Автоматика. Информатика. Управление. Приборы

УДК 621.38

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СОСТОЯНИЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ ПРИ ЭРЛАНГОВСКОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ВРЕМЕН РАБОТЫ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИХ ЭЛЕМЕНТОВ

А. Ф. Алькубати, Д. Ю. Муромцев, В. Н. Шамкин

Кафедра «Конструирование радиоэлектронных и микропроцессорных систем», ФГБОУ ВПО «ТГТУ»; crems@crems.jesby.tstu.ru

Ключевые слова и фразы: закон распределения; надежность; сложная система; случайная величина; состояния функционирования; стационарная вероятность; элемент.

Аннотация: Сформулированы и доказаны утверждения о том, что для сложной системы с эрланговским распределениям времени работы и ремонта ее элементов расчет стационарных вероятностей состояний функционирования, характеризующих надежность системы, можно свести к расчету вероятностей состояний некоторой эквивалентной системы. Эта система имеет более сложную структуру, причем времена работы и ремонта ее элементов являются показательно-распределенными случайными величинами с определенным образом подобранными математическими ожиданиями, благодаря чему появляется возможность расчета ее надежности с использованием традиционного подхода. Рассуждения проиллюстрированы примерами. Получены соотношения для вычисления граничных (нижних и верхних) значений вероятностей состояний, которые носят рекуррентный вид, отмечена их высокая точность.

Обозначения

$H^{\text{эр}}$, H – множество состояний функционирования системы с эрланговским и экспоненциальным распределением соответственно;

$H_j^{\text{эр}}$, H_j – состояние функционирования системы с j-отказавшими элементами с эрланговским и экспоненциальным распределением соответственно;

k_i – порядок эрланговского распределения времени работы или ремонта i-го элемента;

n – число элементов в системе;

$P_j, P_j^{\text{н}}, P_j^{\text{в}}$ – точное, нижнее и верхнее значения вероятностей состояния функционирования системы с j-отказавшими элементами с эрланговским распределением соответственно;

$p_j, p_j^{\text{н}}, p_j^{\text{в}}$ – точное, нижнее и верхнее значения вероятностей состояния функционирования системы с j-отказавшими элементами с экспоненциальным распределением соответственно;

r – число ремонтников;

S_n – сложная система, состоящая из n элементов;

$T_i, \overline{T_i}$ – случайное и среднее время работы i-го элемента соответственно;

$\theta_i, \overline{\theta_i}$ – случайное и среднее время ремонта i-го элемента соответственно, ч;

$\overline{\theta}, \hat{\theta}$ – средние арифметическое и геометрическое значений θ_i ($i = \overline{1, n}$) соответственно, ч;

Λ_i, M_i – параметры эрланговского распределения времени работы и ремонта i-го элемента соответственно, ч$^{-1}$;

$\overline{\lambda}$, $\hat{\lambda}$ – средние арифметическое и геометрическое значений λ_i ($i = \overline{1, n}$) соответственно, ч$^{-1}$;

λ_i, μ_i – интенсивность отказа и ремонта i-го элемента соответственно, ч$^{-1}$.

Введение

При нахождении вероятностей состояний функционирования (**ВСФ**) сложных систем, обусловленных ненадежностью их элементов, нередко предполагается, что закон распределения соответствующих случайных величин − времен работы и ремонта элементов, является экспоненциальным (показательным). Использование экспоненциального распределения при расчете объясняется, главным образом, известными его свойствами, позволяющими существенно упростить применяемый математический аппарат. К сожалению, такое предположение не всегда допустимо, поскольку на практике распределения упомянутых случайных величин отличаются от экспоненциального распределения. Например, опыт эксплуатации локальных автоматических систем регулирования (**АСР**), которые можно рассматривать как элементы автоматизированной системы управления технологическими процессами (**АСУТП**), показал, что распределения времени их работы и ремонта нередко близки к эрланговскому распределению [1].

