

МЕТОДИКА ОПТИМИЗАЦИИ КОНСТРУКТИВНЫХ И РЕЖИМНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НАГРЕВАТЕЛЬНОЙ ПЛИТЫ ВУЛКАНИЗАЦИОННОГО ПРЕССА

А.О. Глебов, С.В. Карпов, С.В. Карпушкин

Кафедра «Автоматизированное проектирование технологического оборудования», ФГБОУ ВПО «ТГТУ»; g7302@yandex.ru

Ключевые слова и фразы: нагревательная плита; оптимизация; планирование эксперимента.

Аннотация: Предложена методика оптимизации конструктивных и режимных характеристик нагревательной плиты вулканизационного пресса, основанная на минимизации перепада температур по рабочей поверхности плиты. Проведены выбор и обоснование методов, используемых для построения, проверки адекватности и поиска экстремума поверхности отклика критерия оптимальности. Приведены примеры оптимизации конструктивных и режимных характеристик плит с прямоугольными и концентрическими индукторами на основе разработанной методики.

Введение

В общем случае постановку задачи оптимизации индукционной нагревательной плиты вулканизационного пресса можно представить следующим образом: необходимо найти такие конструктивные (число и взаимное расположение индукторов, длина, ширина и положение центра каждого индуктора) и режимные (мощность индукторов) характеристики плит пресса, которые обеспечивали бы формирование требуемого температурного поля в объеме вулканизуемых изделий. Данную задачу можно решать двумя способами.

Первый способ основан на моделировании температурных полей в самих изделиях [1, 2] для минимизации перепада температур в их объеме.

Второй способ основан на моделировании нагрева плиты с целью минимизации перепада температур по рабочей поверхности [3, 4]. Данный подход основан на справедливом утверждении, что равномерное температурное поле плит будет обеспечивать равномерный прогрев элементов пресс-форм и, как следствие, получение равномерного температурного поля в изделиях. Отметим, что в некотором роде этот способ является «компромиссным» из-за существенного упрощения исходной задачи: в расчетную модель входит только нагревательная плита, состоящая из основания, крышки и индукторов.

Результаты решения задачи оптимизации, полученные с использованием первого способа, применимы только к конкретным изделиям. Однако, как показывает практика, нагревательные плиты предназначены для производства широкой гаммы резинотехнических изделий (РТИ), то есть являются универсальными. По этой причине было принято решение построения методики оптимизации на основе моделирования нагрева плиты.

Можно выделить следующие факторы, существенно осложняющие проведение оптимизации конструктивных и режимных характеристик плит:

1) сложность физических процессов (прежде всего, электромагнитных), протекающих при индукционном нагреве ферромагнитной стали, а также большое количество воздействующих факторов [5, 6];

2) важные для практического применения процессы нагрева являются нестационарными;

3) для нахождения температурных полей необходимо решение уравнений математической модели [3, 4], которое требует существенных затрат машинного времени. По этой причине применение методов оптимизации, для которых необходимо многократное решение уравнений математической модели нагрева плиты, затруднительно из-за ограниченности вычислительных ресурсов и больших затрат времени на реализацию. Данный фактор усиливается большим числом оптимизируемых параметров плиты;

4) численные расчеты показали, что конструкционные и режимные характеристики по-разному влияют на температурное поле плит, отличающихся конфигурацией, числом и расположением индукторов. Поэтому невозможно выработать универсальные рекомендации для оптимального проектирования и оценки нагревательных плит.

Методика оптимизации

Данная работа посвящена разработке методики оптимизации конструктивных и режимных характеристик нагревательных плит, которая, с одной стороны, адекватно учитывает влияние всех варьируемых переменных, а с другой стороны, универсальна для всех типов плит и индукторов.

Предлагается следующая методология оптимизации. На *первом этапе* проводятся вычислительные эксперименты на детерминированной математической модели нагрева плиты в соответствии с методами планирования экспериментов. *Второй этап* включает построение поверхности отклика (зависимости, приближенно связывающей варьируемые переменные с критерием оптимальности) по экспериментальным данным и проверку достоверности аппроксимации. Значения варьируемых переменных, соответствующие экстремуму поверхности отклика, будут являться решением задачи оптимизации конструктивных характеристик нагревательной плиты. Нахождение этих значений осуществляется на *третьем этапе*.

В качестве объектов исследования рассматривались два разных вида плит – с прямоугольными и с концентрическими индукторами, используемые для производства РТИ на ОАО «Завод Тамбовполимермаш» (рис. 1).

Первая нагревательная плита (см. рис. 1, *а*) размерами $l = 500$ мм, $s = 410$ мм, $h = 70$ мм имеет четыре индуктора прямоугольной формы размерами 172×127 мм в пазах сечением 25×25 мм. Средняя мощность плиты составляет 5 кВт.

