УДК 930.9(075.8)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ ИСТОРИЧЕСКОГО ЯВЛЕНИЯ (на примере организации патриотической деятельности в Российском Зарубежье 1920–1930-х гг.)

Н.О. Щупленков

Кафедра «История и философия», ФГБОУ ВПО «ТГТУ»;
shuplenkov.nikolai@gmail.com

Ключевые слова и фразы: исторический процесс; математическая модель; патриотизм; перманентная противоречивость; российская диаспора; российская эмиграция.

Аннотация: Использован междисциплинарный подход в рассмотрении исторического явления, которым является российская эмиграция 1920–1930 гг. В качестве переменных, определяющих модель, используются организация патриотической деятельности и социальная составляющая российской диаспоры. Сделан вывод об эффективности использования синергетического подхода в рассмотрении исторических фактов и событий.

Разработка и использование математических моделей в исторических исследованиях позволяет оптимизировать процесс реализации синергетического метода в решении проблемы нахождения социально-исторического консенсуса [1–3]. На пути оптимизации решения исторической задачи могут возникать некоторые трудности. При изучении условий реализации патриотической деятельности в Российском Зарубежье «первой волны» необходимо учитывать несколько факторов, влиявших на эффективность сохранения национально-культурной идентичности российской общины: во-первых, сложность учета психологической составляющей российской диаспоры; во-вторых, разновекторность политических пристрастий российских эмигрантов. Качественность при рассмотрении патриотической деятельности российской эмиграции «первой волны» сталкивается с неопределенностью определения количественных измерений. Воздействие данных факторов имело перманентную противоречивость, что обуславливало наличие в российской эмиграции локальных очагов хаотического развития эмоционального настроения российских эмигрантов.

Составление математической модели динамики организации патриотической деятельности в Российском Зарубежье 1920–1930-х гг. опирается на положение, согласно которому в решении некоторых уравнений, описывающих процессы исторического развития, важным является решение, что данное условие существует и соответствует некому квазиустойчивому состоянию – аттрактору [4] в фазовом пространстве параметров рассматриваемой системы.

К такому классу относятся, например, задачи об управляемости сложных систем, состоящих из хаотизированных (имеющих положительные ляпуновские показатели [5]) элементов. Эффективное функционирование таких систем возможно только в случае, если фазовые траектории подсистем $x_i(t)$ будут синхронизованы, то есть $x_i(t) = x_1(t)$, где $i = 1, 2, ..., m$, m – количество подсистем. Исследования показывают, что синхронизация хаотизированных подсистем возможна только при наличии определенной структуры связей между ними. Поэтому задача эффективного управления подсистемами с хаотизированной динамикой заключается в создании оптимальной структуры связей между этими подсистемами, переводящими их в синхронизированное состояние.

Условия синхронизации для сложных технических систем исследовались в работе [6], где связи между подсистемами описывались с помощью решеток связанных отображений с дискретным временем вида

$$x_i(k+1) = F\left(x_1(k), x_2(k), ..., x_{m(k)}\right) = F\left(\sum_{j=1}^{m} a_{ij}\, x_j(k)\right), \quad \sum_{j=1}^{m} a_{ij} = 1, \tag{1}$$

где $a_{ij}(i \neq j)$ – коэффициент воздействия i-го отображения (подсистемы) на j-е, a_{ij} – коэффициент обратной связи в i-й подсистеме («коэффициент автономности»).

Система уравнений (1) описывает функциональную зависимость состояния i-й подсистемы в момент времени $k + 1$ от состояний всех m подсистем в предыдущий момент времени k. При произвольных начальных условиях $x_i(0)$ и виде функции $F(x_1, x_2, ..., x_m)$ динамика каждой i-й подсистемы описывается траекторией $x_i(t)$, определяемой в результате решения системы уравнений (1). Отображение F при этом может быть как устойчивым (показатель Ляпунова λ автономного отображения $x(k=1) = F(x(k))$ меньше нуля), так и неустойчивым ($\lambda > 0$). Показатель Ляпунова автономного отображения $F(x(k))$ определяется в соответствии с формулой

$$\lambda = \lim_{N \to \infty}\left(\ln\left(\left[\prod_{k=0}^{N-1}\left|F'(x(k))\right|\right]^{\frac{1}{N}}\right)\right). \tag{2}$$

