

ОБОБЩЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ КРИТЕРИЯ ОЦЕНИВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВЫБОРА ТЕХНИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

Т.В. Хоменко

*Кафедра «Информатика», ФГБОУ ВПО «Астраханский государственный
технический университет», г. Астрахань; t_v_khomenko@mail.ru*

Ключевые слова и фразы: значимость информационного взаимодействия; информационная зависимость компонент критерия; количество информации.

Аннотация: Раскрыты математические основы формирования критерия оценивания. Используя аппарат теории информации, определены количество информации в каждой из компонент критерия оценивания; движение информационных потоков между компонентами и группами компонент, взаимосвязи и их информационное взаимодействие. Предложен метод исследования структуры критерия оценивания на полноту.

Объем и сложность современных автоматизированных систем, обеспечивающих автоматизацию поиска новых технических решений, постоянно растут. Успешное функционирование таких систем зависит от того, насколько хорошо они реализованы в вычислительной среде и насколько согласованы все этапы процесса проектирования [1]. Одной из наиболее сложных является задача автоматизации выбора технического решения на начальных этапах проектирования. Это связано с зависимостью применения методов выбора решения от структуры критерия оценивания.

В настоящее время автоматизированные системы поискового конструирования выполняют отбор синтезированных вариантов технического решения физического принципа действия (ФПД) на этапе концептуального проектирования по совокупности эксплуатационных характеристик, выбранных экспертами субъективно из этапа технологического проектирования как наиболее важные [2, 3]. Следовательно, подтверждая правомерность такой интеграции, решается задача формирования критерия оценивания ФПД на этапе концептуального проектирования чувствительных элементов с учетом основополагающих принципов: полноты, независимости и минимальности компонент критерия. При этом элиминируется вероятность выбора случайных решений ФПД и дальнейшая проработка не лучших вариантов их конструктивных реализаций на этапе технологического проектирования.

При формировании критерия оценивания на этапе концептуального проектирования для определения информации, допускающей количественные выражения, а не конкретную природу самих сообщений, содержащейся в каждой компоненте; существования информационных потоков между компонентами и установления правил, по которым осуществляется движение, используется аппарат теории информации [3].

Пусть критерий $f(E_j)$ оценивания ФПД – технического решения этапа концептуального проектирования – содержит три компоненты $X, Y, Z \in E_j$. Возможны три случая взаимосвязи компонент критерия:

- 1) полное отсутствие информационной связи между всеми компонентами X, Y, Z критерия;
- 2) наличие информационной связи между компонентами X, Y критерия и отсутствие таковой между компонентами X и Z, Y и Z критерия;
- 3) наличие информационной связи между всеми компонентами X, Y, Z , критерия оценивания $f(E_j)$.

Тогда:

$I(X \rightarrow Y) = I(Y \rightarrow X)$; $I(X \rightarrow Z) = I(Z \rightarrow X)$; $I(Z \rightarrow Y) = I(Y \rightarrow Z)$ – отражает количество взаимной информации между компонентами X и Y ; X и Z ; Y и Z соответственно;

$H(X, Y)$; $H(X, Z)$; $H(Y, Z)$; $H(X, Y, Z)$ – отражает совместное количество информации о системе компонент X и Y ; X и Z ; Y и Z ; X, Y и Z соответственно;

$I(XY \rightarrow Z)$; $I(XZ \rightarrow Y)$; $I(YZ \rightarrow X)$ – отражает количество взаимной информации о компонентах X и Y , заключенное в компоненте Z ; X и Z – в компоненте Y ; Y и Z – в компоненте X соответственно.

Однако критерий оценивания ФПД на этапе концептуального проектирования является структурированным и логически связанным набором n информационных объектов – n компонент критерия оценивания.

Совокупность отображений информационной составляющей ФПД чувствительных элементов определяется как информационная область объекта проектирования, внутри которой движение информации рассматривается как информационный поток.

Для выявления информационного потока, предназначенного для целостного представления информационной составляющей ФПД чувствительных элементов на этапе концептуального проектирования, выполнены следующие шаги.

Шаг 1: поиск пространства компонент критерия.

В результате анализа технической документации обусловлено формирование вектор-критерия, содержащего N компонент [4].

1. Методы математической статистики позволили выявить более двадцати эксплуатационных характеристик для теплопреобразователей и датчиков давления.

2. Методы кластерного анализа позволили выполнить разбиение выявленных характеристик на сравнительно однородные группы – кластеры, где в первый кластер попадают наиболее важные характеристики, и как следствие, наиболее часто встречающиеся.

3. Методы теории информации [5] позволили выявить информационные зависимости, рассчитать коэффициент информационной связи, установить значимость информационного взаимодействия $n \in N$ компонент критерия ($n = \overline{1, 10}$), отождествляемых с эксплуатационными характеристиками первого кластера.