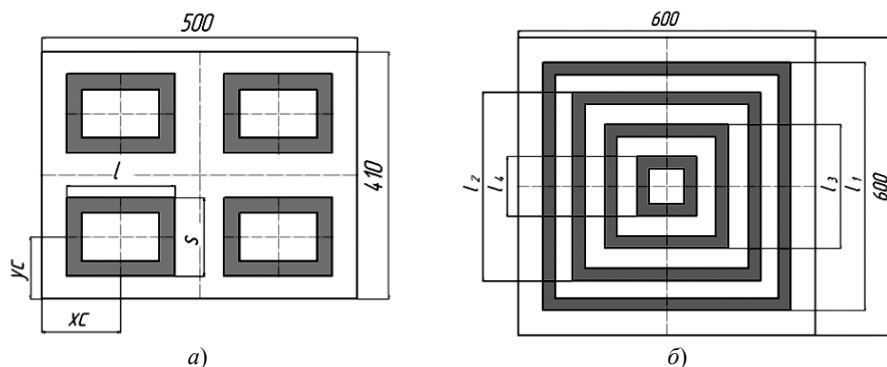


Рис. 1. Конструкции нагревательных плит:

а – с прямоугольными индукторами, *б* – с концентрическими индукторами

Вторая нагревательная плита (см. рис. 1, б) размерами $l = 600$ мм, $s = 600$ мм, $h = 70$ мм имеет четыре концентрических индуктора квадратной формы с длинами сторон 530, 375, 250 и 110 мм соответственно в пазах сечением 25×25 мм. Средняя мощность плиты составляет 6,5 кВт.

Проведение вычислительных экспериментов

Предлагаемая методика оптимизации на этапе проведения численных экспериментов предполагает выполнение следующих шагов.

Выбор переменной состояния. При выбранной методологии целью оптимизации конструктивных характеристик нагревательной плиты является получение на рабочей поверхности плиты равномерного температурного поля. Поэтому в качестве переменной состояния y , которая однозначно характеризует эффективность объекта, выбран параметр перепада температур по поверхности плиты

$$y = \Delta T = T_{\max} - T_{\min}. \quad (1)$$

Отметим, что возможно применение других переменных состояния, например, дисперсии температуры или среднего отклонения температуры по поверхности. На наш взгляд, использование выбранной переменной предпочтительно из-за простоты вычисления, что имеет значение при проведении серии численных экспериментов.

Выбор факторов. Для проведения численных экспериментов необходимо выявить основные факторы, влияющие на величину перепада температур на поверхности плиты. Для рассматриваемых объектов исследования во всех случаях, кроме предварительно оговоренных, выбраны следующие факторы состояния. Для плиты с прямоугольными индукторами использованы 5 факторов (см. рис. 1, а): длина индуктора $x_1 = l$, ширина индуктора $x_2 = s$, положение центра индуктора по длине и ширине плиты $x_3 = x_c$, $x_4 = y_c$ соответственно и мощность индуктора $x_5 = Q$. Для плиты с концентрическими индукторами использованы 8 факторов, (см. рис. 1, б): мощности каждого индуктора $x_1 = Q_1$, $x_2 = Q_2$, $x_3 = Q_3$, $x_4 = Q_4$ и длины сторон $x_5 = l_1$, $x_6 = l_2$, $x_7 = l_3$, $x_8 = l_4$ каждого индуктора.

Оценка области определения факторов. Интервалы варьирования геометрией индукторов должны обеспечивать минимальное расстояние между индукторами, а также между индуктором и краем плиты, равное ширине паза (25 мм). Значение интервальной оценки суммарной мощности плиты в каждом случае следует выбирать таким образом, чтобы обеспечить нагрев плиты до рабочей температуры за заданное время.

Отметим, что область определения факторов окончательно формируется в ходе предварительных экспериментов, которые проводятся в соответствии с методикой, изложенной в [4].

Выбор нулевых уровней. Во всех случаях предлагается центр экспериментального плана помещать в середину области определения факторов. Данный подход является универсальным для всех нагревательных плит.

Выбор экспериментального плана осуществляется на основе методов планирования эксперимента, выбора правила, по которому будет происходить варьирование всех факторов исследуемого объекта. Отметим, что порядок плана при этом должен быть не меньше порядка уравнения аппроксимации d [7]. Другими словами, нужно иметь такую систему планирования, в которой i -й фактор принимает не менее $(d + 1)$ различных уровней

$$s_i \geq d + 1. \quad (2)$$

Построение поверхности отклика

На данном этапе осуществляется выбор уравнения аппроксимации и нахождение его коэффициентов, а также проверка достоверности аппроксимации.

Аппроксимация устанавливает связь между входными параметрами (факторами) и переменной состояния. Как правило, функциональная зависимость задается в виде полинома, который в случае двух факторов для плана первого порядка записывается в следующем виде

$$f(x_1, x_2) = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2. \quad (3)$$

Таким образом, задача аппроксимации сводится к нахождению коэффициентов b полинома. Для аппроксимации использовался метод наименьших квадратов (МНК), суть которого заключается в минимизации суммы квадратов отклонений, то есть

$$\Phi = \sum_{i=0}^{N-1} [y_i - f(\mathbf{X}_i, b_0, b_1, \dots, b_{m-1})]^2 \rightarrow \min, \quad (4)$$

где y_i – результат численного эксперимента в i -й точке; N – количество численных экспериментов; $\mathbf{X}_i = \{x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}\}$ – вектор факторов; k – число факторов; m – число коэффициентов аппроксимирующей функции.

При любых b_0, b_1, \dots, b_{m-1} функция $\Phi(b_0, b_1, \dots, b_{m-1})$ имеет единственный минимум, необходимым условием которого является выполнение равенств:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial b_0} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial b_1} = 0, \quad \dots, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial b_{m-1}} = 0. \quad (5)$$

Если слагаемые уравнения аппроксимации, называемые также базисными функциями, линейно независимы, то равенства (5) после преобразований образуют *определенную* систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) порядка m [8].