Синхронизация элементов в системах типа (1) зависит лишь от величины λ, но не от явного вида функции F. Рассмотрим случай хаотизированной динамики подсистем, то есть $\lambda > 0$. В работе [6] показано, что устойчивый к малым возмущениям режим синхронизации $x_i(t) = x_1(t)$ в системе (1) реализуется, если выполняется условие

$$r(B) < \exp(-\lambda), \tag{3}$$

где $r(B)$ – спектральный радиус матрицы B (то есть максимальный модуль ее собственных значений μ_i); B – матрица возмущений режима синхронизации,

$$B = \left[b_{ij}\right], \quad b_{ij} = a_{(i+1)(j+1)} - a_{1(j+1)}, \quad j = 1, 2, ..., m-1. \tag{4}$$

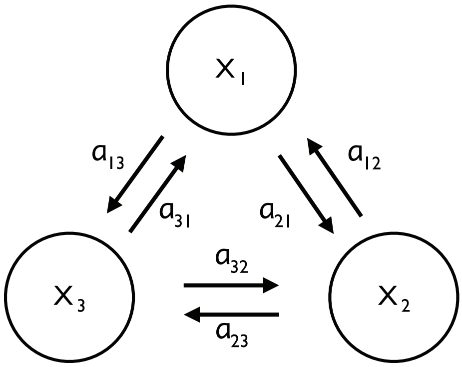

Схема связей в системе из трех элементов

Поскольку $r(B)$ является функцией интенсивности связей между подсистемами a_{ij}, то из выражения (3) можно определить, при какой структуре связей достигается режим синхронизации системы (1). Кроме того, можно определить, как нужно изменить структуру связей, чтобы вывести систему (1) из синхронизованного в рассогласованное состояние, когда $x_i(t) \neq x_1(t)$.

Данный методический аппарат может быть использован для анализа организации патриотической деятельности в Российском Зарубежье 1920–1930-х гг. [7]. Выберем как основу простейший случай системы из трех элементов x_1, x_2 и x_3, в качестве которых будем рассматривать, соответственно, российскую диаспору «первой волны», местные власти стран расселения и национально-культурный менталитет мигрантов [8] (рисунок).

При взаимодействии трех элементов возможна реализация шести воздействий a_{12}, a_{13}, a_{21}, a_{23}, a_{31}, a_{32}. Коэффициенты автономности в соответствии с системой (1) равны: $a_{11} = 1 - a_{21} - a_{31}$, $a_{22} = 1 - a_{12} - a_{32}$, $a_{33} = 1 - a_{13} - a_{23}$.

Система уравнений (1) приобретает вид:

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= F((1 - a_{21} - a_{31})x_1(k) + a_{21}x_2(k) + a_{31}x_1(k)); \\ x_2(k+1) &= F(a_{12}x_1(k) + (1 - a_{12} - a_{32})x_2(k) + a_{32}x_1(k)); \\ x_3(k+1) &= F(a_{13}x_1(k) + a_{23}x_2(k) + (1 - a_{13} - a_{23})x_1(k)). \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь F характеризует динамику развития системы. Значения коэффициентов могут варьироваться в следующих пределах:

$$a_{21} + a_{31} \leq 1, \quad a_{12} + a_{32} \leq 1, \quad a_{13} + a_{23} \leq 1. \tag{6}$$

Матрица A системы (5) равна

$$A = \begin{vmatrix} 1 - a_{12} - a_{31} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & 1 - a_{12} - a_{32} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & 1 - a_{13} - a_{22} \end{vmatrix}. \tag{7}$$

