

## ВОПРОСЫ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ЭЛЕКТРОБАРОМЕМБРАННЫХ АППАРАТАХ ПЛОСКОКАМЕРНОГО ТИПА

В. Ю. Богомолов, С. И. Лазарев

*Кафедра «Прикладная геометрия и компьютерная графика», ТГТУ;  
geometry@mail.nnn.tstu.ru*

**Ключевые слова и фразы:** водопроницаемость; коэффициент задержания; мембрана; разделение; температура; теплоперенос; электробаромембранный аппарат.

**Аннотация:** Разработана математическая модель для расчета теплопереноса в электробаромембранных аппаратах плоскокамерного типа, работающих с наложением электрического поля. Проведена апробация разработанной модели и проанализировано влияние тепловых процессов на разделение и концентрирование промышленных растворов.

---

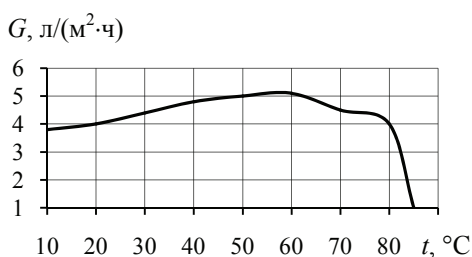
Все большее распространение в последние годы получают электробаромембранные аппараты, в которых процесс разделения протекает при наложении электрического поля. При разделении и концентрировании промышленных растворов такие аппараты имеют неоспоримые преимущества и показывают лучшие рабочие характеристики, чем обусловлено их широкое применение в будущем.

Однако, в аппаратах с наложением электрического поля, часть электроэнергии расходуется на нагрев элементов аппарата и разделяемого раствора, что связано с разницей электропроводности растворов, мембран и элементов аппарата. При прохождении электрического тока через элементы с различной электропроводностью образуется различное количество тепла, что приводит к нагреванию этих элементов до различных температур. Это приводит к возникновению теплообмена между элементами различной температуры.

Известно, что температурные условия существенно влияют на кинетические характеристики мембранных процессов. Влияние это может проявляться как в положительную, так и в отрицательную сторону. Так, известен эффект улучшения характеристик разделения капиллярно-пористых мембран с повышением температуры [1]. Этот эффект широко применим при работе с растворами повышенной температуры, приводя к интенсификации процесса без затрат на охлаждение раствора. Однако положительный эффект достигается не для всех систем.

При разделении неорганических растворов влияние температуры на коэффициент задержания и водопроницаемость ацетатцеллюлозных мембран проявляется следующим образом (рис. 1).

С повышением температуры до 50 °С водопроницаемость мембран сначала увеличивается, а затем уменьшается с достижением нулевого значения при 85 °С. При этом коэффициент задержания мембраны стабильно растет с повышением температуры.



**Рис. 1. Зависимость водопроницаемости ацетатцеллюлозной мембраны  $G$  от температуры  $t$  для 1%-го раствора NaCl при давлении 12 МПа**

При рассмотрении процесса разделения органических веществ с повышением температуры, также наблюдается рост коэффициента задержания, что, вероятно, объясняется увеличением вероятности образования крупных комплексов вследствие столкновения неполярных молекул. Такие комплексы блокируют поры, связываясь с поверхностью полимера, и уменьшают поперечное сечение потока жидкости, что соответственно означает и снижение водопроницаемости мембран.

Таким образом, влияние температуры на разделение зависит от природы растворенных веществ. Особенно важно учитывать природу растворенных веществ при разделении растворов, чувствительных к повышенным температурам. Так, при мембранном разделении молочных и сывороточных растворов в молочной промышленности нагрев раствора приводит к быстрому сбраживанию его компонентов и невозможности их дальнейшего использования. Процессы сбраживания приводят к необходимости остановки технологических линий с целью их полной промывки, что влечет за собой неизбежные финансовые и временные потери.

Повышение температуры в процессе мембранного разделения в ряде случаев влечет к интенсивному нагреванию самих мембран, которые, в зависимости от природы, могут не только показывать высокую чувствительность к рабочей температуре, но и разрушаться под ее влиянием.

Из вышесказанного следует, что при рассмотрении параметров процессов мембранного разделения с наложением электрического поля, необходимо учитывать процессы теплопереноса.