Поиск экстремума поверхности отклика. Значения факторов состояния, соответствующие минимуму поверхности отклика, являются решением задачи оптимизации конструктивных характеристик нагревательной плиты.

Выбор общего вида аппроксимирующей функции является ключевым, поскольку от этого зависит точность восстановления неизвестной функциональной зависимости и решение оптимизационной задачи в целом. Однако не существует системы стандартных рекомендаций и методов, которые образовывали бы строгую теоретическую базу для наиболее эффективной реализации. Опыт показывает, что при выборе параметрического вида аппроксимирующей функции, как правило, идут от простых зависимостей к сложным [9]. Поэтому был проведен сравнительный анализ результатов, полученных с применением линейной, квадратичной и кубической аппроксимаций, для которых использовали двухуровневый полный факторный эксперимент (ПФЭ) первого порядка, трехуровневый ПФЭ второго порядка и четырехуровневый ПФЭ третьего порядка [10] соответственно. Применение разных экспериментальных планов обусловлено необходимостью выполнения условия (2).

На примере оптимизации конструктивных (четыре фактора x_1, x_2, x_3, x_4) характеристик нагревательной плиты с прямоугольными индукторами (см. рис. 1, а) рассматривалось применение линейной четырехмерной аппроксимации и использовалась аппроксимирующая функция следующего вида

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = b_0 + \sum_{i=1}^4 b_i x_i. \quad (6)$$

В качестве факторов эксперимента были выбраны конструктивные характеристики: длина $x_1 = l$ и ширина индуктора $x_2 = s$, координаты его центра $x_3 = x_c, x_4 = y_c$. Был проведен предварительный двухуровневый ПФЭ. Число расчетов составило $N = 2^4 = 16$.

Используя уравнения (4)–(6), получаем СЛАУ пятого порядка:

$$\left\{ \begin{array}{l} b_0 N + b_1 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} + b_2 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i} + b_3 \sum_{i=0}^{N-1} x_{3i} + b_4 \sum_{i=0}^{N-1} x_{4i} = \sum_{i=0}^{N-1} y_i; \\ b_0 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} + b_1 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} x_{2i} + b_3 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} x_{3i} + b_4 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} x_{4i} = \sum_{i=0}^{N-1} y_i x_{1i}; \\ b_0 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i} + b_1 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} x_{2i} + b_2 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i}^2 + b_3 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i} x_{3i} + b_4 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i} x_{4i} = \sum_{i=0}^{N-1} y_i x_{2i}; \\ b_0 \sum_{i=0}^{N-1} x_{3i} + b_1 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} x_{3i} + b_2 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i} x_{3i} + b_3 \sum_{i=0}^{N-1} x_{3i}^2 + b_4 \sum_{i=0}^{N-1} x_{3i} x_{4i} = \sum_{i=0}^{N-1} y_i x_{3i}; \\ b_0 \sum_{i=0}^{N-1} x_{4i} + b_1 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} x_{4i} + b_2 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i} x_{4i} + b_3 \sum_{i=0}^{N-1} x_{3i} x_{4i} + b_4 \sum_{i=0}^{N-1} x_{4i}^2 = \sum_{i=0}^{N-1} y_i x_{4i}. \end{array} \right. \quad (7)$$

Полученную систему можно записать в матричной форме

$$\mathbf{AB} = \mathbf{C}. \quad (8)$$

Для решения СЛАУ вида (8) использовался метод LU-разложения, который представляет собой модификацию метода Гаусса [11]. Идея метода заключается в представлении матрицы \mathbf{A} в виде произведения нижней треугольной матрицы \mathbf{L} и верхней треугольной матрицы \mathbf{U} . Главное отличие метода LU-разложения от метода Гаусса состоит в том, что вектор \mathbf{C} при этом не изменяется.

Известно, что симметричная матрица \mathbf{A} часто имеет очень большое число обусловленности [8]. Поэтому при осуществлении ее разложения необходимо использовать алгоритм выбора главного элемента. Отметим, что для решения плохо обусловленных СЛАУ могут быть использованы другие методы, такие как метод сингулярного разложения [8] или метод QR-разложения [12]. Однако расчеты, рассматриваемые ниже, показали, что метод LU-разложения обеспечивает высокую точность решения при относительно небольших порядках СЛАУ (менее 100). Таким образом, применение перечисленных более сложных методов для нахождения коэффициентов аппроксимации нерационально.

Графически искомая функциональная зависимость вида (6) представляет собой гиперплоскость. Поэтому на рис. 2 показана линейная поверхность отклика при фиксированных координатах центра $x_c = 128$ мм, $y_c = 100$ мм.

Для визуальной оценки достоверности аппроксимации применяли график, отражающий соответствие данных, полученных с помощью уравнения регрессии, результатам численных экспериментов. Координаты точек по оси абсцисс показывают значения критерия оптимальности, полученные в результате экспериментов. По оси ординат – значения аппроксимирующей функции. Таким образом, чем ближе точки находятся к диагонали, тем выше достоверность аппроксимации.

График достоверности линейной аппроксимации представлен на рис. 3. В точках экспериментальных планов были определены отклонения по формуле

$$\Delta_i = |f(x_{1i}, x_{4i}, x_{3i}, x_{4i}) - y_i|, \quad (9)$$

где $i = 1, 2, \dots, N$.

