

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ АНАЛИЗЕ МЕТРОЛОГИЧЕСКОЙ НАДЕЖНОСТИ АНАЛОГОВЫХ БЛОКОВ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Т. И. Чернышова, В. В. Третьяков

*Кафедра «Конструирование радиоэлектронных и микропроцессорных систем»,  
ФГБОУ ВПО «ТГТУ»; crems@crems.jesby.tstu.ru*

**Ключевые слова и фразы:** аналоговый блок; внешний влияющий фактор; информационно-измерительная система; математическая модель; метрологическая надежность; метрологическая характеристика; метрологический ресурс.

**Аннотация:** Разработана математическая модель изменения во времени метрологической характеристики аналоговых блоков информационно-измерительных систем с учетом внешних влияющих факторов, а также обобщенная математическая модель параметров элементной базы, используемая в процедуре статистического моделирования метрологических характеристик исследуемых измерительных средств, позволяющая анализировать уровень их метрологической надежности на разных этапах эксплуатации. В качестве основного показателя метрологической надежности аналоговых блоков информационно-измерительных систем рассмотрен метрологический ресурс. Приведены результаты исследования метрологического ресурса типового блока, входящего в состав измерительного канала информационно-измерительных систем, получены значения метрологического ресурса при различных значениях дестабилизирующих факторов и в различных временных сечениях. Основным преимуществом предлагаемого подхода к математическому моделированию метрологических характеристик является возможность определения уровня метрологической надежности измерительного средства на любом этапе эксплуатации с учетом совместного действия изменяющихся внешних факторов.

---

Информационно-измерительные системы (ИИС) используются во всех отраслях промышленности, машиностроения, науки и производства. Сложность и ответственность выполняемых ими функций обуславливает необходимость обеспечения их высокого уровня метрологической надежности (МН). Как известно, метрологическая надежность определяется характером и темпом изменения нормируемых метрологических характеристик (МХ) аналоговых блоков (АБ) ИИС [1]. Основным показателем МН является метрологический ресурс. Оценка метрологического ресурса на этапе проектирования ИИС позволяет потребителю делать выводы о состоянии МН ИИС в произвольные моменты времени предстоящей эксплуатации, а также определить необходимые сроки проверок и технического обслуживания ИИС.

Решение задачи оценки МН при проектировании АБ ИИС формируется с применением метода аналитико-вероятностного прогнозирования, основанного на анализе нестационарных случайных процессов изменения во времени метрологических характеристик АБ ИИС с использованием их математических моделей (ММ) [1].

Такие ММ строятся на основе статистического моделирования значений МХ по данным об изменении параметров элементной базы в процессе предстоящей эксплуатации. Как показали исследования, внешние факторы, влияющие на процесс изменения во времени МХ проектируемых АБ, существенно ускоряют процесс старения параметров АБ и способствуют уменьшению МН ИИС.

Основными дестабилизирующими факторами, оказывающими влияние на изменение метрологической характеристики АБ ИИС, являются температура, влажность и давление окружающей среды, а также радиационный фон.

Для конкретного АБ имеется ряд ММ изменения во времени параметров элементов:

$$\begin{cases} \xi_1(\bar{\varphi}, t) = f_1(\bar{\varphi}, t, \xi_{01}); \\ \xi_2(\bar{\varphi}, t) = f_2(\bar{\varphi}, t, \xi_{02}); \\ \dots \\ \xi_i(\bar{\varphi}, t) = f_i(\bar{\varphi}, t, \xi_{0i}); \\ \dots \\ \xi_n(\bar{\varphi}, t) = f_n(\bar{\varphi}, t, \xi_{0n}). \end{cases} \quad (1)$$

где  $\bar{\varphi} = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_l\}$  – вектор влияющих факторов;  $l$  – число влияющих факторов;  $n$  – число элементов АБ, входящих в математическую модель метрологической характеристики;  $t$  – время эксплуатации;  $\xi_i$  – реальное значение параметра  $i$ -го элемента,  $i = 1, \dots, n$ ;  $\xi_{0i}$  – номинальное значение параметра  $i$ -го элемента.

С учетом указанных внешних влияющих факторов математическая модель МХ АБ, построенная с применением анализа структурной и принципиальной схем блока, запишется в виде

$$S = F(x, \bar{\xi}, \bar{\varphi}) = F[x, \bar{\xi}, (T, F, P, E, t)], \quad (2)$$

где  $x$  – входной сигнал;  $\bar{\xi} = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n\}$  – вектор параметров элементов;  $T$  – температура, °С;  $F$  – влажность, %;  $P$  – давление, атм;  $E$  – радиационный фон, мкР/ч.

