

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ИНЖЕНЕРНОЙ ГЕОМЕТРИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ МНОГОФАКТОРНЫХ ПРОЦЕССОВ

М.А. Чижик¹, В.Я. Волков², Е.Я. Сурженко³

Кафедры: «Конструирование швейных изделий», ФГБОУ ВПО «Омский государственный институт сервиса», г. Омск (1); margarita-chizhik@rambler.ru; «Начертательная геометрия, инженерная и машинная графика», ФГБОУ ВПО «Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия», г. Омск (2); «Конструирование и технология швейных изделий», ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна», г. Санкт-Петербург (3)

Представлена членом редколлегии профессором Н.Ц. Гапановой

Ключевые слова и фразы: алгоритм; гиперплоскость; гиперповерхность; многомерная геометрия; многомерный объект; моделирование; оптимизация; оптимизирующие факторы; параметры процесса; проецирование; технологический процесс; чертеж Радищева.

Аннотация: Обоснована необходимость применения инженерных методов для решения задач оптимизации многофакторных процессов. Рассмотрены способы построения чертежей многомерных объектов. Сформулирован алгоритм конструирования графических оптимизационных моделей многофакторных процессов на основе чертежа Радищева. Построена оптимизационная модель процесса лазерной сварки текстильных термопластичных материалов, позволяющая наглядно оценивать исследуемый процесс и оперативно устанавливать оптимальные режимы соединения, обеспечивающие требуемые свойства шва.

Введение

Моделирование многофакторных процессов всегда включает в себя элементы оптимизации, которая позволяет более эффективно управлять технологическими системами, определять параметры их устойчивой работы, организовать поиск условий для получения наилучших результатов. Для решения оптимизационных задач можно эффективно использовать математическое моделирование с применением компьютерных технологий. Вместе с тем использование классических методов, как правило, не применимо для оптимизации многих реальных многофакторных процессов из-за необходимости учета их специфических особенностей, выявления закономерностей, связанных с учетом большого числа факторов и установления их количественных взаимосвязей, определяющих в итоге качество протекания процесса. Кроме того, математические модели характеризуются большим объемом вычислительных операций и отсутствием наглядного представления об объекте исследования.

В последнее время в науке о методах моделирования и оптимизации многофакторных процессов все шире используются методы начертательной геометрии многомерного пространства. В первую очередь это связано с тем, что задачи, которые возникают на практике в процессах различного рода, невозможно решать традиционными аналитическими методами математического моделирования, так как число переменных величин, отображающих соответствующие многомерные функциональные зависимости, превышает размерность пространства, в котором протекают эти процессы. Вместе с тем многомерная начертательная геометрия имеет возможность рассматривать многомерные объекты в качестве геометрических моделей многих переменных, что и позволяет ей наглядно представить такие процессы в виде графических моделей, из которых с помощью современной компьютерной техники возможно оперативно устанавливать оптимальные режимы, параметры, составы и характеристики исследуемых процессов.

1. Способы построения чертежей многомерных объектов

Анализ литературы показал, что существуют различные способы представления многомерного пространства. В работах по начертательной геометрии многомерного пространства предлагается ряд способов построения чертежей многомерных объектов на основе проекционного аппарата.

Простейшим обобщением на четырехмерное пространство является гиперэпюр Наумович [1]. Основой такой модели является проецирование на координатные гиперплоскости (рис. 1). Обратимую модель четырехмерного пространства дают две проекции точки $A(x_a, y_a, z_a, t_a) - A_1(x_a, y_a, z_a), A_2(x_a, y_a, t_a)$ (рис. 2).

В работе [2] представлена прямоугольная система координат четырехмерного пространства O_{xyzt} , состоящая из четырех взаимно перпендикулярных координатных осей Ox, Oy, Oz, Ot , шести взаимно перпендикулярных плоскостей xy, xz, xt, yz, yt и zt и четырех взаимно перпендикулярных координатных гиперплоскостей xyz, xyt, xzt, yzt (рис. 3).