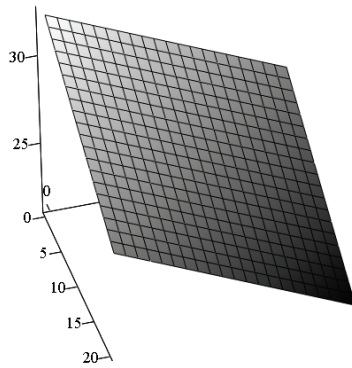


Рис. 2. Линейная поверхность отклика

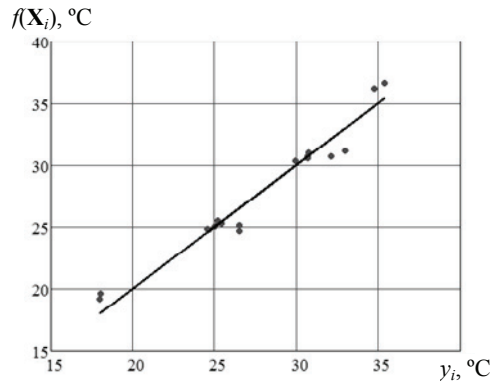


Рис. 3. Достоверность линейной аппроксимации

Максимальное отклонение результатов $\max\{\Delta\}$ составило $1,8\text{ }^\circ\text{C}$.

Минимум линейной функции аппроксимации вида (6) достигается только на границах области определения. Однако значения критерия оптимальности в вершинах области определения факторов известны заранее из результатов проведения ПФЭ. Следовательно, в данном случае линейная аппроксимация для решения задачи оптимизации не имеет смысла.

Для проведения квадратичной аппроксимации использовались результаты трехуровневого ПФЭ. При этом число экспериментов составило $N = 3^4 = 81$. Использовалась функция вида

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = b_0 + \sum_{i=1}^4 b_i x_i + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 b_{ij} x_i x_j. \quad (10)$$

Число коэффициентов квадратичного полинома m_2 составило

$$m_2 = 1 + k + \sum_{i=1}^k i. \quad (11)$$

При числе факторов $k = 4$ число коэффициентов $m_2 = 15$. Система линейных алгебраических уравнений формируется аналогично случаю использования линейной аппроксимации.

На рисунке 4 представлена поверхность отклика при фиксированных длине $l = 215$ мм и ширине $s = 170$ мм индуктора.

Изображенный параболоид имеет единственный минимум во внутренней области. Поэтому можно сделать вывод, что задание области определения координат центра индуктора на соответствующем этапе осуществлено корректно.

На рисунке 5 приведен график достоверности квадратичной аппроксимации. Максимальное отклонение результатов $\max\{\Delta\}$ в этом случае составило $1,7\text{ }^\circ\text{C}$.

Аналогичным образом была реализована кубическая аппроксимация. В соответствии с условием (2) использовались результаты четырехуровневого ПФЭ.

Число экспериментов составило $N = 4^4 = 256$. Использовалась функция вида

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = b_0 + \sum_{i=1}^4 b_i x_i + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 \sum_{p=j}^4 b_{ijp} x_i x_j x_p. \quad (12)$$

Число коэффициентов кубического полинома m_3 составило

$$m_3 = 1 + k + \sum_{i=1}^k i + \sum_{i=1}^k \sum_{j=i}^k i. \quad (13)$$

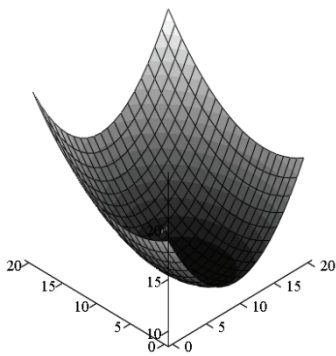


Рис. 4. Квадратичная поверхность отклика

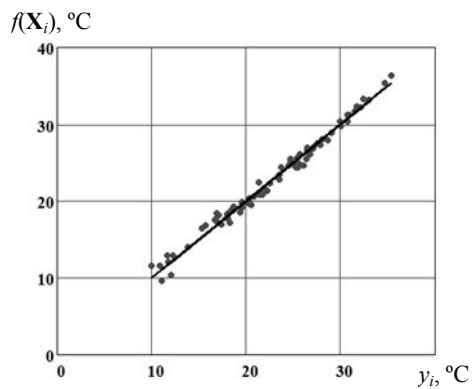


Рис. 5. Достоверность квадратичной аппроксимации

При числе факторов $k = 4$ число коэффициентов $m_3 = 35$.

Найденная поверхность отклика при тех же фиксированных длине и ширине индуктора изображена на рис. 6. Совместный анализ рисунков 4 и 6 позволяет сделать вывод о том, что квадратичная и кубическая аппроксимации хорошо согласуются между собой.

График достоверности кубической аппроксимации приведен на рис. 7. Максимальное отклонение результатов $\max\{\Delta\}$ составило 2,2 °C.

С использованием встроенных средств системы Mathcad были найдены оптимальные значения варьируемых переменных, при которых достигаются минимумы гиперповерхностей отклика. Данные, позволяющие оценить эффективность аппроксимации, сведены в табл. 1.

Различия в оптимальных значениях факторов между квадратичной и кубической аппроксимациями не превышают 1 %. Для кубической аппроксимации максимальное отклонение Δ выше, чем для аппроксимаций более низких порядков, что объясняется некоторой избыточностью экспериментальных данных (число расчетов N намного больше числа определяемых коэффициентов m).