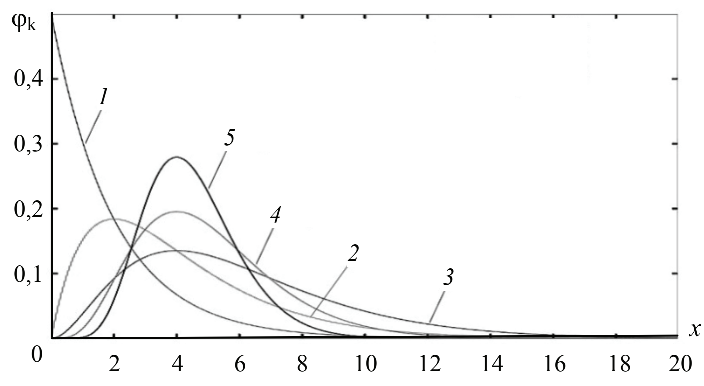
Распределением Эрланга k-го порядка называется распределение, описывающее непрерывную случайную величину (время работы или время ремонта) X, принимающую положительные значения в интервале (0; + ∞) и представляющую собой сумму k независимых случайных величин, распределенных по одному и тому же экспоненциальному закону с параметром λ. Функция и плотность распределения Эрланга k-го порядка имеют вид:

$$F_k(x) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda x} \sum_{m=0}^{k-1} \frac{(\lambda x)^m}{m!}; \qquad \varphi_k(x) = \frac{\lambda (\lambda x)^{k-1}}{(k-1)!} \mathrm{e}^{-\lambda x},$$

где λ и k − положительные параметры распределения ($\lambda \geq 0$; $k = 1, 2, \ldots$); $x \geq 0$ − непрерывная случайная величина.

Математическое ожидание и дисперсия равны соответственно k/λ и k/λ^2.

Поскольку распределение Эрланга является двухпараметрическим, то оно может использоваться для аппроксимации реальных распределений по двум первым моментам с помощью подбора его параметров. В качестве примера, иллюстрирующего этот факт, на рисунке показаны плотности распределения Эрланга: при $\lambda = 2{,}0$ для $k = 1, 2, 3$; при $\lambda = 1{,}0$ для $k = 5$; при $\lambda = 0{,}5$ для $k = 9$ [2]. При $k = 1$ распределение Эрланга вырождается в экспоненциальное, а при $k \to \infty$ приближается к нормальному распределению.



Плотности распределения Эрланга:
1 – $k = 1$, $\lambda = 2{,}0$; *2* – $k = 2$, $\lambda = 2{,}0$; *3* – $k = 3$, $\lambda = 2{,}0$; *4* – $k = 5$, $\lambda = 1{,}0$; *5* – $k = 9$, $\lambda = 0{,}5$

Поскольку математическое ожидание распределения Эрланга зависит от значения параметра k, то создаются определенные проблемы при аппроксимации реальных распределений законом Эрланга. Однако они отсутствуют при аппроксимации нормированным распределением Эрланга.

Далее рассматривается сложная система, состоящая из n элементов. Предполагается, что каждый элемент может находиться в двух состояниях – исправная работа и отказ, времена работы и ремонта элементов подчиняются эрланговским различного порядка законам распределения, обслуживание ограниченное. Требуется определить стационарные вероятности состояний системы, обусловленные отказом и ремонтом ее элементов.

Расчет вероятностей состояний систем связан с решением систем алгебраических уравнений высокой размерности, поскольку использование распределения Эрланга позволяет представить время перехода системы из одного состояния в другое как сумму случайных отрезков времени с показательными распределениями, и рассматривать множество состояний, дополненное некоторыми фиктивными промежуточными состояниями. С увеличением числа элементов n системы и порядка k эрланговского распределения размерность задачи чрезвычайно быстро возрастает за счет роста промежуточных состояний. Предлагается преодолевать эти трудности с помощью определения граничных значений вероятностей состояний [3].

