труды в машиностроении. – 2012. – № 9. – С. 27 – 31.
6. Виноградов, Д. В. Высокопроизводительная обработка металлов резанием / Д. В. Виноградов. – М. : Полиграфия, 2003. – 301 с.
7. ГОСТ 3882–74. Сплавы твердые спеченные. Марки. – Взамен ГОСТ 3882–67 ; введ. 1976–01–01. – М. : Изд-во стандартов, 2008. – 9 с.
8. Аверченков, В. И. Автоматизация выбора режущего инструмента для станков с ЧПУ : монография / В. И. Аверченков [и др.]. – Брянск : БГТУ, 2010. – 148 с.
9. Аверченков, А. В. Автоматизация выбора оптимального режущего инструмента для многофункционального технологического оборудования с ЧПУ / А. В. Аверченков, М. В. Терехов // Вестн. Брян. гос. техн. университета. – 2010. – № 1 (25). – С. 13 – 21.

---

## Mathematic Modeling Procedures to Determine Prime Cost of Milling Operations

A. V. Averchenkov, E. Yu. Kuklo, M. V. Terekhov

*Department "Computer Technologies and Systems",  
Bryansk State Technical University, Bryansk; kyllep@yandex.ru*

**Key words and phrases:** automated system; cutting conditions; cost reduction; mathematical model; optimization; tool selection.

**Abstract:** Mathematic modeling of the prime cost of high-performance milling operations with regrounded tools and those with replaceable cutting inserts was made. The objective function of prime cost optimization for milling machining and limitations of the mathematical model were formulated. Mathematical modeling procedures and developing software modules for the automated selection of cutting tools were described. The application of the developed mathematical model in an automated system for the selection of cutting tools and appointment of the cutting regimes was considered. Application of the mathematical model developed in the automated system will reduce labor costs of a CNC programmer in choosing the milling tool, cutting strategies and modes, as well as reduce the cost of machining, by calculating the most productive cutting modes, selection of a more productive tool, or a cheaper one with similar characteristics.

#### References

1. SANDVIK Coromant, available at: [http://www.tulaspecinstr.ru/files/techinfo/ruk\\_metall/MTG\\_D.pdf](http://www.tulaspecinstr.ru/files/techinfo/ruk_metall/MTG_D.pdf) (accessed 14 May 2014).
2. Mitsubishi Materials, available at: <http://www.s-avto.sky.ru/fd/CATALOG.pdf> (accessed 14 May 2014).
3. Bez'yazychnyi V.F., Aver'yanov I.N., Kordyukov A.V. *Raschet rezhimov rezaniya* (Calculation of cutting), Moscow: Mashinostroenie, 2010, 270 p.
4. Averchenkov A.V., Kuklo E.Yu. *Vestnik Bryanskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta*, no. 4 (32), 2011, pp. 81-85.
5. Averchenkov A.V. *Naukoemkie tekhnologii v mashinostroenii*, 2012, no. 9, pp. 27-31.
7. Vinogradov D.V. *Vysokoproizvoditel'naya obrabotka metallov rezaniem* (High-performance metal cutting), Moscow: Poligrafya, 2003, 301 p.
8. International Organization for Standardization, *ISO 513:2012. Classification and application of hard cutting materials for metal removal with defined cutting edges – Designation of the main groups and groups of application*, ISO, Geneva, Switzerland.
9. Averchenkov V.I., Averchenkov A.V., Terekhov M.V., Kuklo E.Yu. *Avtomatizatsiya vybora rezhushchego instrumenta dlya stankov s ChPU* (Automating the choice of cutting tools for CNC), Bryansk: BGTU, 2010, 148 p.
10. Averchenkov A.V., Terekhov M.V. *Vestnik Bryanskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta*, 2010, no. 1 (25), pp. 13-21.

---

### Mathematische Modellierung der Prozedur der Bestimmung der Selbstkosten der Operationen beim Fräsen

**Zusammenfassung:** Es ist die mathematische Modellierung der Selbstkosten der Operationen des hochproduktiven Fräsens vom nachdrehenden Instrument und mit den ersetzbaren vielseitigen Platten aus der festen Legierung durchgeführt. Es sind die zweckbestimmte Funktion der Optimierung der Selbstkosten der mechanischen Fräsbearbeitung und der Beschränkung des mathematischen Modells formiert. Es sind die Fragen der Nutzung des bekommenen mathematischen Modells im automatisierten System für die Auswahl des Schneidwerkzeugs und der Bestimmung der Regimes des Schneidens betrachtet. Die Nutzung des entwickelten mathematischen Modells im automatisierten System wird zulassen, die Arbeitsauslagen des Technologen-Programmierers bei der Auswahl des Fräsinstruments, der Strategie der Bearbeitung

und der Regimes des Schneidens zu verringern, sowie, die Aufwände auf die mechanischen Bearbeitung, dank der Berechnung der am meisten produktiven Regimes des Schneidens, der Auswahl des mehr produktiven Instruments, oder billiger, aber nicht überlassend nach den Charakteristiken zu verringern.

---

### **Modélage mathématique de la procédure de la définition du prix de revient des opérations lors du fraisage**

**Résumé:** Est effectué le modélage mathématique de la procédure de la définition du prix de revient des opérations du fraisage de haute productivité avec un instrument retaillé. Sont formulées la fonction de but de l'optimisation du prix de revient du fraisage et les limitations du modèle mathématique. Sont examinées les questions de l'utilisation du modèle mathématique dans un système automatisé pour le choix de l'outil de coupe les régimes de coupe. L'emploi du modèle mathématique dans un système automatisé permettra de diminuer les frais pour le traitement mécanique grâce au calcul des régimes de coupe, au choix de l'outil plus efficace ou meilleur marché.

---

**Авторы:** *Аверченков Андрей Владимирович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Компьютерные технологии и системы», проректор по инновационной работе и международному сотрудничеству; *Кукло Евгений Юрьевич* – аспирант кафедры «Компьютерные технологии и системы»; *Терехов Максим Владимирович* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Компьютерные технологии и системы», ФГБОУ ВПО «Брянский государственный технический университет», г. Брянск.

**Рецензент:** *Прокофьев Александр Николаевич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Технология машиностроения», первый проректор по учебной работе, ФГБОУ ВПО «Брянский государственный технический университет», г. Брянск.

---