В связи с этим можно сделать вывод, что для аппроксимации в данном случае целесообразнее применение полинома второго порядка, поскольку увеличение порядка не приводит к существенным изменениям результатов, а затраты машинного времени на проведение численных экспериментов возрастают более чем в 3 раза.

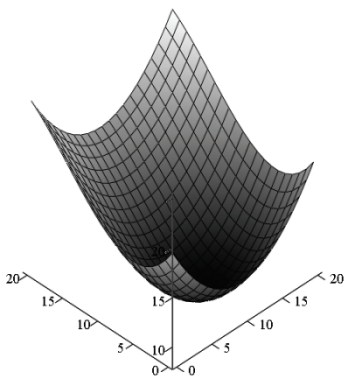


Рис. 6. Кубическая поверхность отклика

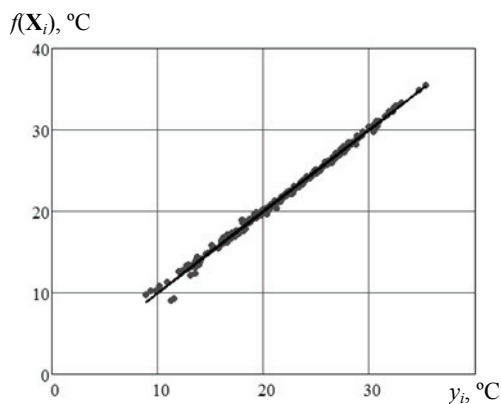


Рис. 7. Достоверность кубической аппроксимации

**Результаты применения линейной, квадратичной
и кубической аппроксимаций**

Тип аппроксимации	Число расчетов N	Порядок СЛАУ m	$\max\{\Delta\}$, °С	Оптимальные значения факторов, мм			
				x_c	y_c	l	s
Линейная	16	5	1,8	120	95	215	
Квадратичная	81	15	1,7	127,9	99,4	215	170
Кубическая	256	35	2,2	127,7	99,0	212,8	

Задача выбора оптимального экспериментального плана в большинстве случаев не имеет аналитического решения. Поэтому поиск оптимальных планов обычно осуществляется на основе анализа априорной информации об объекте исследования и результатов предварительных экспериментов [13]. Для проведения предварительных экспериментов были выбраны (рис. 8) трехуровневый ПФЭ, пятиуровневые ограниченный и вписанный ортогональные центральные композиционные планы (**ОЦКП**) и трехуровневый границентрированный центральный композиционный план (**ГЦКП**) эксперимента [10, 14]. Причем в качестве объекта исследования на данном этапе рассматривалась только плита с прямоугольными индукторами. Исключение из рассмотрения плиты с концентрическими индукторами объясняется большим числом факторов, что влечет за собой огромное количество численных экспериментов.

Результаты применения ПФЭ рассматривались в качестве базовых, поскольку этот план предполагает проведение наибольшего числа экспериментов 3^k (то есть для плиты с прямоугольными индукторами 243 расчета). Для остальных планов необходимо проведение $(2^k + 2k + 1)$ экспериментов (то есть 43 расчета).

Как видно из рис. 8, б, «звездные» точки ограниченного ОЦКП выходят за область определения факторов состояния, что недопустимо для выбранного способа задания интервалов варьирования факторов. Вписанный ОЦКП (см. рис. 8, в) представляет собой смасштабированный ограниченный ОЦКП таким образом, чтобы «звездные» точки принадлежали граням гиперкуба. Вписанный ОЦКП хуже описывает поведение поверхности отклика на границе области определения факторов, поскольку не содержит точек в вершинах гиперкуба.

С другой стороны, ГЦКП (см. рис. 8, г) лишен вышеупомянутых недостатков и, по сравнению с ПФЭ, содержит намного меньше расчетных точек. Сравнение коэффициентов уравнений аппроксимации, полученных с применением ПФЭ и

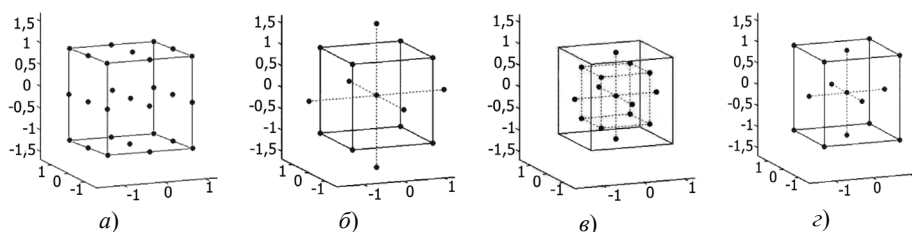


Рис. 8. Экспериментальные планы для трех факторов:
а – трехуровневый ПФЭ; б – ограниченный ОЦКП; в – вписанный ОЦКП;
г – трехуровневый ГЦКП

ГЦКП, не выявило серьезных отличий. Таким образом, для проведения численных экспериментов на детерминированной математической модели нагрева плиты был выбран ГЦКП, учитывающий варьирование факторов на трех уровнях и содержащий 2^k (вершины гиперкуба) точек «ядра» плана, одну точку в центре плана и $2k$ «звездных» точек. Данный план позволяет построить модель в виде полинома второй степени.

После определения коэффициентов полинома осуществляется *проверка адекватности аппроксимации*. Для этого используется метод регрессионного анализа результатов вычислительного эксперимента на детерминированной математической модели [13].

