

## ТЕПЛООБМЕН ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ ГАЗОЖИДКОСТНОГО ПОТОКА В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

**В.Я. Губарев, А.Г. Арзамасцев**

*Кафедра «Промышленная теплоэнергетика»,  
ФГБОУ ВПО «Липецкий государственный технический университет», г. Липецк;  
gv\_lipetsk @rambler.ru*

*Представлена членом редколлегии профессором Н.Ц. Гапановой*

**Ключевые слова и фразы:** газожидкостный поток; коэффициент теплоотдачи; турбулентное течение.

**Аннотация:** Рассмотрен теплообмен при турбулентном течении тонкодисперсных газожидкостных потоков в высокотемпературных цилиндрических каналах. Получено критериальное уравнение для определения коэффициента теплоотдачи и его распределение по длине канала с учетом испарения капельной фазы.

---

### Введение

В настоящее время работа газотурбинных установок (ГТУ) характеризуется переходом на все более высокие температуры рабочего тела, что требует создания высокоэффективных систем охлаждения лопаток газовых турбин. Важным компонентом системы охлаждения является выбор хладагента и оценка его эффективности. Одним из перспективных хладагентов может быть тонкодисперсная газожидкостная, в частности водовоздушная, смесь (аэрозоль) с диаметром капель 20...100 мкм [1]. Наличие в этом потоке капель воды позволяет эффективно охлаждать лопатки ГТУ при малых расходах охладителя.

Для оценки эффективности использования водовоздушной смеси для охлаждения лопаток ГТУ необходимо знать значение коэффициента теплоотдачи при течении во внутренних каналах лопатки.

### Теплообмен при турбулентном течении

Рассмотрим турбулентное безотрывное течение двухфазного тонкодисперсного потока в высокотемпературном цилиндрическом канале.

Для тонкодисперсного потока характерны малые скорости скольжения, поэтому его можно рассматривать как условно гомогенную газожидкостную среду.

Вязкому подслою непосредственно у охлаждаемой поверхности соответствует тепловой подслои, который характеризуется переносом тепла теплопроводностью в однофазной газопаровой среде. Применим известный подход [2] для расчета теплоотдачи с использованием интегральных уравнений теплового потока и импульса для пограничного слоя, дополнив их учетом теплопереноса к капельной

компоненте. Тепловой поток через тепловой подслоя  $q_{\Pi} = \lambda_{\Gamma} \frac{t_{\text{ст}} - t_{\Pi}}{\delta_{\Pi}}$  на его внешней границе отводится как турбулентным переносом газовой фазой  $q_{\Gamma}$ , так и к жидкой фазе за счет разрыва температур газовой и жидкой фаз  $q_{\text{к}}$ , то есть  $q_{\Pi} = q_{\Gamma} + q_{\text{к}}$ , где  $\delta_{\Pi}$  – толщина теплового подслоя;  $t_{\Pi}$  – температура газовой фазы на внешней границе теплового подслоя.

При температуре газа, значительно превышающей температуру насыщения капель, в первом приближении можно пренебречь диффузионным испарением в процессе прогрева капель до температуры насыщения, последующее испарение с поверхности капель полностью определяется тепловым потоком, а движение пара – градиентом давления. Отдельная капля рассматривается как точечный сток тепла [3] с интенсивностью  $Q_{\text{к}} = 2\pi\lambda_{\Gamma}d_{\text{к}}(t_{\text{к}} - t_{\Gamma})$ . Совокупность таких стоков тепла можно представить как отрицательные внутренние источники тепла с объемным теплопоглощением  $q_{\text{в}} = \frac{12\lambda_{\Gamma}d\rho_{\Gamma}}{\rho_{\text{к}}d_{\text{к}}^2}(t_{\text{к}} - t_{\Gamma})$ , где  $\rho_{\Gamma}$  – плотность газа, кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_{\text{к}}$  – плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $d_{\text{к}}$  – диаметр капель, м;  $t_{\text{к}}$  – температура капель, м;  $d$  – влагосодержание двухфазной смеси, кг/кг, то есть отношение массового количества жидкости, содержащейся в двухфазной смеси, к массовому количеству газа. При достаточно больших температурах газа, характерных для охлаждения высокотемпературных поверхностей, можно пренебречь изменением температурного напора  $\vartheta = t_{\Gamma} - t_{\text{к}}$  в процессе нагрева капель и принять  $\vartheta = t_{\Gamma} - t_{\text{к}0}$ , где  $t_{\text{к}0}$  – начальная температура газожидкостной среды. При прогреве капель до температуры насыщения их диаметр остается неизменным.