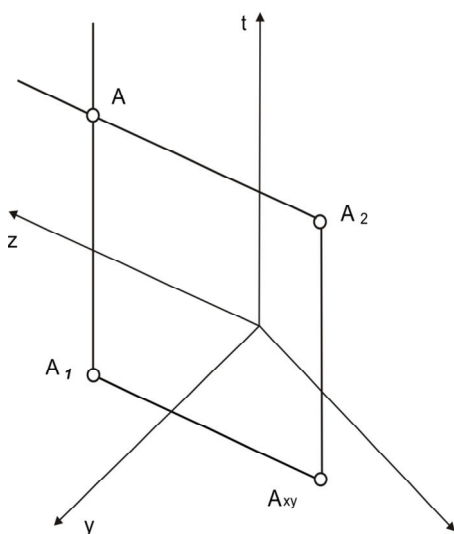


Рис. 1. Проецирование точки на координатные гиперплоскости

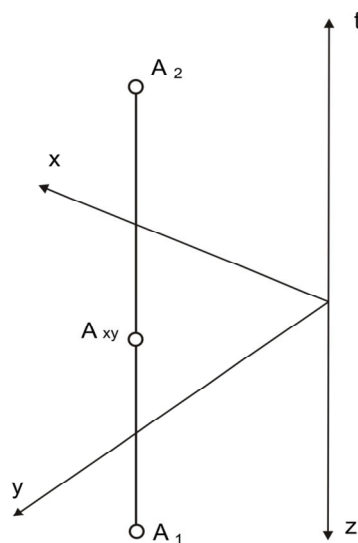


Рис. 2. Модель точки (гиперэпюр Наумович)

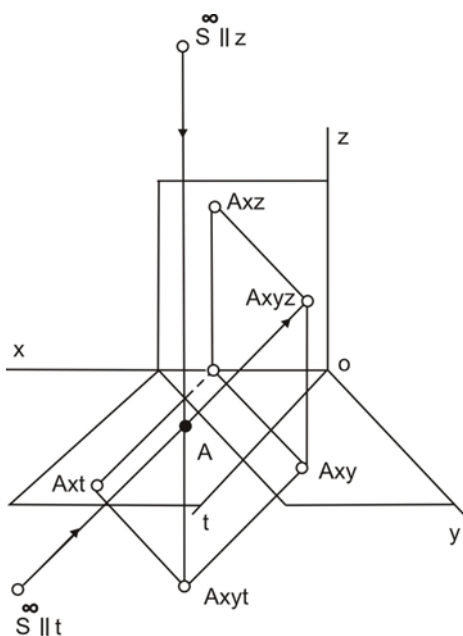


Рис. 3. Пространственная модель четырехмерного пространства

отдельные трехмерные чертежи. В этом случае лишний раз приходится вычерчивать ось x . На разнесенном чертеже четырехмерного пространства координатные трехмерные плоскости изображены в привычном для нас виде, без наложения проекций друг на друга, однако плоскость xu также повторяется дважды.

Системное рассмотрение принципов построения изображений объектов многомерного пространства и решение позиционных и метрических задач и их практическое приложение рассмотрены в монографии П.В. Филиппова [3]. Развивая его идеи, В.П. Болотов [2] ставит задачу дальнейшего исследования изображений объектов многомерного пространства, решения позиционных и метрических задач и их практического приложения на графической модели, основанной на методе разнесенных аксонометрических (рис. 4, а) и ортогональных (рис. 4, б) проекций. Данная модель предполагает использование аксонометрических и ортогональных чертежей трехмерных пространств, увеличивающихся по количеству с возрастанием размерности. Для получения такого чертежа автор предлагает параллельно разнести координатные гиперплоскости xuz и xut на