На первом этапе осуществляется построение модели среднего и ее статистический анализ. Определяется среднее значение функции отклика \bar{y} и дисперсия модели среднего S_y^2 , которая характеризует рассеяние результатов эксперимента относительно среднего и оценивает погрешность модели среднего:

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i; \quad (14)$$

$$S_y^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2, \quad (15)$$

где y_i – значение функции отклика в i -й точке спектра плана; N – количество проведенных опытов, равное числу точек спектра плана.

На следующем этапе по аппроксимирующей зависимости вычисляются предсказываемые значения функции отклика в каждой точке спектра плана y_i^* , а также остаточная дисперсия $S_{\text{ост}}^2$, которая оценивает погрешность аппроксимации

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{1}{N-m} \sum_{i=1}^N (y_i - y_i^*)^2. \quad (16)$$

Качество аппроксимации оценивают по критерию Фишера F и коэффициенту детерминации R^2 . Принимается следующая гипотеза H_0 : модель среднего $\bar{y}(\bar{X})$ хорошо описывает данные эксперимента. Таким образом, для доказательства достоверности аппроксимации необходимо, чтобы выдвинутая гипотеза была опровергнута.

Критерий Фишера равен отношению дисперсии модели среднего к остаточной дисперсии

$$F = \frac{S_y^2}{S_{\text{ост}}^2}. \quad (17)$$

Функция аппроксимации адекватно описывает результаты эксперимента, если найденное по формуле (17) значение F больше табличного значения критерия Фишера F_m , определяемого при принятом уровне значимости и числах степеней свободы k_1 и k_2 , с которыми определены дисперсии S_y^2 и $S_{\text{ост}}^2$. При этом число степеней свободы вычисляется следующим образом:

$$k_1 = N - 1; \quad (18)$$

$$k_2 = N - m. \quad (19)$$

Критерий детерминации определяется по формуле

$$R^2 = 1 - \frac{(N - m)S_{\text{ост}}^2}{(N - 1)S_y^2}. \quad (20)$$

Значение R^2 определяет долю рассеяния экспериментальных значений функции отклика, учитываемую моделью аппроксимации. Модель считается работоспособной, если $R^2 > 0,75$.

Нахождение экстремума поверхности отклика

Задача нахождения минимума найденной поверхности отклика относится к классу задач поиска экстремума функций многих переменных при наличии ограничений, которыми являются области определения факторов. Для ее решения были использованы метод сеток и метод прямого поиска с возвратом.

В качестве аппроксимирующей функции используется квадратичный полином. При нахождении минимума поверхности отклика для плиты с прямоугольными индукторами (см. рис. 1, *а*) в случае использования двухуровневого ГЦКП этими методами были получены одинаковые результаты.

Однако, как показали расчеты, предпочтительно использование метода прямого поиска с возвратом по причинам меньшей чувствительности к выбору значения первоначального шага и несколько меньшего машинного времени для его реализации.

Практическая реализация

Численные эксперименты по исследованию влияния факторов состояния на переменную состояния проводили по методике, описанной в [3, 4]. В качестве метода решения уравнений математической модели нагрева плит использовали метод конечных элементов. Выбранная методология расчетов позволяет избежать проведения сложного и трудоемкого электромагнитного анализа.

В таблице 2 приведены интервалы варьирования факторов состояния.

Предварительно в САПР SolidWorks были созданы две параметризованные трехмерные твердотельные модели плиты с прямоугольными (см. рис. 1, *а*) и с концентрическими индукторами (см. рис. 1, *б*). Поскольку рассматриваемые конструкции плит являются симметричными, то твердотельные модели представляли собой четверть всей конструкции. Данное обстоятельство позволило сократить время одного численного эксперимента.

Расчеты проводили в системе инженерного анализа COMSOL с помощью расчетного модуля Heat Transfer. Целью расчетов являлось нахождение максимальной и минимальной температур рабочей поверхности плиты. В качестве реперной точки был выбран временной интервал 2000 с. Для промышленных плит данный интервал времени приблизительно соответствует времени нагрева плиты от начальной температуры окружающего воздуха до рабочей температуры плиты (около 200 °С). Очевидно, что при варьировании мощностью индукторов будет существенно изменяться как максимальная, так и минимальная температуры на поверхности. Однако, как показали предварительные численные расчеты, данное обстоятельство мало влияет на величину перепада температур по рабочей поверхности, так как она определяется суммой изменений максимальной и минимальной температур поверхности.

График достоверности квадратичной аппроксимации для плиты с прямоугольными индукторами представлен на рис. 9, *а*, для плиты с концентрическими индукторами – на рис. 9, *б*.

Все параметры, необходимые для проверки адекватности найденных аппроксимирующих функций, сведены в табл. 3.