Для моделирования процесса теплопереноса рассмотрим, например, многокамерную электробаромембранную установку с последовательно соединенными камерами и замкнуто циркулирующим раствором. Для построения математической модели возможно использование тепловых балансовых уравнений, при допущении, что: раствор идеально смешивается в промежуточной емкости; осуществляется равномерная подача раствора; температуры  $t_{\text{пер}}$  прикатодного и прианодного пермеата на выходе из аппарата равны

$$t_{\text{пер}} = 0,5(t_1 + t_{\text{пен}}), \quad (1)$$

где  $t_1$  – температура исходного раствора, К;  $t_{\text{пен}}$  – температура ретентата, К.

Уравнение теплового баланса будет иметь вид

$$Q_{\text{исх}} + Q_{\text{эл}} + Q_{\text{терм.эф}} - Q_{\text{пен}} - Q_{\text{пер}} - Q_{\text{пот}} = M \frac{dt}{dt}, \quad (2)$$

где  $Q_{\text{исх}}$  – количество теплоты, поступающей с исходным раствором, Дж,  $Q_{\text{исх}} = G_1 C_1 t_1$ ;  $G_1$  – расход исходного раствора, м<sup>3</sup>/с;  $C_1$  – удельная теплоемкость исходного раствора, Дж/(кг·К);  $Q_{\text{эл}}$  – количество тепла, выделившегося при прохождении тока в мембране, растворе и подложке, Дж;  $Q_{\text{эл}} = I^2 R = i^2 F_M^2 R$ ;  $I$  – сила тока, А;  $i$  – плотность тока, А/м<sup>2</sup>;  $F_M$  – площадь поверхности мембраны, м<sup>2</sup>;  $R$  – общее сопротивление электробаромембранного аппарата, Ом;  $Q_{\text{терм.эф}}$  – коли-

чество теплоты, выделенное при трении раствора о стенки камер аппарата, Дж,  $Q_{\text{терм.эф}} = V_E \Delta P$ ;  $V_E$  – эффективный объем аппарата, м<sup>3</sup>;  $\Delta P$  – перепад давления в аппарате, Па;  $Q_{\text{пен}}$  – теплота, удаляемая с ретентатом, Дж,  $Q_{\text{пен}} = G_{\text{пен}} C_{\text{пен}} t_{\text{пен}}$ ;  $G_{\text{пен}}$  – расход ретентата, м<sup>3</sup>/с;  $C_{\text{пен}}$  – удельная теплоемкость ретентата, Дж/(кг·К);  $Q_{\text{пер}}$  – теплота, удаляемая с пермеатом, Дж,  $Q_{\text{пер}} = G_{\text{пер}} C_{\text{пер}} t_{\text{пер}}$ ;  $G_{\text{пер}}$  – суммарный расход пермеата,  $G_{\text{пер}} = G_{\text{пер}}^+ + G_{\text{пер}}^-$  при допущении  $t_{\text{пер}}^+ = t_{\text{пер}}^-$ ;  $G_{\text{пер}}^+$ ,  $G_{\text{пер}}^-$  – расходы пермеата через анод и катод соответственно, м<sup>3</sup>/с;  $t_{\text{пер}}^+$ ,  $t_{\text{пер}}^-$  – температуры прианодного и прикатодного пермеата соответственно, К;  $C_{\text{пер}}$  – удельная теплоемкость пермеата, Дж/(кг·К);  $Q_{\text{пот}}$  – потери тепла, Дж;  $M \frac{dt}{di}$  – количество теплоты, затрачиваемое на нагревание аппарата с раствором, Дж;  $M = 0,5(C_1 + C_{\text{пер}})m_p + C_{\text{ап}}m_{\text{ап}}$ ;  $m_p$ ,  $m_{\text{ап}}$  – массы раствора в аппарате и аппарата соответственно, кг;  $C_{\text{ап}}$  – средняя теплоемкость материала аппарата, Дж/(кг·К);  $t$  – средняя температура электробаромембранного аппарата, К.

Таким образом, уравнение (2) можно записать в виде

$$0,5M \left( \frac{dt}{di} \right) = i^2 F_M^2 R + V_E \Delta P + (G_1 C_1 + 0,5G_{\text{пер}} C_{\text{пер}}) t_1 - (G_{\text{пен}} C_{\text{пен}} + 0,5G_{\text{пер}} C_{\text{пер}}) - Q_{\text{пот}}, \quad (3)$$

После преобразования с учетом допущений запишем

$$0,5M \left( \frac{dt_1}{d\tau} + \frac{dt_{\text{пен}}}{d\tau} \right) = i^2 F_M^2 R + V_E \Delta P + (G_1 C_1 + 0,5G_{\text{пер}} C_{\text{пер}}) t_1 - (G_{\text{пен}} C_{\text{пен}} + 0,5G_{\text{пер}} C_{\text{пер}}) - Q_{\text{пот}}. \quad (4)$$

Приняв, что сопротивления последовательно соединенных камер аппарата равны  $R_k$ , получим

$$R = nR_k, \quad (5)$$

где  $n$  – число камер аппарата.