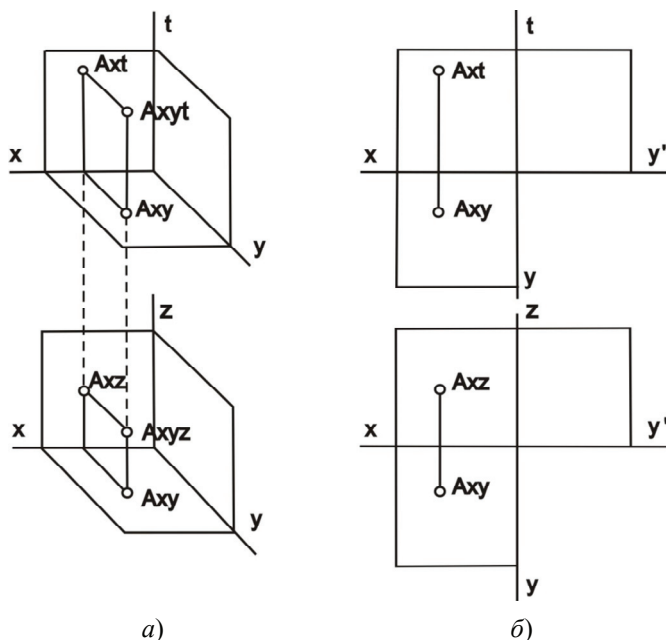


Рис. 4. Модель многомерного пространства В.П. Болотова: разнесенный аксонометрический (а) и ортогональный чертежи (б)

Недостатками всех приведенных моделей многомерного пространства является то, что по мере возрастания размерности такие модели становятся громоздкими, происходит наложение координатных плоскостей, сужая возможности выбора практически удобного вида чертежа. В результате этих трудностей в работах по начертательной геометрии многомерного пространства излагаются лишь отдельные теоретические и прикладные вопросы.

Наиболее удобной для решения различного рода задач является модель Радищева [4]. Ее особенность состоит в том, что три несобственные прямые плоскостей (z, t) , (y, t) , (y, z) образуют несобственную плоскость гиперплоскости (y, z, t) (рис. 5). Любая гиперплоскость, проходящая через эту несобственную плоскость, будет параллельна гиперплоскости (y, z, t) и, следовательно, перпендикулярна оси x , а это означает, что три проекции точки на чертеже Радищева будут расположены на одной линии связи, перпендикулярной оси x . Все сказанное будет справедливо и в случае, когда вместо оси x будет выбрана любая другая ось.

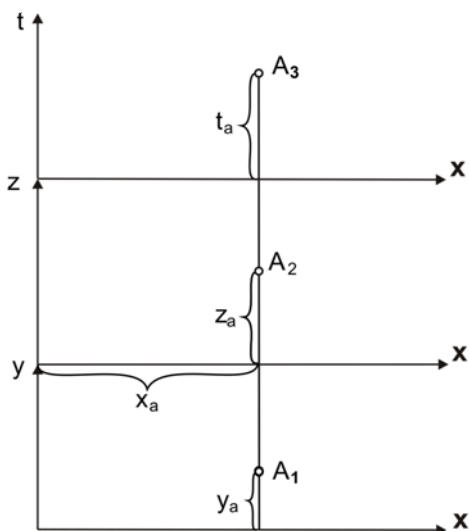


Рис. 5. Модель четырехмерного пространства Радищева

Точку $A(x_a, y_a, z_a, t_a)$ на чертеже Радищева можно спроецировать на плоскость (x, y) плоскостью, проходящей через несобственную прямую плоскости (z, t) . Будет получена проекция $A_1(x_a, y_a)$. Затем точку $A(x_a, y_a, z_a, t_a)$ спроецировать на плоскость (x, z) плоскостью, проходящей через несобственную прямую плоскости (y, t) . Будет получена точка $A_2(x_a, z_a)$. И, наконец, спроецировать точку $A(x_a, y_a, z_a, t_a)$ на плоскость (x, t) плоскостью, проходящей через несобственную прямую плоскости (y, z) . Будет получена точка $A_3(x_a, t_a)$. Три проекции дают возможность построить модель четырехмерного пространства.

По мере возрастания размерности чертежа, количество проекционных плоскостей будет увеличиваться, но проекции точки на чертеже Радищева по-прежнему будут находиться на одной линии связи. Такой аппарат проецирования является простым и наглядным.