Чтобы проводимые рассуждения не были слишком громоздкими, ограничимся двумя случаями: первый – время работы элементов системы подчиняется эрланговскому распределению, а время ремонта – экспоненциальному; второй – время работы элементов подчиняется экспоненциальному закону, а время ремонта – эрланговскому.

Основные утверждения

Обозначим через $S_n\,(k_i,\ \Lambda_i;\ \mu_i;\ r)$ сложную систему, состоящую из n элементов, в которой время T_i работы i-го элемента подчиняется распределению Эрланга k_i-го порядка с параметром Λ_i, время ремонта θ_i – экспоненциальному распределению с параметром μ_i – интенсивностью ремонта, а отказы элементов устраняются в порядке очереди r ремонтниками. Если порядки $k_1 = k_2 = \ldots = k_n$ распределений Эрланга для всех элементов одинаковы и параметры $\mu_1 = \mu_2 = \ldots =$ $= \mu_n = \mu$ показательного распределения также равны, то система обозначается $S_n\,(k,\ \Lambda_i;\ \mu;\ r)$. При показательном распределении времени работы всех элементов, то есть когда порядки $k_i = 1,\ i = \overline{1,n}$ в эрланговском распределении, то система обозначается $S_n\,(\lambda_i;\ \mu;\ r)$.

Множество возможных состояний функционирования системы $S_n\,(k_i;\ \Lambda_i;\ \mu;\ r)$ обозначим через $H^{\text{эр}}$, а системы $S_n\,(\lambda_i;\ \mu;\ r) - H$. Выделим в $H^{\text{эр}}$ следующие множества: $H_0^{\text{эр}}$ – нормального функционирования системы, когда исправны все ее элементы; H_j – характеризующееся j отказавшими элементами.

Заметим, что для $S_n\,(k_i;\ \Lambda_i;\ \mu;\ r)$ $H^{\text{эр}} = \bigcup_{j=0}^{n} H_j^{\text{эр}}$ и аналогично для $S_n\,(\lambda_i;\ \mu;\ r)$ – $H = \bigcup_{j=0}^{n} H_j$ через P_j и p_j обозначим вероятности нахождения систем $S_n\,(k_i,\ \Lambda_i;\ \mu;\ r)$

и $S_n(\lambda_i; \mu; r)$ в $H_j^{\text{эр}}$ и H_j соответственно. Очевидно, $P_j = \sum_{\nu \in H_j^{\text{э}}} P_\nu$ и $p_j = \sum_{\nu \in H_j^{\text{э}}} p_\nu$, где P_ν или p_ν – вероятности ν-го состояния системы, определяемого набором отказавших элементов.

Утверждение 1. Для систем $S_n(k_i; \Lambda_i; \mu; r)$ и $S_n(\lambda_i; \mu; r)$ справедливо равенство

$$P_j = p_j, \quad j = \overline{0, n}, \tag{1}$$

если

$$\lambda_i = \frac{\Lambda_i}{k}, \quad i = \overline{1, n}.$$

Доказательство. Известно [4], что для $S_n(\lambda_i; \mu; 1)$

$$p_j = j!\mu^{n-j} \sum\nolimits_{n,j}^{\lambda} \Big/ z, \quad j = \overline{0, n}, \tag{2}$$

где

$$z = \sum_{j=0}^{n} j!\mu^{n-j} \sum\nolimits_{n,j}^{\lambda},$$

где $\sum_{n,j}^{\lambda}$ – элементарный симметрический многочлен из n элементов λ_1, λ_2, ..., λ_n по j [5]. Методом математической индукции можно показать, что для $S_n(k_i, \Lambda_i; \mu; 1)$

$$p_j = j!(k\mu)^{n-j} \sum\nolimits_{n}^{\Lambda} \Big/ z, \quad j = \overline{0, n}, \tag{3}$$

причем

$$z = \sum_{j=0}^{n} j!(k\mu)^{n-j} \sum\nolimits_{n,j}^{\Lambda}, \tag{4}$$

где $\sum_{n,j}^{\Lambda}$ – элементарный симметрический многочлен из n элементов Λ_1, Λ_2, ..., Λ_n по j.