При этом сопротивление каждой камеры будет складываться из сопротивлений ее отдельных элементов:

$$R_k = R_{\text{пэ}}^{\text{л}} + R_{\text{пп}}^{\text{л}} + R_{\text{м}}^{\text{л}} + R_{\text{р}} + R_{\text{м}}^{\text{п}} + R_{\text{пп}}^{\text{п}} + R_{\text{пэ}}^{\text{п}}, \quad (6)$$

где  $R_{\text{пэ}}$ ,  $R_{\text{пп}}$  – полные сопротивления электрода и подложки соответственно, Ом;  $R_{\text{м}}$ ,  $R_{\text{р}}$  – сопротивления мембраны и раствора соответственно, Ом; индекс «л» указывает на левую сторону камеры, «п» – на правую.

Уравнение (6) можно записать через электропроводности элементов камеры

$$R_k = \left( \frac{2\delta_{\text{пэ}}}{\chi_{\text{пэ}}} + \frac{2\delta_{\text{пп}}}{\chi_{\text{пп}}} + \frac{2\delta}{\chi_{\text{м}}} + \frac{X}{\chi_{\text{р}}} \right) \frac{1}{F_{\text{м}}}, \quad (7)$$

где  $\delta_{\text{пэ}}$  – полная толщина электрода, м;  $\delta_{\text{пп}}$  – полная толщина подложки, м;  $\delta$  – толщина мембраны, м;  $X$  – толщина слоя раствора, м;  $\chi_{\text{пэ}}$ ,  $\chi_{\text{пп}}$  – полные

электропроводности электрода и подложки соответственно, См/м;  $\chi_m$ ,  $\chi_p$  – электропроводности мембраны и раствора соответственно, См/м.

Общее сопротивление аппарата вычисляется подстановкой (7) в (5). Таким образом получаем уравнение (4), устанавливающее взаимосвязь между температурами  $t_1$  и  $t_{\text{пен}}$ . Для нахождения зависимостей данных температур от времени необходимо записать еще одно дополнительное уравнение. Для этого запишем уравнение теплового баланса промежуточной емкости:

$$G_{\text{пен}} C_{\text{пен}} t_{\text{пен}} d\tau - G_1 C_1 t_1 d\tau = d(V_E C_1 p_1 t_1), \quad (8)$$

где  $p_1$  – плотность исходного раствора, кг/м<sup>3</sup>.

Баланс по общему объему раствора для промежуточной емкости примет вид

$$-\frac{dV_E}{d\tau} = V_1 - V_{\text{пен}} = V_{\text{пер}}. \quad (9)$$

С учетом уравнения (9) и допущения, что  $p_1 \cong p_{\text{пер}}$ , уравнение (8) преобразуется в

$$V_E C_1 p_1 \frac{dt_1}{d\tau} = G_{\text{пен}} C_{\text{пен}} t_{\text{пен}} - (G_1 - G_{\text{пер}}) C_1 t_1. \quad (10)$$

Предположив, что объемный расход пермеата  $V_{\text{пер}} = \text{const}$ , запишем уравнение (10) в виде

$$V_E = V_{E_0} - V_{\text{пер}} \tau, \quad (11)$$

где  $V_{E_0}$  – исходное количество раствора в промежуточной емкости, м<sup>3</sup>;  $\tau$  – время процесса, с.

Второе уравнение взаимосвязи  $t_1$  и  $t_{\text{пен}}$  получим подстановкой (11) в (10). Таким образом, получаем систему уравнений для определения температур:

$$0,5M \left( \frac{dt_1}{d\tau} + \frac{dt}{d\tau} \right) = i^2 F_M R + (G_1 C_1 + 0,5G_{\text{пер}} C_{\text{пер}}) t_1 + V_E \Delta P - (G_{\text{пен}} C_{\text{пен}} + 0,5G_{\text{пер}} C_{\text{пер}}) t_{\text{пен}} - Q_{\text{пот}}; \quad (12)$$

$$(V_{E_0} p_1 - G_{\text{пер}} \tau) C_1 \frac{dt_1}{d\tau} = G_{\text{пен}} C_{\text{пен}} t_{\text{пен}} - (G_1 - G_{\text{пер}}) C_1 t_1. \quad (13)$$