Дальнейшие исследования позволили уменьшить число компонент критерия оценивания ФПД с десяти до шести и показать информационную независимость между ними. В результате ограничения числа компонент критерия оценивания сделаны выводы:

– оценивание ФПД достаточно вести по шести компонентам: «диапазон», «погрешность», «чувствительность», «надежность», «вес», «цена» критерия оценивания – как наиболее информативным;

– шесть компонент определяют минимальность критерия оценивания.

Однако сокращение числа компонент могло повлиять на непреднамеренное удаление из критерия некоторой важной компоненты, так как каждая из них влияет на параметр готового решения.

Шаг II: теоретические аспекты анализа структуры критерия.

Количественная мера влияния на ФПД чувствительных элементов – готовое техническое решение этапа концептуального проектирования Y – каждой компоненты X_i критерия $f(E_j)$ будет зависеть от степени влияния как всех компонент критерия, так и неучтенных факторов, действующих на выходной параметр Y . Возможны три случая.

Случай 1. Влияние компоненты X_i критерия оценивания $f(E_j)$ на параметр Y отсутствует. Следовательно,

$$I(X_i \rightarrow Y|X_1, X_2, \dots, X_{i-1}) = 0, \quad H(Y) = H(Y|X_1, X_2, \dots, X_{i-1}),$$

что соответствует полной неопределенности полученной информации о выходном параметре Y .

Случай 2. Влияние компоненты X_i критерия оценивания $f(E_j)$ на параметр Y присутствует. Следовательно,

$$H(Y) = H(Y|X_1, X_2, \dots, X_{i-1}), \quad \text{где } H(Y|X_1, X_2, \dots, X_{i-1}) = 0.$$

Информация о выходном параметре Y полностью определяется компонентой X_i критерия оценивания.

Случай 3. Информация о параметре Y определяется каждой из имеющихся компонент критерия, при условии, что оценка влияния на выходной параметр Y будет осуществляться последовательно после оценивания каждой компонентой критерия.

Рассмотрим данный случай.

Пусть $H(X_1), \dots, H(X_n), H(Y)$ – количество информации, заключенное в каждой компоненте X_i критерия $f(E_j)$ оценивания параметра Y , вычисляемое по формуле

$$H(X) = -\sum_{i=1}^n \hat{p}_i \ln \hat{p}_i, \quad (1)$$

где $\hat{p}_i = f_i/n$ – эмпирическая вероятность попадания случайной величины X в i -е состояние; n – число опытов; f_i – эмпирическая частота попадания X в i -е состояние.

Система уравнений (2) позволяет определить последовательное приращение информации, передаваемой выходному параметру Y ,

$$\begin{cases} I(X_1 \rightarrow Y) = H(X_1) + H(X_2) - H(X_1, X_2); \\ I(X_2 \rightarrow Y|X_1) = H(Y|X_1) - H(Y|X_1, X_2); \\ \dots \\ I(X_n \rightarrow Y|X_1, X_2, \dots, X_{n-1}) = H(Y|X_1, X_2, \dots, X_{n-1}) - H(X_1, X_2, \dots, X_n), \end{cases} \quad (2)$$

где $I(X_n \rightarrow Y|X_1, X_2, \dots, X_{n-1})$ – количество информации о выходном параметре Y после оценивания по i -й компоненте, характеризующей Y ; $H(Y|X_1, X_2, \dots, X_{n-1})$ – количество информации, полученное в результате воздействия на выходной параметр Y различных неучтенных параметров.

Учитывая, что

$$H(Y|X_1, X_2, \dots, X_n) = H(Y, X_1, X_2, \dots, X_n) - H(X_1, X_2, \dots, X_n),$$

система уравнений (2), позволяющая вычислить значения величины информации, переданной каждой компонентой критерия готовому решению, приводится к виду

$$\begin{cases} I(X_1 \rightarrow Y) = H(X_1) + H(Y) - H(X_1, Y); \\ I(X_2 \rightarrow Y|X_1) = H(X_1, X_2) - H(X_1, X_2, Y) - H(X_1) + H(X_1, Y); \\ \dots \\ I(X_n \rightarrow Y|X_1, X_2, \dots, X_{n-1}) = H(X_1, X_2, \dots, X_n) - H(X_1, X_2, \dots, X_n, Y) - \\ - H(X_1, X_2, \dots, X_{n-1}) + H(X_1, X_2, \dots, X_{n-1}, Y). \end{cases} \quad (3)$$