Условие (3) преобразуется к виду

$$f(a) = |\mu| < \exp(-\lambda), \tag{8}$$

где

$$\mu = 1 - 0{,}5(a_{12} + a_{13} + a_{21} + a_{23} + a_{31} + a_{32}) + 0{,}5\left(g\left(a_{ij}\right)\right)^{\frac{1}{2}},$$

$$g\left(a_{ij}\right) = \left(a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{21}^2 + a_{23}^2 + a_{31}^2 + a_{32}^2\right) -$$

$$- 2(a_{12}a_{13} + a_{12}a_{23} + a_{12}a_{31} + a_{13}a_{21} + a_{13}a_{32} +$$

$$+ a_{21}a_{23} + a_{21}a_{32} + a_{23}a_{31} + a_{31}a_{32}) +$$

$$+ 2(a_{12}a_{21} + a_{12}a_{32} + a_{13}a_{23} + a_{13}a_{31} + a_{21}a_{31} + a_{23}a_{32}). \tag{9}$$

Сформулируем решаемую задачу следующим образом: для заданной структуры связей a_{ij} и заданного значения λ определить, при каких значениях интенсивностей связей в системе реализуется режим синхронизации, а также исследовать устойчивость этого режима при изменении первоначально заданной структуры a_{ij}.

Нижняя граница интенсивности связей, при которых реализуется режим синхронизации, может быть определена из выражения (7), если в нем знак равенства заменить на знак неравенства. Соответствующее соотношение может быть записано в виде

$$\begin{gathered}(1-\exp(-\lambda))^2-(1-\exp(-\lambda))(a_{12}+a_{13}+a_{21}+a_{23}+a_{31}+a_{32})+\\+a_{12}a_{13}+a_{12}a_{23}+a_{12}a_{31}+a_{13}a_{21}+a_{13}a_{32}+a_{21}a_{23}+\\+a_{21}a_{32}+a_{23}a_{31}+a_{31}a_{32}\end{gathered} \tag{10}$$

при условии

$$(a_{12}+a_{13}+a_{21}+a_{23}+a_{31}+a_{32})\geq 2(1-\exp(-\lambda)). \tag{11}$$

Анализ выражений (7), (8) позволяет сделать следующие выводы, имеющие общий характер:

– режим синхронизации возможен только в том случае, если существуют последовательные цепочки воздействий, охватывающие *все* подсистемы (например, если в системе взаимодействуют лишь два элемента из трех или задействованы лишь связи a_{ik} и a_{jk}, то синхронизация системы в целом невозможна). Это условие является необходимым для реализации режима синхронизации;

– при выполнении указанного условия в случае нехаотизированных подсистем ($\lambda < 0$) режим синхронизации реализуется при сколь угодно малых интенсивностях воздействий. В случае хаотизированных подсистем синхронизация может наступить только при превышении интенсивностью воздействий определенного порогового значения a' (порог синхронизации). При этом, чем менее устойчива динамика системы (то есть, чем больше величина λ), тем выше значение a' и тем более сильными должны быть связи a_{ij}, для того чтобы предотвратить десинхронизацию подсистем;

– в целом при увеличении числа связей порог синхронизации снижается и система становится более устойчивой. Однако возможны ситуации, когда введение новых связей в дополнение к имеющимся не улучшает, а ухудшает синхронизацию динамики подсистем. Оказывается, что связи не равнозначны и результат их взаимодействия существенным образом зависит от общей структуры связей в системе и от значения λ. Так, если в системе реализована, например, связь a_{32}, то добавление к ней связей a_{13}, a_{21}, a_{31} способствует синхронизации, а добавление связей a_{12} и a_{23} не способствует синхронизации подсистем x_1, x_2 и x_3. Следовательно, связи первого типа можно назвать комплиментарными, а связи второго типа – некомплиментарными по отношению к связи a_{32};

– если выполнено необходимое условие синхронизации и $g(a_{ij}) > 0$, то путем увеличения интенсивности связей можно добиться синхронизации при любой степени хаотичности индивидуальной динамики подсистем (то есть при любом значении λ). Если же $g(a_{ij}) < 0$, то для больших значений λ синхронизация не достижима ни при каких интенсивностях a_{ij};

– в условиях изгнания российские мигранты оптимизировали имевшиеся в наличии у них нравственные и культурные ресурсы для сохранения национально-культурной идентичности в контексте a_{ij} между подсистемами. Величина коэффициента λ является внутренней характеристикой подсистем и зависит от эмоционального напряжения российской диаспоры: от адаптивных ресурсов мигрантов, степени социальной консолидации в общине, отношения российских мигрантов к собственному положению в изоляции и т.п.