Исходя из всего вышесказанного, можно сделать вывод о том, что до начала испарения капель имеет место квазистационарный режим теплопроводности, при котором  $t_{\text{к}} = \text{const}$ ,  $d_{\text{к}} = \text{const}$ .

Введем коэффициент  $b$ , характеризующий мощность внутренних источников тепла:  $b = \left( \frac{12d\rho_{\Gamma}}{\rho_{\text{к}}d_{\text{к}}^2} \right)^{0,5}$ , м<sup>-1</sup>.

Тогда система уравнений, описывающих теплообмен при течении газожидкостного аэрозоля для цилиндрического канала, вырождается в дифференциальное уравнение теплопроводности с внутренними отрицательными источниками тепла

$$\frac{d^2\vartheta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\vartheta}{dr} - b^2\vartheta = 0, \quad (1)$$

где  $r$  – полярный радиус, м.

Температурный напор у стенки равен  $\vartheta(r = r_0) = \vartheta_0$ . Тогда решение уравнения (1) будет иметь вид  $\vartheta = \vartheta_0 \frac{J_0(ibr)}{J_0(ibr_0)}$ . Решение уравнения (1) позволяет найти тепловой поток к капельной фазе для квазистационарного режима теплопроводности  $q_{\text{к}} = \lambda_{\Gamma} b \frac{iJ_1(ibr)}{J_0(ibr_0)} (t_{\Pi} - t_{\text{к}})$ . Введем коэффициент  $m = \frac{iJ_1(ibr_0)}{J_0(ibr_0)}$ . Тогда тепловой поток к жидкой фазе  $q_{\text{к}} = \lambda_{\Gamma} b m (t_{\Pi} - t_{\text{к}})$ . Тепловой поток при турбулентном переносе  $q_{\Gamma} = s_{\text{с}} \frac{\lambda_{\Gamma}}{\mu_{\Gamma}} \frac{t_{\Pi} - t_0}{w_0 - w_{\Pi}}$ , где  $s_{\text{с}}$  – касательное напряжение на границе вязкого подслоя. В турбулентной части пограничного слоя за счет перемешивания к

границе вязкого подслоя постоянно подводятся объемы двухфазного потока с внешними параметрами, то есть температура капель  $t_k = t_0$ . В дальнейшем будем применять обозначение:  $\vartheta_\delta = t_\Pi - t_k$ . Для газожидкостного аэрозоля кинематическая вязкость равна вязкости газа, а плотность находится по формуле  $\rho_{\text{аэр}} = \rho_\Gamma(1 + d)$ .

Касательное напряжение на границе вязкого подслоя будет  $s_c = \frac{\xi}{8} \rho w_0^2$ , где  $\xi = 0,184 \cdot \text{Re}^{-0,2}$ . Тогда  $s_c = \frac{\xi}{8} \rho_\Gamma w_0^2 = 0,023 \rho_\Gamma w_0^2 \text{Re}^{-0,2}$ ,  $\sqrt{\frac{s_c}{\rho}} = 0,152 w_0 \text{Re}^{-0,1}$ . В пределах вязкого подслоя принимается линейное распределение скоростей:  $w_x = w^* y^*$ , где  $w^* = \sqrt{\frac{s_c}{\rho_\Gamma}} = 0,152 w_0 \text{Re}^{-0,1}$ ,  $y^* = \frac{w^* x}{v_\Pi}$ ,  $x = r_0 - r$ .