Степень влияния на выходной параметр Y можно оценить с помощью коэффициента информационной связи R_1 :

$$\begin{cases} R_1(X_1 \rightarrow Y) = I(X_1 \rightarrow Y)/H(Y); \\ R_1(X_2 \rightarrow Y) = I(X_2 \rightarrow Y|X_1)/H(Y); \\ \dots \\ R_1(X_n \rightarrow Y) = I(X_n \rightarrow Y|X_1, \dots, X_{n-1})/H(Y). \end{cases} \quad (4)$$

Являясь мерой определенности процесса, R_1 обладает свойствами:

- 1) $R_1(X_n \rightarrow Y) = 1$, если информация о выходном параметре Y полностью определяется информацией о компоненте X_i критерия $f(E_j)$;
- 2) $R_1(X_n \rightarrow Y) = 0$, если выходной параметр не зависит от компоненты;
- 3) $0 < R_1(X_n \rightarrow Y) < 1$ в общем случае.

Поскольку R_1 – мера определенности процесса, то значимость коэффициента информационной связи R_1 определяется значимостью информации, что позволяет сделать следующие выводы о численной оценке:

- 1) неучтенных параметров, согласно формуле

$$I(Z \rightarrow Y) = H(Y) \cdot R(Z),$$

причем, если $I(Z \rightarrow Y) \rightarrow 0$, то информацию, переданную неучтенными параметрами Z , можно считать незначимой;

- 2) ξ_i передачи информации и влияния компонент на выходной параметр Y , %;

- 3) $\sum_{i=1}^n \xi_i$ передачи информации и влияния критерия в целом на выходной па-

раметр Y , %. Причем, если $\sum_{i=1}^n \xi_i \rightarrow 100\%$, то значимую информацию в выходной

параметр Y вкладывают все компоненты критерия $f(E_j)$, следовательно, компоненты X_i критерия составляют полную совокупность.

Шаг III: исследование критерия оценивания.

Обработка информации, полученной при проведении анкетирования группы экспертов, осуществляется с целью приведения материалов к дальнейшей автома-

тической обработке. Исходными данными для разработки информационного отображения являются результаты опроса лиц, принимающих решения: по множеству синтезированных вариантов ФПД указывается оценка по шести компонентам критерия в предлагаемой форме (от нуля до пяти).

В результате проведения первичной обработки получилась информационная база, содержащая данные об оценке вариантов ФПД по шести компонентам критерия $f(E_j)$.

Используя результаты анкетирования, на основании (1) последовательно вычисляется количество информации, заключенное в каждой компоненте X_i критерия $f(E_j)$ оценивания параметра Y :

$$\begin{aligned} H(X_1) &= 1,65; & H(X_2) &= 1,54; & H(X_3) &= 1,36; \\ H(X_4) &= 1,48; & H(X_5) &= 1,24; & H(X_6) &= 0,83; & H(Y) &= 0,71. \end{aligned}$$

Полученные значения подставляются в систему уравнений (3) и последовательно вычисляются значения величины информации переданной каждой компонентой X_i критерия $f(E_j)$ готовому решению:

$$\begin{aligned} I(X_1 \rightarrow Y) &= 0,172; & I(X_2 \rightarrow Y) &= 0,165; & I(X_3 \rightarrow Y) &= 0,148; \\ I(X_4 \rightarrow Y) &= 0,151; & I(X_5 \rightarrow Y) &= 0,135; & I(X_6 \rightarrow Y) &= 0,111. \end{aligned}$$

Подстановкой полученных значений $I(X_n \rightarrow Y)$ в систему уравнений (4) определяются коэффициенты информационной связи $R(X_n \rightarrow Y)$:

$$\begin{aligned} R(X_1 \rightarrow Y) &= 0,178; & R(X_2 \rightarrow Y) &= 0,171; & R(X_3 \rightarrow Y) &= 0,153; \\ R(X_4 \rightarrow Y) &= 0,163; & R(X_5 \rightarrow Y) &= 0,142; & R(X_6 \rightarrow Y) &= 0,127. \end{aligned}$$

Численная оценка влияния компоненты критерия оценивания ФПД – готового технического решения этапа концептуального проектирования – позволила сделать вывод: каждая из компонент X_i критерия $f(E_j)$ передает параметру Y (готовому техническому решению – ФПД) следующую долю информации: «диапазон» X_1 – 18 %; «чувствительность» X_2 – 17 %; «погрешность» X_3 – 15 %; «надежность» X_4 – 16 %; «вес» X_5 – 14 %; «цена» X_6 – 13 %.

Просуммировав и обобщив значения, можно сделать выводы:

1) в готовое техническое решение этапа концептуального проектирования – ФПД – следующие компоненты X_i критерия $f(E_j)$ оценивания: «диапазон» X_1 , «чувствительность» X_2 , «погрешность» X_3 , «надежность» X_4 , «вес» X_5 , «цена» X_6 – вкладывают в совокупности 93 % информации;

2) оставшиеся 7 % приходятся на неучтенные параметры Z .