Интервалы варьирования факторов состояния

Конструкции нагревательных плит	Наименование фактора	Минимальное значение	Максимальное значение
Плита с прямоугольными индукторами	$x_1 = Q$, Вт	1100	1400
	$x_2 = l$, мм	160	215
	$x_3 = s$, мм	115	170
	$x_4 = x_c$, мм	95	110
	$x_5 = y_c$, мм	120	136
Плита с концентрическими индукторами	$x_1 = Q_1$, Вт	3210	3310
	$x_2 = Q_2$, Вт	1440	1540
	$x_3 = Q_3$, Вт	1090	1190
	$x_4 = Q_4$, Вт	560	600
	$x_5 = l_1$, мм	500	550
	$x_6 = l_2$, мм	380	400
	$x_7 = l_3$, мм	250	280
	$x_8 = l_4$, мм	100	150

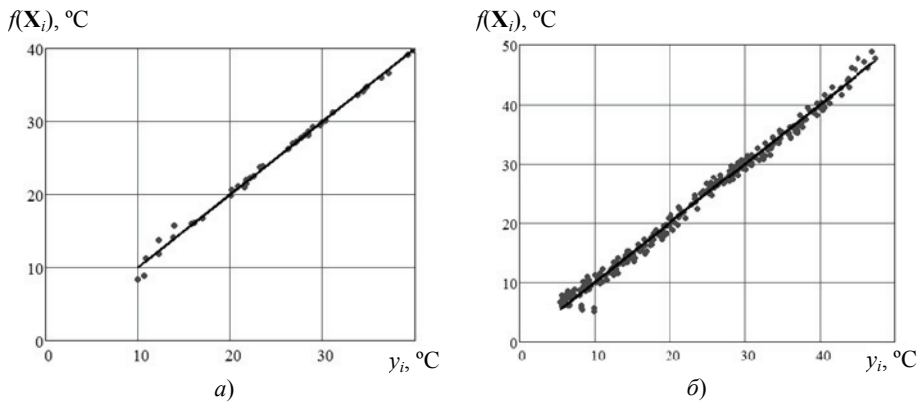


Рис. 9. График достоверности квадратичной аппроксимации:

а – для плиты с прямоугольными индукторами;

б – для плиты с концентрическими индукторами

Как видно из табл. 3, для обоих типов плит значение критерия Фишера F больше табличного значения F_m , значения коэффициентов детерминации R^2 близки к 1. Из этого можно сделать вывод, что аппроксимирующие функции адекватно описывают результаты вычислительного эксперимента. Кроме того, наблюдается высокая сила связи между переменной состояния и факторами состояния.

Максимальное рассогласование расчетных данных и данных аппроксимации для плиты с прямоугольными индукторами составило $1,81^\circ\text{C}$, для плиты с концентрическими индукторами – $4,71^\circ\text{C}$.

Найденные оптимальные значения факторов состояния представлены в табл. 4. Значения переменной состояния (перепада температур по поверхности плиты) до и после выполнения оптимизации сведены в табл. 5.

Таблица 3

Оценка адекватности аппроксимации

Плита	\bar{y}	S^2_y	$S^2_{ост}$	F	F_m	R^2
Прямоугольные индукторы	24,66	65,17	0,615	105,93	1,72	0,995
Концентрические индукторы	22,92	129,65	1,216	106,62	1,15	0,992

Таблица 4

Оптимальные значения факторов состояния

Конструкции нагревательных плит	Наименование фактора	Начальное значение	Оптимальное значение
Плита с прямоугольными индукторами	$x_1 = Q$, Вт	1250	1100
	$x_2 = l$, мм	172	215
	$x_3 = s$, мм	127	165
	$x_4 = x_c$, мм	123	100
	$x_5 = y_c$, мм	101	128
Плита с концентрическими индукторами	$x_1 = Q_1$, Вт	3280	3276
	$x_2 = Q_2$, Вт	1505	1483
	$x_3 = Q_3$, Вт	1140	1131
	$x_4 = Q_4$, Вт	614	564,5
	$x_5 = l_1$, мм	521	550
	$x_6 = l_2$, мм	378	400
	$x_7 = l_3$, мм	250	280
	$x_8 = l_4$, мм	116	139,7

Таблица 5

Значения перепада температур по поверхности до и после оптимизации

Конструкции нагревательных плит	Перепад температур по рабочей поверхности, °С	
	до оптимизации	после оптимизации
Плита с прямоугольными индукторами	9,355	4,085
Плита с концентрическими индукторами	7,691	3,587

Из данных табл. 5 можно сделать вывод, что проведение оптимизации для плиты с прямоугольными индукторами позволило уменьшить перепад температур в 2,3 раза, для плиты с концентрическими индукторами – в 2,1 раза.

Выводы

1. Предложен метод оптимизации конструктивных и режимных характеристик индукционных нагревательных плит, основанный на поиске экстремума поверхности отклика критерия оптимальности.
2. Обоснован выбор квадратичного полинома для аппроксимации расчетных данных.
3. Для решения СЛАУ осуществлен выбор метода LU-разложения, который обеспечивает приемлемую точность при решении плохо обусловленных матриц и прост в реализации.
4. Для решения задачи нахождения экстремума поверхности отклика критерия оптимальности осуществлен выбор метода прямого поиска с возвратом, обеспечивающего быстрое нахождение глобального минимума при любой начальной точке поиска, а также низкой чувствительностью к выбору шага.
5. Для проверки адекватности аппроксимации реализован метод регрессионного анализа результатов вычислительного эксперимента на детерминированной математической модели.
6. Для двух индукционных нагревательных плит (с прямоугольными и концентрическими индукторами) на основе предлагаемой методики реализована процедура оптимизации конструктивных и режимных характеристик.