Если $\Lambda_j = k\lambda_j$, то $\sum_{n,j}^{\Lambda} = k^j \sum_{n,j}^{k}$ и $z = k^n z$, и, следовательно, на основании (3) и (4) равенство (1) для $r = 1$ справедливо.

Выполнение равенства (1) при $r = n$ очевидно. Поскольку (1) справедливо для крайних случаев обслуживания – полностью ограниченное ($r = 1$) и неограниченное ($r = n$), то оно справедливо и при $1 < r < n$. Таким образом, *утверждение 1* доказано.

Обозначим вероятности состояний H_j, $j = \overline{0, n}$, системы $S_n(\lambda; \mu; r)$ через p_j^{λ}, $j = \overline{0, n}$.

Утверждение 2. Для систем $S_n(k_i; \Lambda_i; \mu; r)$ и $S_n(\lambda; \mu; r)$

$$P_j \geq p_j^{\lambda}, \quad j = \overline{0, n}, \tag{5}$$

если

$$\lambda = \frac{1}{nk} \sum_{i=1}^{n} \Lambda_i.$$

Доказательство. Рассмотрим системы $S_n(\lambda_i;\ \mu;\ r)$ и $S_n(\lambda;\ \mu;\ r)$, для которых справедливы соотношения [3]

$$p_j = b_j \mu^{n-j} \sum\nolimits_{n,j}^{\lambda} \Big/ z, \quad j = \overline{0,n}, \tag{6}$$

$$p_j^{\lambda} = b_j \binom{n}{j} \mu^{n-j} \lambda^j \Big/ z_{\lambda}, \quad j = \overline{0,n}, \tag{7}$$

где

$$b_j = \begin{cases} 1, & j \le r; \\ j!\left(r!\, r^{j-r}\right)^{-1}, & j > r; \end{cases}$$

$$z = \sum_{i=1}^{n} b_i\, \mu^{n-j} \sum\nolimits_{n,j}^{\lambda} ;$$

$$z_{\lambda} = \sum_{i=0}^{n} b_i \binom{n}{i} \mu^{n-i}\, \lambda^i .$$

Если $\lambda = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \lambda_i$, то

$$z \le z_{\lambda}, \tag{8}$$

так как, согласно [5]

$$\sum\nolimits_{n,j}^{\lambda} \le \binom{n}{j} \lambda^j, \quad j = \overline{0,n}.$$

Из того, что в формулах (6), (7) при $j = \overline{0,n}$

$$b_j \mu^{n-j} \sum\nolimits_{n,j}^{\lambda} = b_j \binom{n}{j} \mu^{n-j} \lambda^j$$

следует с учетом (8), что

$$P_j \ge P_j^{\lambda}, \quad j = \overline{0,n}. \tag{9}$$

Принимая во внимание (1), убеждаемся в справедливости (5).

Очевидно также следующее утверждение.

Утверждение 3. Для систем $S_n(k_i;\ \Lambda_i;\ \mu;\ r)$ и $S_n(\lambda_i;\ \mu;\ r)$ справедливы соотношения для вероятностей безотказной работы

$$P_0 \ge P_0^{\lambda}, \tag{10}$$

если

$$\lambda = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{\Lambda_i}{k_i}.$$

Рассмотрим ситуацию, когда время ремонта эрланговское, и обозначим через $S_n(\lambda;\ k,\ M;\ r)$ систему, элементы которой имеют время работы экспоненциальное, а время ремонта, подчиняющееся распределению Эрланга k-го порядка с параметром M.