Анализ работ, посвященных совершенствованию, развитию и применению чертежа Радищева в моделировании многофакторных процессов показал, что методы многомерной геометрии на основе чертежа Радищева успешно применяются к моделированию многофакторных многокомпонентных систем в физико-химическом анализе, при этом для исследования свойств таких систем используются методы исчислительной геометрии и теории параметризации. Основная идея работ заключается в создании формализованного математического (геометрического) аппарата для решения комплекса задач по анализу и синтезу исходных данных и конструированию алгебраических многообразий, которые с достаточной степенью приближения могут быть использованы для геометрического моделирования различных процессов в физико-химическом анализе многокомпонентных систем.

Несмотря на то что до сих пор остается нерешенным вопрос о достоверности решения задач с применением чертежа Радищева, ведется работа в направлении отыскания алгоритмов конструирования графически-оптимизационных моделей многофакторных процессов.

2. Алгоритмы конструирования графических оптимизационных моделей многофакторных процессов на чертеже Радищева

Допустим, задана многопараметрическая система и несколько независимых между собой оптимизирующих факторов, представляющих зависимость параметров процесса и критериев качества. При этом значения оптимизирующих факторов заданы набором табличных данных, полученных в результате измерений, наблюдений или логическим путем.

Алгоритм определения оптимизирующей области параметров в зависимости от значений оптимизирующих факторов в общем виде представлен ниже.

1. Задается гиперповерхность оптимизирующих факторов путем подбора кривых определенного класса, имеющих определенное расположение относительно исходных точек для каждого фактора (χ_i, φ_i).

2. Выбираются и задаются оптимальные значения факторов $\chi_i = \chi_{\text{опт}}$, $\varphi_i = \varphi_{\text{опт}}$, которые геометрически будут являться гиперплоскостью уровня.

3. Находится пересечение гиперповерхности с гиперплоскостью уровня в пространстве n (рис. 6), которое будет являться оптимизирующей областью

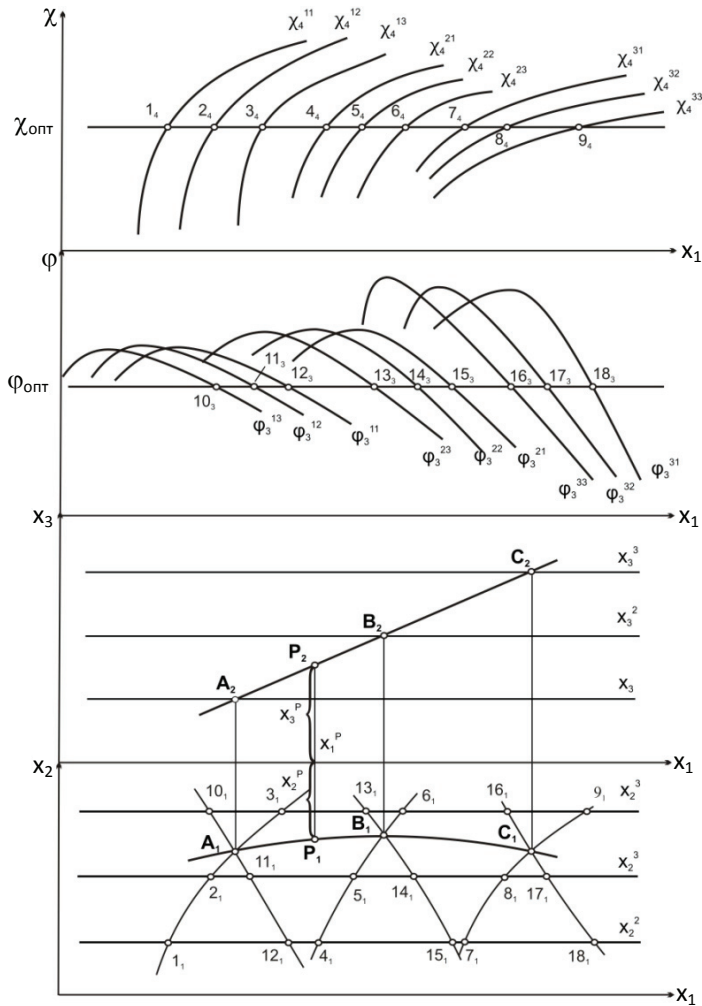


Рис. 6. Схема построения оптимизирующей области трех параметров x_1, x_2, x_3 в зависимости от значений двух оптимизирующих факторов χ_i, φ_i