Построенная таким образом модель вида (2) используется далее в процедуре статистического моделирования [1–3]. Алгоритм моделирования состоит из последовательного расчета характеристик закона распределения значений параметров комплектующих элементов исследуемых блоков и моделирования реализаций МХ в различных временных сечениях области контроля  $t_i$ ,  $i = 1, \dots, K$ , где  $K$  – число временных сечений.

Результатом статистического моделирования является совокупность значений математического ожидания МХ АБ в различные моменты времени эксплуатации  $m_s(t_1), \dots, m_s(t_K)$  и значений среднеквадратического отклонения  $\sigma_s(t_1), \dots, \sigma_s(t_K)$  при вариации внешних факторов.

На основе результатов статистического моделирования строится математическая модель изменения во времени метрологической характеристики [1–3], представляющая собой совокупность аналитических зависимостей, полученных для функций изменения во времени математического ожидания  $m_s(t)$ , и функций, характеризующих изменение во времени границ отклонений возможных значений МХ от ее математического ожидания:

$$\begin{cases} m_s(\bar{\varphi}, t); \\ \psi_{\pm\sigma}(\bar{\varphi}, t) = m_s(\bar{\varphi}, t) + c \sigma_s(\bar{\varphi}, t), \end{cases} \quad (3)$$

где  $c$  – коэффициент, выбираемый в зависимости от уровня доверительной вероятности  $p$ ,  $c = 3$  при  $p = 0,9973$ .

Построенная ММ (3) является основой для оценки метрологического ресурса путем экстраполяции зависимостей (3) на область будущих значений времени эксплуатации. Очевидно, что точность полученных результатов прогнозирования будет зависеть от адекватности применяемых ММ (1) для элементной базы АБ.

Определение математического описания процесса старения элементной базы АБ ИИС под действием внешних факторов является важным условием для оценки влияния внешних воздействий на процесс изменения во времени метрологической характеристики АБ ИИС. Применение этого описания в априорной модели процесса старения элементной базы АБ ИИС позволяет корректировать априорные данные, и тем самым оценку метрологической надежности с учетом реальных условий эксплуатации. В качестве внешних дестабилизирующих факторов, как было указано выше, принимаются температура  $T$ , влажность  $F$ , давление  $P$  и радиационный фон  $E$  окружающей среды. Проведенные исследования показали, что температура  $T$  и влажность  $F$  оказывают влияние на все элементы АБ ИИС, тогда как давление  $P$  существенно влияет только на объемно пористые конденсаторы, которые могут применяться далеко не во всех ИИС. Радиационный фон  $E$  оказывает влияние на элементы микроэлектроники (микросхемы, большие и сверхбольшие интегральные схемы), а также на активные элементы (диоды, транзисторы и др.). Таким образом, при построении ММ МХ необходимо учитывать типы элементов, применяемых в АБ ИИС, так как при отсутствии тех или иных типов элементов нет необходимости вводить все упомянутые факторы в модель (1).

Известно, что деградация элементной базы происходит как на параметрическом, так и на структурном уровнях [2]. На параметрическом уровне изменения происходят из-за негативного влияния окружающей среды на параметры элементов, такие как проводимость, емкость, диэлектрическая постоянная и др.

Скорость деградации элементов в нормальных условиях  $v_0$  определяется максимальным изменением параметра  $\varepsilon_\xi$  за время  $\tau$  (срок сохраняемости)

$$v_0 = \frac{\varepsilon_\xi}{\tau}. \quad (4)$$

В условиях влияния повышенной влажности и температуры окружающей среды, а также в случае применения в АБ ИИС средств микроэлектроники, активных элементов и объемно пористых конденсаторов, учитывается влияние повышенного давления и радиационного фона, и старение ускоряется.