Утверждение 4. Для систем $S_n(\lambda;\ k;\ M;\ r)$ и $S_n(\lambda;\ \mu;\ r)$ при $\mu = M/k$

$$P_0 \le p_0, \tag{11}$$

а для систем $S_n(\lambda; k_1; M_1; r)$ и $S_n(\lambda; k_2; M_2; r)$ при

$$\frac{M_1}{k_1} = \frac{M_2}{k_2};$$

$$P_0(k_1) \geq P_0^{\lambda}(k_2).$$

Доказательство можно получить методом индукции, последовательно рассматривая системы из двух, трех и т.д. элементов при соответствующем увеличении порядка распределения Эрланга.

Иллюстративные примеры

Справедливость сформулированных и доказанных утверждений проиллюстрируем применительно к *утверждению 1*.

В качестве примера рассмотрим систему, состоящую из двух элементов, времена работы которых имеют эрланговские различного порядка законы распределения с параметрами Λ_i ($i = 1, 2$), а времена их восстановления подчиняются экспоненциальному закону распределения с параметрами μ_i. Обсуждаются различные режимы обслуживания: ограниченное ($r = 1$) и неограниченное ($r = n = 2$).

В таблице приведены результаты расчета вероятностей состояний систем с эрланговскими законами распределения времени работы элементов для $k = 0, 1, 2$. При этом эрланговский нулевого порядка закон распределения – экспоненциальный закон.

Вероятности состояний системы из двух элементов с эрланговскими законами распределения времени работы элементов

λ_1	λ_2	μ_1	μ_2	r	p_0	p_1	p_2	p_{12}	p_{21}
Эрланговское распределение нулевого порядка, $k = 0$ (экспоненциальное распределение)									
	0,1		1	1	0,819672	0,81967	0,081967	0,008197	0,008197
0,1	0,2	1	1	1	0,746269	0,074627	0,149254	0,014925	0,014925
	0,2		2	2	0,826446	0,082645	0,082645	0,005510	0,002755
Λ_1	Λ_2	μ_1	μ_2	r	P_0	P_1	P_2	P_{12}	P_{21}
Эрланговское распределение первого порядка, $k = 1$									
	0,2		1	1	0,819672	0,0819572	0,0819672	0,008197	0,008197
0,2	0,4	1	1	1	0,746269	0,074627	0,149254	0,014925	0,014925
	0,4		2	2	0,826448	0,082644	0,082645	0,005510	0,002755
Эрланговское распределение второго порядка, $k = 2$									
	0,3		1	1	0,819672	0,081967	0,081967	0,008197	0,003197
0,3	0,6	1	1	1	0,74626	0,074627	0,149254	0,014925	0,014925
	0,6		2	2	0,826446	0,082645	0,082645	0,005510	0,002755

Нахождение вероятностей состояний p_j для систем S_2 (λ_i; μ_i; r) с экспоненциальным распределением времени работы и ремонта элементов и вероятностей P_j для систем S_2 (k_i; Λ_i; μ; r) с эрланговским распределением времени работы элементов и экспоненциальным распределением времени ремонта S_2 (λ_i; μ_i; r) осуществлялось традиционным методом [6]. Для каждой системы составлялся граф состояний, причем для систем с эрланговским распределением вводились промежуточные (фиктивные) состояния. Это объясняется тем, что распределение Эрланга позволяет представить время перехода из одного состояния (фактического) в другое (фактическое) как сумму случайных отрезков времени с показательным распределением и рассматривать расширенный граф с промежуточными (фиктивными) состояниями.

В примере число состояний функционирования: при $k = 0$, $N = 5$; $k = 1$, $N = 19$; $k = 2$, $N = 65$. По графу состояний в каждом случае записывалась система из соответствующего числа алгебраических уравнений, решая которые находились интересующие вероятности состояний. При этом вероятности P_ν промежуточных состояний суммировались и определялись вероятности P_j.

Как видно из таблицы, для всех рассматриваемых случаев $p_j = P_j$ ($j = 0$; 1; 2; 12; 21). Такие же результаты получались и при более высоких порядках эрланговского распределения.