Система уравнений (12), (13) приводится к дифференциальному уравнению второго порядка

$$z_1(\tau) \frac{d^2 t}{d\tau^2} + z_2(\tau) \frac{dt}{d\tau} + z_3 t = i^2 F_M R + V_E \Delta P - Q_{\text{пот}}, \quad (14)$$

где

$$z_1(\tau) = 0,5M C_1 p_1 \frac{V_{E_0} - V_{\text{пер}} \tau}{G_{\text{пен}} C_{\text{пен}}};$$

$$z_2(\tau) = 0,5M \left[ 1 + \frac{(G_1 - G_{\text{пен}} - p V_{\text{пер}}) C_1}{G_{\text{пен}} C_{\text{пен}}} \right] + \frac{(G_{\text{пен}} C_{\text{пен}} + 0,5G_{\text{пер}} C_{\text{пер}})(V_{E_0} - V_{\text{пер}} \tau)}{G_{\text{пен}} C_{\text{пен}}} C_1 p_1;$$

$$z_3(\tau) = \frac{0,5G_{\text{пер}} C_{\text{пер}} C_1}{G_{\text{пен}} C_{\text{пен}}} (G_1 - G_{\text{пер}}) - G_{\text{пер}} (C_1 - 0,5C_{\text{пер}}).$$

Из системы уравнений (12), (13), при некоторых допущениях, можем получить уравнения для расчета  $t_1$  и  $t_{\text{пер}}$ :

$$\frac{dt_1}{d\tau} = \frac{V_1 - V_{\text{пер}}}{V_{E_0} - V_{\text{пер}}\tau} (t_{\text{пен}} - t_1); \quad (15)$$

$$\frac{dt_{\text{пен}}}{d\tau} = \frac{2 \left[ iF_M \left( \frac{X}{\chi_p} + \frac{\delta_M}{\chi_M} + \frac{\delta_{\text{пЭ}}\chi}{\chi_{\text{пЭ}}} + \frac{\delta_{\text{пП}}}{\chi_{\text{пП}}} \right) + V_E \Delta P - Q_{\text{пот}} \right]}{C_p \left( XF_M n + \frac{C_{\text{ап}}}{C_p} m_{\text{ап}} \right)} + \frac{2V_1 - V_{\text{пер}}}{XF_M n + \frac{C_{\text{ап}}}{C_p} m_{\text{ап}}} (t_1 - t_{\text{пен}}). \quad (16)$$

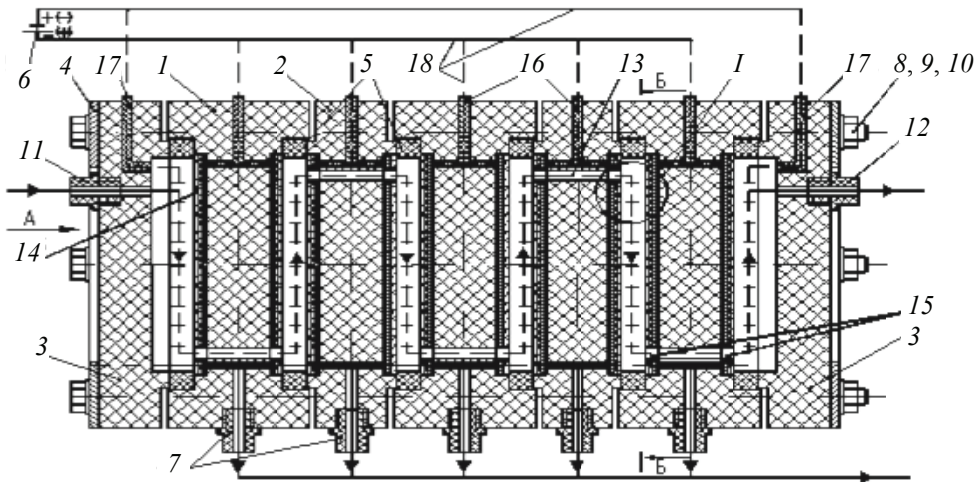
В ряде случаев отсутствует необходимость детального моделирования тепловых процессов в электробаромембранном аппарате. Для первичного расчета лабораторных установок бывает достаточно приближенного расчета по упрощенной модели, позволяющей оценить средний прирост тепла в аппарате за время его работы.

Рассмотрим, например, многокамерный электробаромембранный аппарат с последовательно соединенными камерами, корпусом [7], выполненным из диэлектрика, и замкнутой циркуляцией раствора без промежуточной емкости (рис. 2).