$ABC (A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$ изменения параметров x_1, x_2, x_3 , для заданных оптимальных значений факторов.

Этот алгоритм применим при различном числе параметров и оптимизирующих факторов, количество и тех, и других может увеличиваться в зависимости от требований прикладной задачи.

Рассмотрим действие вышеприведенного алгоритма при решении прикладной задачи швейного производства – оптимизации процесса соединения текстильных термопластичных материалов лазерной сваркой, путем определения области значений основных параметров соединения в зависимости от показателей качества, являющихся оптимизирующими факторами.

На рисунке 7 в виде чертежа Радищева представлены данные, полученные экспериментальным путем в работе [5]. В качестве параметров процесса образ-

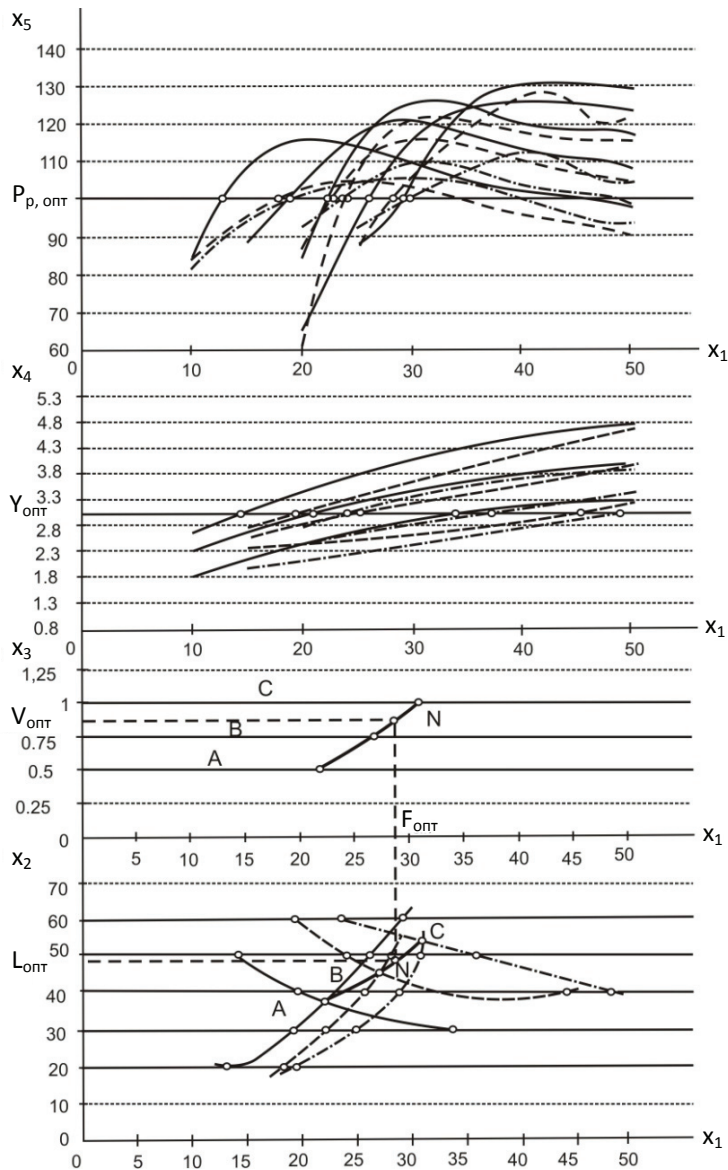


Рис. 7. Графическая оптимизационная модель процесса лазерной сварки текстильного материала (Винилискожа-Т галантерейная)

вания сварного шва выбраны: x_1 – мощность лазерного излучения F , Вт; x_2 – расстояние от среза сопла до поверхности свариваемого материала L , мм; x_3 – скорость сварки V , м/мин. В качестве оптимизирующих факторов выступают: x_4 – ширина сварного шва Y , мм; x_5 – разрывная нагрузка сварного шва P_p , Н.