Список литературы

1. История и синергетика: Методология исследования / отв. ред. С.Ю. Малков, А.В. Коротаев. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : ЛИБРОКОМ, 2010. – 192 с.
2. Вагурин, В.А. Синергетика эволюции современного общества / В.А. Вагурин. – 3-е изд. – М. : КомКнига, 2007. – 216 с. – (Синергетика в гуманитарных науках).
3. Турчин, П.В. Историческая динамика. На пути к теоретической истории : пер. с англ. / П.В. Турчин. – 2-е изд. – М. : Изд-во ЛКИ, 2010. – 368 с.
4. Социодинамика: Системный подход к математическому моделированию в социальных науках / Вольфганг Вайдлих [и др.]. – М. : Едиториал УРСС, 2004. – 477 с.
5. Мун, Ф. Хаотические колебания : ввод. курс для науч. работников и инженеров / Ф. Мун ; пер. с англ. Ю.А. Данилова и А.М. Шукурова. – М. : Мир, 1990. – 311 с.
6. Дмитриев, А.С. Синхронизация ансамблей диссипативно связанных отображений / А.С. Дмитриев, С.О. Старков, М.Е. Широков // Изв. вузов. Приклад. нелинейная динамика. – 1996. – Т .4, № 4–5. – С. 40–58.
7. Щупленков, Н.О. Построение математической модели военно-патриотического контента Российского Зарубежья 1920–1930 гг. / Н.О. Щупленков, Е.В. Рябцева // Исторические, философские, политические и юридические науки, культурология и искусствоведение. Вопросы теории и практики. – 2012. – № 2-2. – С. 227–229.
8. Щупленков, Н.О. Построение математической модели социогенеза русской эмиграции 1920–1930-х годов / Н.О. Щупленков // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2012. – Т. 18, № 1. – С. 285–289.

Mathematical Model of Stability of Historical Events (Organization of Patriotic Work in the Russian Diaspora in the 1920–1930s)

N.O. Schuplenkov

Department "History and Philosophy", TSTU;
shuplenkov.nikolai@gmail.com

Key words and phrases: historical process; mathematical model; patriotism, permanent inconsistency; Russian Diaspora; Russian emigration.

Abstract: This paper uses an interdisciplinary approach in addressing historical phenomenon, which is the Russian emigration in the 1920–1930s. The organization of patriotic work and social component of the Russian Diaspora are applied as the variables that determine the model. The conclusion about the effectiveness of the synergistic approach to historical facts and events has been made.

Mathematisches Modell der Immunität der Systeme der historischen Erscheinung (am Beispiel der Organisation der patriotischen Tätigkeit in russischem Ausland der 1920-er – 1930-er Jahre)

Zusammenfassung: Es ist das interdisziplinäre Herangehen in der Betrachtung der historischen Erscheinung, die die russische Emigration der 1920-er – 1930-er Jahre ist. Als Variable, die das Modell bestimmen, werden die Organisation der patriotischen Tätigkeit und die soziale Komponente der russischen Diaspora verwendet. Es wird die Konsequenz über die Effektivität der Nutzung des sinergetischen Herangehens in der Betrachtung der historischen Tatsachen und der Ereignisse gezogen.

Modèle mathématique de la stabilité des systèmes du phénomène historique (à l'exemple de l'organisation de l'activité patriotique des Russes de l'étranger dans les années 1920–1930)

Résumé : Est utilisée une approche interdisciplinaire envers l'examen du phénomène historique de l'émigration russe dans les années 1920–1930. En qualité de variables déterminant le modèle est utilisé l'organisation de l'activité patriotique et la composante sociale de la diaspora russe. Est faite la conclusion sur l'efficacité de l'emploi de l'approche synerigique dans l'examen des faits et des événements historiques.

Автор: ***Щупленков Николай Олегович*** – аспирант кафедры «История и философия», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».

Рецензент: ***Никулин Виктор Васильевич*** – доктор исторических наук, профессор, заведующий кафедрой «Конституционное и административное право», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».