Для границы вязкого подслоя и двухфазной турбулентной части пограничного слоя согласно [2]  $y^* = 5$ . Тогда скорость на границе вязкого подслоя и двухфазной турбулентной части пограничного слоя  $w_\Pi = \sqrt{\frac{s_c}{\rho_\Gamma}} 5 = 0,76 \text{Re}^{-0,1} w_0$ , а

толщина вязкого подслоя  $\delta_\Pi = 5 v_\Gamma \left( \frac{s_c}{\rho_\Gamma} \right)^{-0,5} = 32,9 v_\Gamma \frac{\text{Re}^{0,1}}{w_0}$ . В дальнейших расчетах тепловой подслоя принимается равным гидродинамическому подслою. При этом учитывается, что полный тепловой поток в турбулентную часть пограничного слоя с учетом турбулентного переноса и теплового потока к жидкой капельной фазе равен тепловому потоку через тепловой подслой и определяет теплоотдачу от поверхности, то есть  $q_\Pi = \alpha \vartheta_0$ .

Введем коэффициент  $\varepsilon$  – отношение теплового потока к жидкой фазе к тепловому потоку при турбулентном переносе

$$\varepsilon = \frac{q_k}{q_\Gamma} = 43,47 b d_{\text{тр}} m \frac{\text{Re}^{0,2} - 0,76 \text{Re}^{0,1}}{\text{Re}}.$$

Тогда критериальное уравнение для нахождения коэффициента теплоотдачи для двухфазного потока будет иметь вид

$$\text{Nu} = 0,023 \text{Re}^{0,9} \frac{1 + \varepsilon}{\text{Re}^{0,1} + 0,76 \varepsilon}. \quad (2)$$

Для чисто газового потока критериальное уравнение при  $\text{Pr} = 1$  имеет вид  $\text{Nu}_\Gamma = 0,023 \text{Re}^{0,8}$ .

Представим критериальное уравнение (2) для двухфазного потока в виде

$$\text{Nu}_{\text{двухф}} = \text{Nu}_\Gamma \beta = 0,023 \text{Re}^{0,8} \beta, \quad (3)$$

где  $\beta$  – отношение между коэффициентами теплоотдачи при течении газожидкостного и чисто газового потоков,

$$\beta = \frac{1 + \varepsilon}{1 + 0,76 \text{Re}^{-0,1} \varepsilon}. \quad (4)$$

Из выражения (4) следует, что при  $\text{Re} = \text{const}$  с ростом отношения теплового потока к жидкой фазе к тепловому потоку турбулентным переносом, коэффициент  $\beta$  будет увеличиваться. Минимальное значение  $\beta = 1$  достигается при  $\varepsilon = 0$ ; при  $\varepsilon \rightarrow \infty$  максимальное значение  $\beta_{\text{max}} = 1,31 \text{Re}^{0,1}$ .

В случае, когда тепловой поток через тепловой подслои  $q_{\text{п}}$  на его внешней границе отводится только турбулентным переносом  $q_{\text{т}}$ , коэффициент  $\beta = 1$  и критериальное уравнение для двухфазного потока вырождается в критериальное уравнение для чисто газовой фазы  $Nu_{\text{г}} = 0,023 Re^{0,8}$ . В случае, когда тепловой поток через тепловой подслои  $q_{\text{п}}$  на его внешней границе идет только на нагрев и испарение жидкой фазы  $q_{\text{к}}$ , критериальное уравнение для двухфазного потока  $Nu_{\text{г}} = 0,03 Re^{0,9}$ .

На рисунке 1 представлена зависимость коэффициента  $\beta$  от коэффициента  $b$ .

При постоянном числе  $Re$  и диаметре канала коэффициент  $\varepsilon$  прямо пропорционален коэффициенту  $b$ , характеризующему мощность внутренних источников тепла. Коэффициент  $b$  увеличивается с ростом влагосодержания и входного давления и уменьшается с ростом диаметра капель. Поэтому коэффициент теплоотдачи и коэффициент  $\beta$  будут расти с ростом влагосодержания и входного давления и уменьшаться с ростом диаметра капель.