Учитывая экспериментальные значения потерь тепла при циркуляции, данная система может рассматриваться как проточный нагреватель раствора, в котором теплота образуется за счет прохождения электрического тока по электродам, а также за счет прохождения электрического тока через раствор.

$$Q = Q_1 + Q_2, \quad (17)$$

где  $Q_1$  и  $Q_2$  – количество теплоты, образующейся от прохождения тока через электроды и раствор соответственно, Дж;  $Q$  – общее количество теплоты, выделяющейся в процессе, Дж.



**Рис. 2.** Электробаромембранный аппарат плоскокамерного типа: 1, 2 – чередующиеся диэлектрические камеры корпуса с соединением типа выступ-впадина; 3 – фланец; 4 – металлическая пластина; 5 – прокладка; 6 – устройство для подвода постоянного электрического поля; 7 – штуцер для отвода прикатодного или прианодного пермеата; 8, 9, 10 – болт, шайба, гайка; 11, 12 – штуцеры ввода и вывода разделяемого раствора; 13 – сетка-турбулизатор; 14 – мембрана (прикатодная или прианодная); 15 – переточные эллиптические окна; 16, 17 – полимерные компаунды; 18 – электрические провода

Учитывая малую теплопроводность корпуса аппарата, выполненного из диэлектрика, можно пренебречь потерями тепла и принять, что все количество теплоты  $Q$  идет на нагревание раствора.

Количество тепла, образующееся от прохождения электрического тока через электроды, определяется по закону Джоуля–Ленца, исходя из общего времени проведения процесса  $t$ , с, величины приложенного к системе тока  $I$  и значения сопротивления электродов  $R_1$ :

$$Q_1 = I^2 R_1 t. \quad (18)$$

Величина сопротивления рассчитывается исходя из геометрических размеров каждого  $n$ -го электрода, общего числа электродов и способа их подключения (последовательно или параллельно)

$$R_n = \frac{\rho l}{S}, \quad (19)$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление вещества проводника, Ом·м;  $l$  – длина проводника, м;  $S$  – площадь сечения, м<sup>2</sup>.

Аналогично, упрощенно рассмотрев каждую камеру аппарата как проводник, материалом которого является раствор с известным удельным сопротивлением, определим по закону Джоуля–Ленца количество теплоты, образующееся от прохождения электрического тока через раствор,

$$Q_2 = I^2 R_2 t. \quad (20)$$

Просуммировав уравнения (19) и (20) получим общее количество теплоты, выделяемое системой за все время проведения процесса.

Исходя из общего тепла и общего времени протекания процесса, представив систему как проточный нагреватель раствора, возможно определить мощность нагрева  $P$ , Вт, по эмпирической формуле

$$P = (0,00028 k (Q_1 + Q_2))/t, \quad (21)$$

где  $t$  – время проведения процесса, с;  $0,00028k$  – эмпирический коэффициент, учитывающий потери тепла на нагревание элементов аппарата и КПД процесса теплопередачи;  $k$  зависит от типа системы, и для систем, подобных проточному водонагревателю, принимается равным 1,3.

Зависимость мощности нагрева  $P$  от массового расхода раствора  $m/t$ , его удельной теплоемкости  $c$ , Дж/(кг·К), и величины перепада температуры  $\Delta T$ , К, позволяет определить разницу  $\Delta T$  между исходной температурой раствора и температурой раствора в момент времени  $t$ :

$$P = \frac{m}{t} c \Delta T. \quad (22)$$

$m$  – масса раствора, кг.

Таким образом, предлагаемая упрощенная модель процесса позволяет определить температуру раствора в любой момент времени проведения процесса, исходя из основных его характеристик и характеристик аппарата.

На основании предложенной модели была разработана программа на языке программирования C<sup>++</sup>, определяющая точки перегрева раствора и конечную температуру пермеата на любой стадии мембранного процесса.

Адекватность данной модели проверялась на лабораторном электрогиперфильтрационном аппарате (см. рис. 2) в процессе электрогиперфильтрационного концентрирования молочной сыворотки. В процессе были задействованы все 5 камер аппарата. К прямоугольным электродам  $0,13 \times 0,13$  м прикладывался ток

5 А. Массовый расход раствора составлял 0,003 кг/сек. Удельное сопротивление материала электродов считалось равным 0,000000135 Ом·м, а удельное сопротивление молочной сыворотки – 2 Ом·м.