Количественно старение характеризуется коэффициентом ускорения и описывается уравнением [1, 2]

$$A_F = \frac{v}{v_0} = \left(\frac{F}{F_0}\right)^n \exp\left(\frac{E_a}{k}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right) \left(\frac{\ln(P - P_0)}{P - P_0}\right)^r \times \exp\left(\frac{4M_1M_2}{(M_1 + M_2)^2} NE_n - E_0\right), \quad (5)$$

где  $A_F$  – ускоряющий фактор;  $v$  – скорость деградации элементов в реальных условиях;  $E_a$  – энергия активации деградационного процесса, эВ;  $k$  – постоянная Больцмана;  $n$  – степенной показатель влажности;  $T$ ,  $T_0$  – температура в реальных и нормальных условиях эксплуатации соответственно, °С;  $F$ ,  $F_0$  – влажность в реальных и нормальных условиях эксплуатации соответственно, %;  $P$ ,  $P_0$  – давление в реальных и нормальных условиях эксплуатации соответственно, атм;

$r$  – степенной показатель давления;  $N, M_1, M_2, E_n, E_0$  – справочные значения параметров окружающей среды, определяемые на молекулярном уровне.

Согласно выражениям (4) и (5) ММ изменения во времени параметров элементной базы, в которой учитываются воздействия температуры, влажности, давления и радиации, имеет вид

$$\begin{aligned} \xi(t, F, T, P, E) &= \xi_0 (1 + v_0 A_F t) (1 + \alpha (T - T_0)) (1 + \beta (F - F_0)) \times \\ &\quad \times (1 + \rho (P - P_0)) (1 + \sigma (E - E_0)) = \\ &= \xi_0 \left[ 1 + \frac{\varepsilon_{\xi}}{\tau} \left( \frac{F}{F_0} \right)^n \left( \exp \left( \frac{E_a}{k} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right) \right) \left( \frac{\ln(P - P_0)}{P - P_0} \right)^r \times \right. \\ &\quad \left. \times \exp \left( \frac{4M_1 M_2}{(M_1 + M_2)^2} N E_n - E_0 \right) \right] \times \\ &\quad \times (1 + \alpha (T - T_0)) (1 + \beta (F - F_0)) (1 + \rho (P - P_0)) (1 + \sigma (E - E_0)), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\alpha, \beta, \rho, \sigma$  – температурный, влажностный, манометрический и радиационный коэффициенты параметра элемента соответственно.

Математическая модель вида (6) является обобщенным аналитическим описанием процесса изменения параметров элементной базы АБ ИИС при комплексном воздействии внешних факторов. Такая структура ММ применяется в процедуре статистического моделирования МХ АБ ИИС.

Изложенный подход рассмотрен на примере исследования МН преобразователя напряжение-частота (**ПНЧ**). Данный АБ входит в состав измерительного канала ИИС. Электрическая принципиальная схема этого блока представлена на рис. 1.

Метрологической характеристикой блока является основная относительная погрешность ПНЧ  $\delta$ . Условие сохранения метрологической исправности записывается в виде:  $|\delta(t)| \leq |\delta_{\text{доп}}|$ ,  $\delta_{\text{доп}} = \pm 5\%$ . Математическая модель исследуемой МХ данного преобразователя представлена в виде

$$\begin{cases} \delta = \frac{K_{\text{пр}}(t, T, F, E) - K_{\text{пр.н}}}{K_{\text{пр.н}}}; \\ K_{\text{пр}}(t, T, F, E) = \frac{1}{R_1 \frac{U_n}{R_5 + R_6} + U_{\text{БЭ}} C_1 R_2 \ln \left[ \left( 1 + \frac{R_4}{R_3} \right) \left( 1 + \frac{U_{\text{VD1}}}{U_{\text{ОУmax}}} \right) \right]}, \end{cases} \quad (7)$$

где  $K_{\text{пр}}(t, T, F, E)$  – дрейф коэффициента преобразования ПНЧ;  $K_{\text{пр.н}}$  – номинальный коэффициент преобразования;  $U_n$  – напряжение нагрузки, В;  $U_{\text{БЭ}}$  – напряжение база-эмиттер, В;  $U_{\text{VD1}}$  – значение падения напряжения, В;  $U_{\text{ОУmax}}$  – максимальное выходное напряжение операционного усилителя, В;  $C_1, R_1, R_2, \dots, R_7$  – емкостные и резистивные параметры элементной базы соответственно.

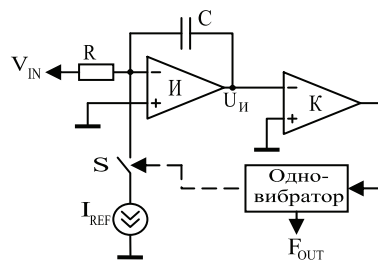


Рис. 1. Схема электрическая принципиальная ПНЧ

Необходимо отметить, что предложенная обобщенная структура ММ изменения во времени параметров элементной базы АБ с учетом внешних влияющих факторов (6) может быть упрощена, учитывая воздействие температуры  $T$ , влажности  $F$  и радиации  $E$  на соответствующие параметры элементов, входящих в (7). Давление  $P$  исключается из общей структуры ММ (6), так как в рассматриваемой схеме ПНЧ отсутствуют элементы, на которые указанный фактор оказывает существенное влияние.