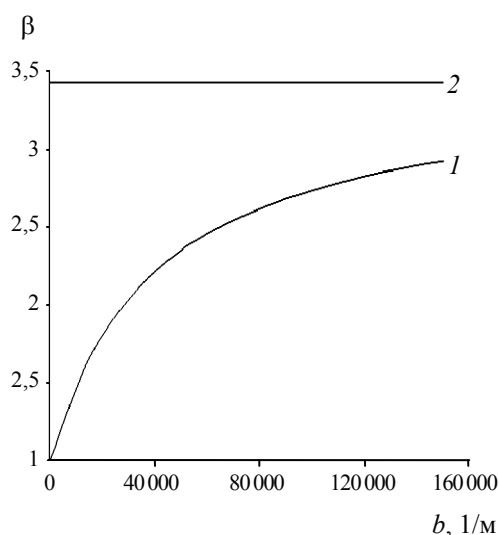
### Изменение коэффициента теплоотдачи по длине с учетом испарения капельной фазы

При течении газожидкостного аэрозоля в высокотемпературных каналах после нагрева до температуры насыщения капли начинают испаряться. В ходе испарения происходит уменьшение диаметра капель и влагосодержания, что приводит к снижению теплового потока к капельной фазе. Критериальные уравнения (3) можно использовать и для расчетов при испарении капель. При этом предполагается, что все подведенное тепло пошло на испарение капель, а весь образовавшийся пар остается в ядре потока, за счет чего будет увеличиваться скорость потока и критерий Рейнольдса. Перегрев пара учитывается в рамках теплового баланса всего потока.

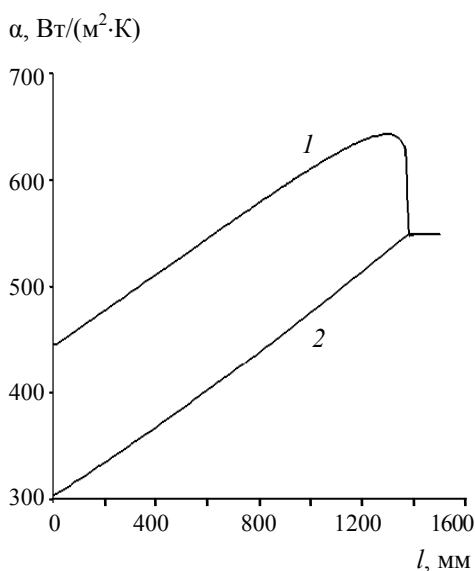
Скорость потока в этом случае будет находиться по формуле

$$w_0 = \frac{\frac{G_{\text{г}}}{\rho_{\text{г}}} + \frac{G_{\text{п}}}{\rho_{\text{п}}}}{\frac{\pi}{4} d_{\text{тр}}^2},$$

где  $G_{\text{п}}$ ,  $G_{\text{г}}$  – массовые расходы паровой и газовой фаз, кг/с;  $d_{\text{тр}}$  – внутренний диаметр канала, м.



**Рис. 1. Зависимость коэффициента  $\beta$  от  $b$  при  $Re = 15000$ :**  
 1 – зависимость  $\beta$  от  $b$  для газожидкостного потока;  
 2 – линия максимального значения  $\beta$



**Рис. 2. Зависимость коэффициента теплоотдачи от длины участка испарения:**  
 1 – газожидкостный поток;  
 2 – чисто газовый поток

Расчет коэффициента теплоотдачи проводился численными методами. При расчете был введен коэффициент испарения  $k_{\text{испар}}$ , равный отношению массового расхода пара к массовому расходу капельной фазы до начала испарения  $k_{\text{испар}} = \frac{G_{\text{п}}}{G_{\text{к0}}}$ , где  $G_{\text{к0}}$  – массовый расход капельной фазы до начала испарения, кг/с. Шаг по коэффициенту испарения принимаем  $\Delta k_{\text{испар}} = 0,01$ .

На рисунке 2 представлен график зависимости коэффициента теплоотдачи от длины участка испарения для следующих начальных условий: давление 5 атм, расход 25 кг/ч, влагосодержание 0,5 кг/кг, диаметр капель 20 мкм.

Таким образом, полученные в результате расчета для участка испарения капель данные позволяют сделать

следующие выводы: при испарении капель растет скорость потока, что приводит к увеличению коэффициента теплоотдачи; для потоков с высоким влагосодержанием при почти полном испарении капель (около 99 %) происходит резкое падение до нуля теплового потока к капельной фазе, что приводит к уменьшению коэффициента теплоотдачи; для потоков с низким влагосодержанием коэффициент теплоотдачи будет монотонно возрастать по всей длине участка испарения.