При условии, что $H(Y) = 0,93$ и $R(Z) = 0,07$ – коэффициент значимости неучтенных параметров, получим: $I(Z \rightarrow Y) = 0,065$, то есть информацию, переданную неучтенными параметрами Z , можно считать не значимой на основании [6].

Проведенный информационный анализ позволяет сделать вывод: критерий $f(E_j)$ оценивания ФПД из шести компонент можно считать полным.

В настоящее время разработана система, охватывающая задачи минимизации критерия оценивания ФПД чувствительных элементов и проверки сформированного критерия на полноту, реализующая алгоритмы ранжирования и выбора технических решений по предложенному критерию оценивания.

Реализация такой системы позволяет повысить качественный признак ранжирования и выбор вариантов технических решений чувствительных элементов, а также применять разработанную систему при поисковом конструировании технических объектов.

Работа выполнена в рамках тематики госбюджетных научно-исследовательских работ ФГБОУ ВПО «АГТУ», содержание которых соответствует Федеральной целевой программе «Национальная технологическая база (2007–2013 гг.)».

Список литературы

1. Камаев, В.А. Анализ анкетных данных и получение оценки прогнозного решения к задаче управления / В.А. Камаев, А.В. Меликов // Изв. Волг. гос. техн. ун-та. – 2012. – № 15. – С. 90–96.
2. Хоменко, Т.В. Автоматизированные системы поискового конструирования: системный анализ и развитие системной парадигмы / Т.В. Хоменко // Вестн. Астрах. гос. техн. ун-та. Сер.: Упр., вычисл. техника и информатика. – 2010. – № 1. – С. 136–139.
3. Система автоматизированного выбора вспомогательного оборудования многоассортиментных химических производств / А.Б. Борисенко [и др.] // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2012. – Т. 18, № 3. – С. 569–572.
4. Хартли, Р. Передачи информации и ее применение / Р. Хартли. – М. : Физматгиз, 1959. – 368 с.
5. Хоменко, Т.В. Поиск компактного пространства эксплуатационных характеристик датчиковой аппаратуры при поисковом конструировании / Т.В. Хоменко // Датчики и системы. – 2010. – № 8. – С. 25–28.
6. Григорович, В.Т. Информационные методы в управлении качеством / В.Т. Григорович, С.В. Юдин, Н.О. Козлова. – М. : Стандарты и качество, 2001. – 421 с.
7. Мартин, Н. Математическая теория энтропии : пер. с англ. / Н. Мартин, Дж. Ингленд. – М. : Мир, 1988. – 350 с.

Generalized Mathematical Model of Assessment Criterion for Technical Choices

T.V. Khomenko

*Department "Computer Science", Astrakhan State Technical University, Astrakhan;
t_v_khomenko@mail.ru*

Key words and phrases: amount of information; information dependence of criterion elements; significance of information exchange.

Abstract: The paper describes the mathematical bases for the assessment criterion using the theory of information, the information amount in each of the elements of assessment criterion; movement of information flows among the elements and groups of elements, interrelations and their information exchange. We propose a method for studying the structure of the assessment criteria for completeness.

Verallgemeinertes mathematisches Modell der Bildung des Kriteriums der Einschätzung für die Lösung der Aufgabe der Auswahl der technischen Lösungen

Zusammenfassung: Es sind die mathematischen Grundlagen der Bildung des Kriteriums der Einschätzung aufgedeckt: den Apparat der Theorie der Informationen verwendend, klärt sich die Zahl der Informationen in jeder der Komponenten des Kriteriums der Einschätzung; die Bewegung der informativen Ströme zwischen den Komponenten und den Gruppen der Komponenten, die Wechselbeziehungen und ihre informative Wechselwirkung. Es ist die Methode der Forschung der Struktur des Kriteriums der Einschätzung auf die Fülle angeboten.

Modèles mathématique générale de la formation des critères de l'estimation pour la solution du problème du choix des résolutions techniques

Résumé: Sont montrées les bases de la formation des critères de l'estimation: en utilisant l'outil de la théorie de l'information on définit la quantité de l'information dans chaque composant du critère de l'estimation; le mouvement de l'information entre les composants et les groupes de composants, les rapports et les interactions informatiques. Est proposée la méthode de l'étude de la structure du critère de la complété.

Автор: *Хоменко Татьяна Владимировна* – кандидат технических наук, доцент, заведующая кафедрой «Информатика», ФГБОУ ВПО «Астраханский государственный технический университет», г. Астрахань.

Рецензент: *Попов Георгий Александрович* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Информационная безопасность», ФГБОУ ВПО «Астраханский государственный технический университет», г. Астрахань.