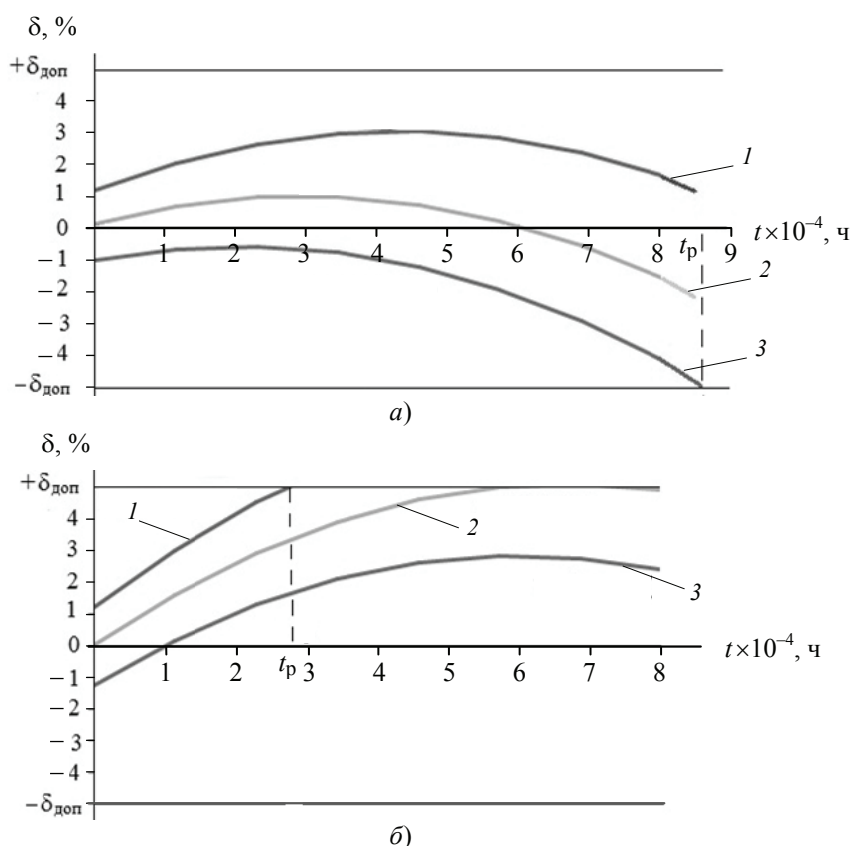
Тогда выражение (6) примет вид

$$\begin{aligned} \xi(t, F, T, P, E) &= \xi_0 (1 + v_0 A_F t) (1 + \alpha(T - T_0)) (1 + \beta(F - F_0)) (1 + \sigma(E - E_0)) = \\ &= \xi_0 \left( 1 + \frac{\varepsilon_\xi}{\tau} \left( \frac{F}{F_0} \right)^n \left( \exp \left( \frac{E_a}{k} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right) \right) \exp \left( \frac{4M_1 M_2}{(M_1 + M_2)^2} N E_n - E_0 \right) \right) \times \\ &\quad \times (1 + \alpha(T - T_0)) (1 + \beta(F - F_0)) (1 + \sigma(E - E_0)). \end{aligned} \quad (8)$$

Следующим этапом является статистическое моделирование изменения во времени основной относительной погрешности блока ПНЧ в соответствии с выбранной структурой ММ его элементной базы (8). Процедура статистического моделирования производится с учетом указанных внешних дестабилизирующих воздействий. По результатам статистического моделирования построена многофакторная ММ изменения во времени исследуемой МХ блока, учитывающая условия эксплуатации  $T, F, E$ :