Аналогично можно проиллюстрировать и другие утверждения.

Определение граничных значений вероятностей состояний функционирования

Доказанные утверждения 1 – 4 позволяют проводить расчет сложных систем при неэкспоненциальных законах распределения времен работы и ремонта их элементов, когда эти законы могут быть аппроксимированными эрланговскими распределениями какого-либо порядка. При этом, поскольку в процессе рассуждений появляются так называемые «фиктивные состояния», число которых может быть в зависимости от числа элементов n и порядка k распределения, очень велико, то возникают определенные вычислительные трудности при определении вероятностей состояний сложных систем в режиме реального времени.

Предлагается использовать следующие соотношения для вычисления граничных значений вероятностей состояний сложных систем с эрланговскими распределениями времени работы и ремонта их элементов, полученные на основе идей, изложенных в работе [3].

Для систем S_n (k_i; Λ_i; μ; r) граничные значения вероятностей состояний вычисляются с помощью следующих рекуррентных соотношений:

– нижние граничные значения

$$P_0^{\text{н}} = \left(\sum_{j=0}^{n} a_j \right)^{-1}; \tag{12}$$

$$a_0 = 1; \qquad a_{j+1} = \begin{cases} \dfrac{(n-j)}{(j-1)} \dfrac{\overline{\lambda}}{\mu} a_j, & j < r; \\ \dfrac{(n-j)}{(j-1)} \dfrac{\overline{\lambda}}{\mu} a_j, & j \ge r; \end{cases}$$

$$P_1^{\text{н}} \ge P_0^{\text{н}} \frac{n\lambda}{\mu}; \quad P_{j+1}^{\text{н}} = \begin{cases} \frac{(n-j)}{(j-1)} \frac{\hat{\lambda}}{\mu} P_j^{\text{н}}, & j < r; \\ \frac{(n-j)}{r} \frac{\hat{\lambda}}{\mu} P_j^{\text{н}}, & j \ge r, \end{cases} \tag{13}$$

где

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{nk} \sum_{i=1}^{n} \Lambda_i; \quad \hat{\lambda} = \frac{1}{k} \left(\prod_{i=1}^{n} \Lambda_i \right)^{\frac{1}{n}};$$

– верхние граничные значения

$$P_0^{\text{в}} = \left(\sum_{j=0}^{n} b_j \right)^{-1};$$

$$b_j = a_j, \quad j = 0,1; \quad b_{j+1} = \begin{cases} \frac{(n-j)}{(j+1)} \frac{\hat{\lambda}}{\mu} b_j, & j < r; \\ \frac{(n-j)}{r} \frac{\hat{\lambda}}{\mu} b_j, & j \ge r, \end{cases} \tag{14}$$

$$P_{j+1}^{\text{в}} = \begin{cases} \frac{(n-j)}{(j+1)} \frac{\lambda}{\mu} P_j^{\text{в}}, & j < r; \\ \frac{(n-j)}{t} \frac{\lambda}{\mu} P_j^{\text{в}}, & j \ge r. \end{cases} \tag{15}$$

Для систем S_n (λ; k, M; r) формулы вычисления граничных значений вероятностей имеют следующий вид:

– нижние граничные значения

$$P_0^{\text{н}} = \left(\sum_{j=0}^{n+1} c_j \right)^{-1}; \tag{16}$$

$$c_0 = 1; \quad c_1 = n\frac{\lambda}{\mu}; \quad c_{j+1} = \begin{cases} \frac{(n+1-j)}{r} \frac{\lambda}{\mu} c_j, & j < r; \\ \frac{(n+1-j)}{r} \frac{\lambda}{\mu} c_j, & j \ge r, \end{cases}$$

$$P_1^{\text{н}} = P_0^{\text{н}} \frac{n\lambda}{\mu}; \qquad P_{j+1}^{\text{н}} = \begin{cases} \frac{(n-j)}{(j+1)} \frac{\lambda}{\mu} P_j^{\text{н}}, & j < r; \\ \frac{(n-j)}{r} \frac{\lambda}{\mu} P_j^{\text{н}}, & j \ge r, \end{cases} \tag{17}$$

$$\mu = \frac{M}{k}.$$

Верхние граничные значения определяются соотношениями, подобными (13) – (14).