Приняв удельную теплоемкость сыворотки равной 3900 Дж/(кг·К) получили значения количества теплоты, выделяющейся при прохождении электрического тока через электроды и раствор – 12,15 и 639053,25 Дж соответственно. При начальной температуре раствора 20 °С за 1 ч электробаромембранного концентрирования температура раствора увеличится на 9,9 °С.

**Выводы.** Данная модель показала удовлетворительную сходимость с экспериментальными данными. Достоинствами модели являются ее простота и легкая адаптируемость к любым аппаратам и условиям проведения процесса, достигнутая за счет введения эмпирических коэффициентов. Модель будет полезна при разработке и первичных расчетах лабораторных мембранных установок, работающих с наложением электрического поля.

*Данная работа выполнена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 г.*

#### *Список литературы*

1. Яньцин, Лю. Разработка мембранных установок на основе баромембранных методов очистки воды : дис. ... к-та техн. наук : 05.17.08 / Яньцин Лю. – М., 2013. – 127 с.
2. Лазарев, С. И. Научные основы электрохимических и баромембранных методов очистки, выделения и получения органических веществ из промышленных стоков: дис. ... д-ра техн. наук : 05.17.03 / Лазарев Сергей Иванович. – Тамбов, 2001. – 193 с.
3. Дытнерский, Ю. И. Мембранные процессы разделения жидких смесей / Ю. И. Дытнерский. – М. : Химия, 1975. – 252 с.
4. Мулдер, М. Введение в мембранную технологию / М. Мулдер ; пер. с англ. под ред. Ю. П. Ямпольского, В. П. Дубяги. – М. : Мир, 1999. – 513 с.
5. Банди, Б. Методы оптимизации. Вводный курс : пер. с англ. / Б. Банди. – М. : Радио и связь, 1988. – 280 с.
6. Брык, М. Т. Ультрафильтрация / М. Т. Брык, Е. А. Цапюк. – Киев : Наукова думка, 1989. – 288 с.
7. Пат. 2403957 Российская Федерация, МПК В 01 D 61/42, В 01 D 61/46. Электробаромембранный аппарат плоскокамерного типа / Ковалев С. В., Лазарев С. И., Чепеняк П. А., Данилов А. Ю., Лазарев К. С. ; заявитель и патентообладатель ГОУ ВПО «Тамб. гос. техн. ун-т». – № 2009108996/12 ; заявл. 11.03.2009 ; опубл. 20.11.2010, Бюл. № 32. – 10 с.

---

## **Heat Transfer Issues in Electro-Pressure-Membrane Apparatus of Flat-Chamber-Type**

**V. Yu. Bogomolov, S. I. Lazarev**

*Department “Applied Geometry and Computer Graphics”, TSTU;  
geometry@mail.nnn.tstu.ru*

**Key words and phrases:** coefficient of detention; electro-pressure-membrane apparatus; heat transfer; membrane, separation; temperature; water permeability.



**Abstract:** The paper describes a mathematical model for calculating the heat transfer in the electrico-pressure-membrane apparatus of flat-chamber type, working with the imposition of an electric field. The model has been tested; the effect of thermal processes for the separation and concentration of industrial solutions has been analyzed.

---

### **Fragen der Wärmeübertragung in den elektrischen Baromembranapparaten des Flachkammertyps**

**Zusammenfassung:** Es ist das mathematische Modell für die Berechnung der Wärmeübertragung in den elektrischen Baromembranapparaten des Flachkammertyps, die mit dem Auferlegen des elektrischen Feldes funktionieren, entwickelt. Es ist die Approbation des entwickelten Modells durchgeführt und es ist der Einfluss der thermischen Prozesse auf die Teilung und der Konzentrierung der industriellen Lösungen analysiert.

---

### **Problèmes du transfert de chaleur dans les appareils d'électrobaromembrane à chambre plate**

**Résumé:** Est élaboré le modèle mathématique pour le calcul du transfert de chaleur dans les appareils d'électrobaromembrane à chambre plate fonctionnant avec une application du champs électrique. Est effectuée une approbation du modèle élaboré, est analysée l'influence des processus thermiques sur la division et la concentration des solutions de production.

---

**Авторы:** *Богомолов Владимир Юрьевич* – аспирант кафедры «Прикладная геометрия и компьютерная графика»; *Лазарев Сергей Иванович* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Прикладная геометрия и компьютерная графика», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».

**Рецензент:** *Килимник Александр Борисович* – доктор химических наук, профессор кафедры «Химия и химические технологии», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».

---