$$\left\{ \begin{aligned} \Psi_{-\sigma}(t, T, F, E) &= 45,93 - 1,77 \cdot 10^{-3} t - 0,773T - 0,661F + 1,81E + \\ &+ 5,023 \cdot 10^{-6} tT + 3,967 \cdot 10^{-6} tF + 3,123 \cdot 10^{-6} tE + 3,769 \cdot 10^{-5} TFE - \\ &- 3,737 \cdot 10^{-10} t^2 + 1,12 \cdot 10^{-3} T^2 + 1,153 \cdot 10^{-4} F^2 + 1,149 \cdot 10^{-4} E^2; \\ m_s(t, T, F, E) &= 45,9303 - 1,788 \cdot 10^{-3} t - 0,77T - 0,65F + 1,807E + \\ &+ 5,0243 \cdot 10^{-6} tT + 3,9683 \cdot 10^{-6} tF + 3,1243 \cdot 10^{-6} tE + 3,7703 \cdot 10^{-5} TFE - \\ &- 3,7363 \cdot 10^{-10} t^2 + 1,095 \cdot 10^{-3} T^2 + 1,1604 \cdot 10^{-4} F^2 + 1,1507 \cdot 10^{-4} E^2; \\ \Psi_{+\sigma}(t, T, F, E) &= 45,9306 - 1,791 \cdot 10^{-3} t - 0,766T - 0,636F + 1,804E + \\ &+ 5,025 \cdot 10^{-6} tT + 3,969 \cdot 10^{-6} tF + 3,125 \cdot 10^{-6} tE + 3,771 \cdot 10^{-5} TFE - \\ &- 3,735 \cdot 10^{-10} t^2 + 1,05 \cdot 10^{-3} T^2 + 1,17 \cdot 10^{-4} F^2 + 1,1521 \cdot 10^{-4} E^2. \end{aligned} \right. \quad (9)$$

Математическая модель (9) позволяет получить массив значений метрологического ресурса, как основного показателя МН при различных сочетаниях выделенных внешних влияющих факторов. Для отслеживания процесса изменения МХ ИИС может быть построено множество графических интерпретаций для каждого из возможных комбинаций значений внешних факторов. В данной работе проиллюстрированы две графические зависимости: для наиболее благоприятных условий эксплуатации (рис. 2, а) и наиболее экстремальных условий (рис. 2, б). График на рисунке 2, а соответствует следующим условиям окружающей среды:  $T = 20$  °С;  $F = 50$  % и  $E = 50$  мкР/ч. Метрологический ресурс при этом составляет  $t_p = 85\,500$  ч. График на рисунке 2, б соответствует:  $T = 70$  °С;  $F = 90$  % и  $E = 150$  мкР/ч. Метрологический ресурс при этом  $t_p = 28\,000$  ч. На приведенных графиках видно, как существенно изменяется значение метрологического ресурса при различных значениях дестабилизирующих факторов.



**Рис. 2. Изменение во времени МХ ИИС:**

*a* –  $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $F = 50\%$ ,  $E = 50\text{ мкр/ч}$ ; *б* –  $T = 70\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $F = 90\%$ ,  $E = 150\text{ мкр/ч}$ ;

*1* –  $\psi_{+\sigma}(t, T, F, E)$ ; *2* –  $m_s(t, T, F, E)$ ; *3* –  $\psi_{-\sigma}(t, T, F, E)$

Таким образом, учет в ММ параметров элементной базы при оценке МН проектируемых АБ ИИС в предполагаемых условиях эксплуатации показывает их существенное влияние на метрологический ресурс как основной показатель МН. Анализ полученных результатов по оценке МН при проектировании АБ ИИС позволяет сформировать базу знаний, содержащую априорные значения дестабилизирующих факторов, а также законы изменения МХ в зависимости от изменения внешних влияющих воздействий.

#### Список литературы

1. Мищенко, С. В. Метрологическая надежность измерительных средств / С. В. Мищенко, Э. И. Цветков, Т. И. Чернышова. – М. : Машиностроение, 2001. – 218 с.
2. Чернышова, Т. И. Оценка и повышение метрологической надежности измерительных средств с учетом климатических воздействий / Т. И. Чернышова, М. И. Нистратов // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2011. – Т. 17, № 1. – С. 24 – 31.
3. Чернышова, Т. И. Оценка метрологического ресурса процессорных средств теплофизических измерений с учетом температурного режима эксплуатации / Т. И. Чернышова, Д. В. Игнатов // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2005. – Т. 11, № 1Б. – С. 241 – 244.

## Mathematical Modeling in the Analysis of Metrological Reliability of Analog Parts of Information-Measuring Systems

T. I. Chernyshova, V. V. Tretyakov

Department "Designing of Electronic and Microprocessor Systems", TSTU;  
crems@crems.jesby.tstu.ru

**Key words and phrases:** analog part; outward influencing factor; information-measuring system; mathematical model; metrological reliability; metrological feature; metrological resource.