Соотношения (12) – (17) для расчета граничных значений ВСФ носят рекуррентный вид. Показана их высокая точность.

Заключение

Для нахождения ВСФ сложных систем требуется достаточный статистический материал о надежности их элементов, который по мере функционирования необходимо периодически пополнять.

Результаты работы предполагается использовать в региональных газовых хозяйствах при оперативном определении ВСФ ситуаций, связанных с отказами основного оборудования газотранспортной системы, технических и программных средств информационных систем, ошибками персонала и другими факторами. Эти вероятности определяются в рамках информационной системы поддержки принятия решений при управлении рисками, благодаря чему снижается уровень неопределенности руководителя при анализе возникающих ситуаций, что помогает ему более обосновано принимать адекватные решения. Кроме того, результаты могут быть полезны при решении задач анализа и синтеза радиосистем на множестве состояний функционирования [7].

Список литературы

1. Муромцев, Ю. Л. Проблемы энергосберегающего управления / Ю. Л. Муромцев // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2004. – Т. 10, № 2. – С. 358 – 366.
2. Алиев, Т. И. Основы моделирования дискретных систем : учеб. пособие / Т. И. Алиев. – СПб. : С.-Петерб. гос. ун-т информ. технологий, механики и оптики, 2009. – 363 с.
3. Муромцев, Ю. Л. Определение границ показателей надежности сложных систем / Ю. Л. Муромцев // Автоматика и телемеханика. – 1977. – № 3. – С. 177 – 190.
4. Гнеденко, Б. В. Математические методы в теории надежности. Основные характеристики надежности и их статистический анализ / Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. – М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1965. – 524 с.
5. Мишина, А. П. Высшая алгебра. Линейная алгебра, многочлены, общая алгебра / А. П. Мишина, И. В. Проскуряков ; под ред. П. К. Рашевского. – 2-е изд., испр. – М. : Наука, 1965. – 300 с.
6. Сандлер, Дж. Техника надежности систем / Дж. Сандлер ; пер. с англ. А. Л. Райкина. – М. : Наука, 1966. – 300 с.
7. Муромцев, Д. Ю. Анализ и синтез радиосистем на множестве состояний функционирования / Д. Ю. Муромцев, Ю. Л. Муромцев // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2008. – Т. 14, № 2. – С. 241 – 251.

Defining the Probabilities of Functioning States of Complicated Systems under Erlang Distribution of Work and Restoration Periods of its Elements

A. F. Alqubati, D. Yu. Muromtsev, V. N. Shamkin

Department "Design of Radio-Electronic and Microprocessor Systems", TSTU; crems@crems.jesby.tstu.ru

Key words and phrases: complicated system; element; law of distribution; occasional magnitude states functioning; reliability; stationary probability.

Abstract: The paper formulates and proves the statement that for complicated systems with Erlang distribution of work and restoration periods of time, the calculation of stationary probabilities of functioning states, characterizing the system reliability, can be reduced to the calculation of the state probabilities of some equivalent system. The system has a more complicated structure with work and restoration periods of its elements being significantly distributive random values with specifically selected mathematical expectations. It brought the possibility to calculate its reliability using a traditional approach. All arguments were illustrated with examples. The authors produced correlations for calculations of the boundary values (lowest and highest) of the state probabilities with a recurrent form and high accuracy.