Интервалы варьирования параметров процесса лазерной сварки: x_1 от 10 до 50 Вт с шагом 20 Вт; x_2 от 20 до 60 мм с шагом 20 мм; x_3 от 0,5 до 1,0 м/мин с шагом 0,25 м/мин.

Значение оптимального уровня разрывной нагрузки принято равным $P_{p, \text{опт}} = 100$ Н, ширины шва – $Y_{\text{опт}} = 3,0$ мм.

В результате построения пересечения гиперповерхности с гиперплоскостью уровня оптимизирующей областью является $ABC (A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$. Для того чтобы найти комбинацию параметров, при которых сварной шов будет обладать разрывной нагрузкой 100 Н и шириной 3,0 мм, необходимо выбрать значение одного из параметров, например $V = 0,87$ м/мин, и определить точку $N (N_1, N_2)$ с координатой $x_3 = 0,87$, принадлежащую $ABC (A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$. Две другие координаты точки $N (x_1^N, x_2^N)$ определяют значения остальных параметров: $x_1 = 28,5$ Вт и $x_2 = 48$ мм.

Апробация графической модели показала, что установленные по чертежам значения основных параметров режимов процесса обеспечивают получение заданной прочности сварных швов. Этим подтверждается практическая пригодность алгоритма определения оптимизирующей области значений параметров в зависимости от значений оптимизирующих факторов, разработанного на основе чертежа Радищева.

Универсальность вышеуказанного алгоритма показана на примере ниточного способа соединения деталей швейных изделий в работе [6].

Заключение

Применение алгоритмов определения области пересечения гиперповерхности с гиперплоскостью на чертеже Радищева позволяет получать результаты решений прикладных задач в виде графоаналитических и графических оптимизационных моделей и при этом наглядно оценивать исследуемый процесс, оперативно устанавливать оптимальные режимы, параметры, а также прогнозировать характеристики исследуемых процессов.

Исследование многофакторных, многокомпонентных систем и процессов методами инженерной геометрии является перспективной научной областью, а теоретические и практические результаты данной работы могут способствовать дальнейшему ее развитию.

Отметим, что рассмотренный алгоритм можно применять не только к выше-рассмотренным технологическим задачам, но и, например, при синтезе новых материалов, которые будут удовлетворять некоторым оптимизирующим факторам, в решении экологических проблем и т. д.

Список литературы

1. Юрков, В.Ю. Геометрическая модель принятия решения в условиях оптимального состояния динамической системы / В.Ю. Юрков // Динамика систем, механизмов и машин : тез. докл. III Междунар. науч.-техн. конф., г. Омск, 26–28 окт. 1999 г. / Омск. гос. техн. ун-т. – Омск, 1999. – С. 118–119.

2. Болотов, В.П. Начертательная геометрия многомерного пространства [Электронный ресурс] : монография / В.П. Болотов // Валерий Болотов : авт. страница. – Режим доступа : http://vm.msun.ru/Autor/Dis_dokt/Ngeo_mng.htm. – Загл. с экрана.

3. Филиппов, П.В. Начертательная геометрия многомерного пространства и ее приложения : монография / П.В. Филиппов. – Л. : Изд-во Ленингр. ун-та, 1976. – 280 с.

4. Радищев, В.П. О применении геометрии четырех измерений к построению равновесных физико-химических диаграмм / В.П. Радищев // Изв. Сектора физ.-хим. анализа. – 1947. – Т. 15. – С. 129–134.