**Abstract:** Mathematic model of metrological characteristic changing of analog blocks of information measuring systems was developed with regard to the outward influencing factors. Also, general mathematic model of elements parameters was developed. It can be used in statistic modeling procedure of metrological characteristics to examine measuring devices that allow analyzing metrological reliability level in different operation periods. The main characteristic of metrological reliability of analog blocks of information measuring systems is metrological resource. There are research results of metrological reliability of analog block in the article, that enter into the composition of measuring tract of information measuring systems. Also, there are metrological resource values according to different destabilizing factors values and different time periods. The main advantage of this method of mathematic modeling of metrological characteristics is the possibility to determine the metrological reliability level of measuring device according to any operation period given the combined outward influencing factors.

### References

1. Mishchenko S.V., Tsvetkov E.I., Chernyshova T.I. *Metrologicheskaya nadezhnost' izmeritel'nykh sredstv* (Metrological reliability of measuring devices), Moscow: Mashinostroenie, 2001, 218 p.
2. Chernyshova T.I. Nistratov M.I. *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2011, vol. 17, no. 1, pp. 24-31.
3. Chernyshova T.I. Ignatov D.V. *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2005, vol. 11, no. 1B, pp. 241-244.

---

## Mathematische Modellierung bei der Analyse der metrologischen Zuverlässigkeit der Analogblöcke der Informationsmeßsysteme

**Zusammenfassung:** Es ist das mathematische Modell der Veränderung in der Zeit der metrologischen Charakteristiken der Analogblöcke Informationsmeßsysteme unter Berücksichtigung der äußerlichen beeinflussenden Faktoren, sowie das verallgemeinerte mathematische Modell der Parameter der Elementbasis, verwendet in der Prozedur der statistischen Modellierung der metrologischen Charakteristiken der untersuchten Messmittel, zulassend entwickelt, ihr Niveau der metrologischen Zuverlässigkeit in verschiedenen Etappen des Betriebes zu analysieren. Als Hauptkennziffer der metrologischen Zuverlässigkeit der Analogblöcke der Informationsmeßsysteme ist die metrologische Ressource betrachtet. Es sind die Ergebnisse der Forschung der metrologischen Zuverlässigkeit des typisierten Blocks,

der den Messkanal der Informationsmeßsysteme bildet gebracht, es sind die Bedeutungen der metrologischen Ressource bei verschiedenen Bedeutungen der destabilisierenden Faktoren und in verschiedenen vorübergehenden Schnitten bekommen. Ein Hauptvorteil des angebotenen Herangehens an die mathematische Modellierung der metrologischen Charakteristiken ist die Möglichkeit der Bestimmung des Niveaus der metrologischen Zuverlässigkeit des Messmittels in einer beliebigen Etappe des Betriebes unter Berücksichtigung der gemeinsamen Handlung der sich ändernden äußerlichen Faktoren.

---

### **Modélage mathématique lors de l'analyse de la sécurité métrologique des unités analogiques des systèmes d'information et de mesure**

**Résumé:** Est élaboré le modèle mathématique du changement dans le temps de la caractéristique des unités analogiques des systèmes d'information et de mesure compte tenu des facteurs extérieurs ainsi que le modèle mathématique généralisé des paramètres de la base élémentaire utilisée dans la procédure du modélage statistique des caractéristiques métrologiques des moyens de mesure étudiés permettant d'analyser le niveau de leur sécurité métrologique aux différentes étapes de l'exploitation. En qualité de l'indice essentielle de la sécurité métrologique des unités analogiques des systèmes d'information et de mesure est examinée une ressource métrologique. Sont cités les résultats de l'étude de la sécurité métrologique de l'unité type, sont obtenues les valeurs de la ressource métrologique. L'avantage principale de l'approche proposée envers le modélage mathématique des caractéristiques métrologiques est la possibilité de la définition du niveau de la sécurité métrologique du moyen de mesure à n'importe quelle étape de l'exploitation compte tenu l'action commune des facteurs extérieurs.

---

**Авторы:** *Чернышова Татьяна Ивановна* – доктор технических наук, профессор кафедры «Конструирование радиоэлектронных и микропроцессорных систем», директор института энергетики, приборостроения и радиоэлектроники; *Третьяков Владимир Владиславович* – аспирант кафедры «Конструирование радиоэлектронных и микропроцессорных систем», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».

**Рецензент:** *Пудовкин Анатолий Петрович* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Радиотехника», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».

---