References

1. Muromtsev Yu.L. *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2004, vol. 10, no. 2, pp. 358-366.
2. Aliev T.I. *Osnovy modelirovaniya diskretnykh sistem* (Fundamentals of simulation of discrete systems), St. Petersburg: Sankt-Peterburgskii gosudarstvennyi universitet informatsionnykh tekhnologii, mekhaniki i optiki, 2009, 363 p.
3. Muromtsev Yu.L. *Automation and Remote Control*, 1977, no. 3, pp. 177-190.
4. Gnedenko B.V., Belyaev Yu.K., Solov'ev A.D. *Matematicheskie metody v teorii nadezhnosti. Osnovnye kharakteristiki nadezhnosti i ikh statisticheskii analiz* (Mathematical methods in reliability theory. Main characteristics of reliability and statistical analysis), Moscow: Nauka, Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoi literatury, 1965, 524 p.
5. Mishina A.P., Proskuryakov I.V.; Rashevskii P.K. (Ed.) *Vysshaya algebra. Lineinaya algebra, mnogochleny, obshchaya algebra* (Higher algebra. Linear algebra, polynomials, general algebra), Moscow: Nauka, 1965, 300 p.
6. Sandler G.W. *Tekhnika nadezhnosti sistem* (System Reliability Engineering), Moscow: Nauka, 1966, 300 p.
7. Muromtsev D.Yu., Muromtsev Yu.L. *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2008, vol. 14, no. 2, pp. 241-251.

Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten der Zustände des Funktionierens der komplizierten Systeme bei der Verteilung der Arbeitszeit von Erlang und der Wiederherstellung ihrer Elemente

Zusammenfassung: Es sind die Behauptungen darüber abgefasst und bewiesen, dass man für das komplizierte System mit den Erlangverteilungen der Arbeitszeit und der Reparatur ihrer Elemente die Berechnung der stationären Wahrscheinlichkeiten der Zustände den Funktionieren, die die Zuverlässigkeit des Systems charakterisieren, auf die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten der Zustände einigen äquivalenten Systems zurückführen kann. Dieses System hat die kompliziertere Struktur, wobei die Zeiten der Arbeit und der Reparatur ihrer Elemente die vorbildlichen-verteilten Zufallsgrößen mit einer bestimmten Weise von den ausgewählten mathematischen Erwartungen sind, dank wem die Möglichkeit der Berechnung ihrer Zuverlässigkeit unter Ausnutzung des traditionellen Herangehens erscheint. Die Überlegungen sind von den Beispielen exemplifiziert. Es sind die Verhältnisse für die Berechnung rand- (unter bekommen und ober) der Bedeutungen der Wahrscheinlichkeiten der Zustände, die die rekurrente Art tragen, ist ihre hohe Genauigkeit bemerkt.

Définition des probabilities des états du fonctionnement des systèmes complexes lors de la répartition Erlang du temps du travail et de la restauration de ses éléments

Résumé: Sont formulées et prouvées les affirmations sur le fonctionnement des systèmes complexes lors de la répartition Erlang du temps du travail et de la restauration de ses éléments. Ce système a une structure très complexe; le temps du travail et de la réparation de ses éléments sont des grandeurs occasionnelles du caractère démonstratif et répartie avec les attentes mathématiques relevées de la façon déterminée grace à quoi on a la possibilité du calcul de la sécurité avec l'utilisation de l'approche traditionnelle. Sont cités les exemples. Sont reçues les relations pour le calcul des grandeurs de limites (inférieures et supérieures) des états de probabilité qui ont une vue recurrente; est marquée leur haute précision.

Авторы: ***Алькубати Амер Файсал*** – аспирант кафедры «Конструирование радиоэлектронных и микропроцессорных систем»; ***Муромцев Дмитрий Юрьевич*** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Конструирование радиоэлектронных и микропроцессорных систем»; ***Шамкин Валерий Николаевич*** – доктор технических наук, профессор кафедры «Конструирование радиоэлектронных и микропроцессорных систем», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».

Рецензент: ***Соколов Михаил Владимирович*** – доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Технология машиностроения, металлорежущие станки и инструменты», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».