5. Чижик, М.А. Прогнозирование свойств соединений деталей швейных изделий, выполненных методом лазерной сварки : дис. ... канд. техн. наук : 05.19.04 : защищена 13.12.95 : утв. 15.03.96 / Чижик Маргарита Анатольевна. – СПб., 1995. – 247 с.

6. Чижик, М.А. Моделирование процессов соединения деталей швейных изделий / М.А. Чижик, В.Я. Волков ; Федер. агентство по образованию, Ом. гос. ин-т сервиса. – Омск : Изд-во ОГИС, 2010. – 146 с.

Application of Engineering Geometry Methods for Optimization of Multifactorial Processes

M.A. Chizhik¹, V.Ya. Volkov², E.Ya. Surzhenko³

*Departments: «Clothes Design», Omsk State Service Institute, Omsk (1);
margarita-chizhik@rambler.ru;*

*“Descriptive Geometry, Engineering and Machine Graphics”,
Siberian Automobile and Highway Academy, Omsk (2);*

*“Design and Technology of Clothing”, St. Petersburg State University
of Technology and Design, St. Petersburg (3)*

Key words and phrases: algorithm; hyperplane; hypersurface; multidimensional geometry; multidimensional object; modeling; optimization; optimization factors; process parameters; projection; Radishchev chart; technological process.

Abstract: The article states the necessity of applying engineering methods to the problems of optimization of multifactorial processes. The ways of drawing multidimensional objects have been considered. The article presents an algorithm of creating graphical optimization models of multifactorial processes on the basis of Radishchev chart. An optimization model of the process of thermoplastic materials laser bonding has been built, it enables to evaluate visually the given process and promptly set up the appropriate bonding modes to provide the necessary qualities of the seam.

Anwendung der Methoden der ingenieurmässigen Geometrie für die Lösung der Aufgaben der Optimierung der multifaktoriellen Prozesse

Zusammenfassung: Es ist die Notwendigkeit der Anwendung der ingenieurmässigen Methoden für die Lösung der Aufgaben der Optimierung der multifaktoriellen Prozesse rechtfertigt. Es sind die Weisen der Konstruktion der Zeichnungen der multidimensionalen Objekte betrachtet. Es ist den Algorithmus des Konstruierens der graphischen optimisierenden Modelle der multifaktoriellen Prozesse

aufgrund der Zeichnung von Radistschew abgefasst. Es ist das optimisierende Modell des Prozesses des Laserschweißens der textilen thermoplastischen Materialien aufgebaut, das den untersuchten Prozess zu bewerten und die optimalen Regimes der Vereinigung, die die geforderten Eigenschaften der Naht gewährleisten operativ festzustellen zulässt.

Application des méthodes de la géométrie d'ingénieur pour la solution des problèmes de l'optimisation des processus multifacteurs

Résumé: Est argumentée la nécessité de l'application des méthodes d'ingénieur pour la solution des problèmes de l'optimisation des processus multifacteurs. Sont examinés les moyens de la construction des dessins techniques des objets multivariés. Est formulé l'algorithme de la construction des modèles graphiques d'optimisation des processus multifacteurs à la base du dessin technique de Radishchev. Est construit le modèle d'optimisation du processus du soudage au laser des matériaux thermoplastiques textiles permettant d'évaluer avec évidence le processus étudié et d'établir vite les régimes optimaux de l'assemblage assurant les propriétés nécessaire du joint.

Авторы: *Чижик Маргарита Анатольевна* – кандидат технических наук, профессор кафедры «Конструирование швейных изделий», ФГБОУ ВПО «Омский государственный институт сервиса», г. Омск; *Волков Владимир Яковлевич* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Начертательная геометрия, инженерная и машинная графика», ФГБОУ ВПО «Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия», г. Омск; *Сурженко Евгений Яковлевич* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Конструирование и технология швейных изделий», ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна», г. Санкт-Петербург.

Рецензент: *Панчук Константин Леонидович* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Инженерная геометрия и САПР», ФГБОУ ВПО «Омский государственный технический университет», г. Омск.