Список литературы

1. Карпушкин, С.В. Моделирование процесса нагрева пресс-формы для производства резинотехнических изделий на индукционном вулканизационном прессе / С.В. Карпушкин, С.В. Карпов // *Фундамент. и прикладные проблемы техники и технологии.* – 2011. – № 2/2 (286). – С. 35–41.
2. Карпов, С.В. Оценка эффективности пресс-форм для изготовления резинотехнических изделий и системы их обогрева на вулканизационном прессе / С.В. Карпов, С.В. Карпушкин // *Хим. и нефтегазовое машиностроение.* – 2012. – № 3. – С. 10–16.
3. Малыгин, Е.Н. Методика теплового расчета нагревательных плит прессов для изготовления резинотехнических изделий / Е.Н. Малыгин, С.В. Карпушкин, А.С. Крушати́н // *Хим. пром-сть сегодня.* – 2009. – №11. – С. 48–56.
4. Karpushkin, S.V. Modeling of Induction Heating Devices in Example of Induction Heating Platens of Vulcanization Presses / S.V. Karpushkin, S.V. Karpov, A.O. Glebov // *Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та.* – 2011. – Т. 17, № 1. – С. 110–120.
5. Буль, О.Б. Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов. Программа ANSYS : учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений / О.Б. Буль. – М. : Академия, 2006. – 288 с.
6. Кувалдин, А.Б. Индукционный нагрев ферромагнитной стали / А.Б. Кувалдин. – М. : Энергоатомиздат, 1988. – 200 с.
7. Зедгинидзе, И.Г. Планирование эксперимента для исследования многокомпонентных систем / И.Г. Зедгинидзе. – М. : Наука, 1976. – 390 с.

8. Форсайт, Дж. Машинные методы математических вычислений : пер. с англ. / Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер. – М. : Мир, 1980. – 276 с.
 9. Айвазян, С.А. Прикладная статистика: исследование зависимостей : справ. изд. / С.А. Айвазян, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин ; под ред. С.А. Айвазяна. – М. : Финансы и статистика, 1985. – 487 с.
 10. Бондарь, А.Г. Планирование эксперимента в химической технологии (основные положения, примеры и задачи) / А.Г. Бондарь, Г.А. Статюха. – Киев : Выща шк., 1976. – 184 с.
 11. Форсайт, Дж. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений : пер. с англ. / Дж. Форсайт, К. Моулер. – М. : Мир, 1969. – 167 с.
 12. Лоусон, Ч. Численное решение задач метода наименьших квадратов : пер. с англ. / Ч. Лоусон, Р. Хенсон. – М. : Наука. гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 232 с.
 13. Тарасик, В.П. Математическое моделирование технических систем : учеб. для вузов / В.П. Тарасик. – Мн. : ДизайнПРО, 2004. – 640 с.
 14. Menon, Aj. Structural Optimization Using ANSYS and Regulated Multiquadric Response Surface Model / Ajaykumar Menon. – 2005. – Режим доступа : <http://dspace.uta.edu/bitstream/handle/10106/286/umi-uta-1129.pdf?sequence=1>. – Загл. с экрана.
-

Method of Optimization of Design and Performance Characteristics of Heating Plate of Vulcanizing Press

A.O. Glebov, S.V. Karpov, S.V. Karpushkin

*Department "Computer-Aided Design of Process Equipment", TSTU;
g7302@yandex.ru*

Key words and phrases: design of experiments; heating plate; optimization.

Abstract: The paper proposes the method to optimize the design and performance characteristics of a heating plate of a vulcanizing press based on the minimization of temperature difference on the working surface. The choice and justification of the methods used to design and test the adequacy of the response surface of extremum optimality criterion have been made. The examples of optimizing the design and performance characteristics of plates with square and concentric inductors based on the developed technique have been given.

Methodik der Optimierung der Konstruktiv- und Regimencharakteristiken der Wärmeplatte des Vulkanisierpresses

Zusammenfassung: Es ist im Artikel die Methodik der Optimierung der Konstruktiv- und Regimencharakteristiken der Wärmeplatte des Vulkanisierpresses vorgeschlagen. Es sind die Wahl und die Begründung der Methoden, die für die Bildung, der Prüfung der Ädaqivität und der Suchung des Extremumes des Oberflächens des Optimalkriteriums verwendet wurden, durchgeführt. Es sind die Beispiele der Optimierung der Konstruktiv- und Regimencharakteristiken der Wärmeplatte auf Grund der erarbeiteten Methodik angeführt.

Méthode de l'optimisation des caractéristiques constructives de régime d'une dalle de chauffage de la presse de vulcanisation

Résumé: Dans l'article est proposée la méthode de l'optimisation des caractéristiques constructives de régime d'une dalle de chauffage de la presse de vulcanisation fondée sur la minimisation de la chute de température sur la surface de travail de la dalle. Sont effectués le choix et l'argumentation des méthodes employées pour la construction, la vérification de l'adéquation et la recherche de l'extrémum de la surface du retentissement du critère de l'optimum. Sont mentionnés les exemples de l'optimisation des caractéristiques constructives de régime des dalles avec les inducteurs rectangles et concentriques à la base de la méthode étudiée.

Авторы: *Глебов Алексей Олегович* – аспирант кафедры «Автоматизированное проектирование технологического оборудования»; *Карнов Сергей Владимирович* – аспирант кафедры «Автоматизированное проектирование технологического оборудования»; *Карпушкин Сергей Викторович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Автоматизированное проектирование технологического оборудования», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».

Рецензент: *Туголуков Евгений Николаевич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Техника и технологии производства нанопродуктов», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».