## Заключение

Система дифференциальных уравнений, описывающих теплообмен при течении газожидкостного потока, может быть решена численными методами с получением значений коэффициента теплоотдачи при заданных граничных условиях, однако более актуальным является применение подхода, позволяющего при некоторых допущениях с достаточно высокой точностью получить критериальное уравнение теплообмена.

При рассмотрении течения газожидкостного аэрозоля в цилиндрических каналах тепловой поток, подводимый к аэрозолю, разделяется на две составляющие: тепловой поток к газовой фазе и тепловой поток к капельной фазе. Тепловой поток к газовой фазе зависит от числа Рейнольдса. Тепловой поток к капельной фазе определяется коэффициентом  $b$ , характеризующим мощность внутренних источников тепла, и не зависит от числа Рейнольдса. Разделение суммарного теплового потока на тепловой поток к газовой и тепловой поток к капельной фазам позволяет выявить влияние капельной фазы на общий коэффициент теплоотдачи.

В заключение хотелось бы отметить, что использованная в статье гомогенная модель течения тонкодисперсного потока в высокотемпературных каналах с использованием концепции «капля – внутренний сток тепла» позволяет использовать простые критериальные уравнения для расчета коэффициентов теплоотдачи для течения двухфазных потоков в каналах любой геометрической конфигурации.

### Список литературы

1. Губарев, В.Я. Анализ эффективности использования различных теплоносителей для охлаждения лопаток газовых турбин / В.Я. Губарев, Ш.А. Пиралишвили // *Авиакосм. приборостроение*. – 2008. – № 8. – С. 53–56.
2. Исаченко, В.П. Теплопередача / В.П. Исаченко, В.А. Осипова, А.С. Сукомел. – М. : Энергоатомиздат, 1981. – 440 с.
3. Губарев, В.Я. Теплообмен при течении газожидкостных потоков в высокотемпературных каналах / В.Я. Губарев // *Авиакосм. приборостроение*. – 2009. – № 8. – С. 49–53.

---

## Turbulent Heat Exchange of Gas-Liquid Aerosoles in Cylindrical Hot Channels

V.Ya. Gubarev, A.G. Arzamastcev

*Department "Industrial Power Engineering", Lipetsk State Technical University;  
gv\_lipetsk@rambler.ru*

**Key words and phrases:** gas-liquid flow; heat-transfer coefficient; turbulent flow.

**Abstract:** The paper deals with turbulent heat exchange of fine-dispersed gas-liquid flows in cylindrical hot channels, a criterion equation to determine the heat-transfer coefficient and its distribution along the channel with regard to the drop phase evaporation have been obtained.

---

## Wärmeaustausch bei der turbulenten Strömung des Gas-Flüssig-Stromes im zylindrischen Hochtemperaturkanal

**Zusammenfassung:** Es ist den Wärmeaustausch bei der turbulenten Strömung der feindispersen Gas-Flüssig-Ströme in den zylindrischen Hochtemperaturkanäle betrachtet. Es ist die Kriterialequation für die Bestimmung des Koeffizienten der Wärmeabgabe und seine Verteilung nach der Länge des Kanals unter Berücksichtigung der Verdunstung der Tröpfchenphase erhalten.

---

## Échange de chaleur lors de la coulée turbulente du cours gaz-liquide de haute température dans un canal cylindrique

**Résumé:** Est examiné l'échange de chaleur lors de la coulée turbulente des cours gaz-liquide finement dispersés dans les canaux cylindriques de haute température, est obtenue une équation de critère pour la définition du coefficient de l'abandon de chaleur et sa répartition par la longueur du canal compte tenu de l'évaporation de la phase parcimonieuse.

---

**Авторы:** *Губарев Василий Яковлевич* – кандидат технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Промышленная теплоэнергетика»; *Арзамасцев Алексей Геннадьевич* – аспирант кафедры «Промышленная теплоэнергетика», ФГБОУ ВПО «Липецкий государственный технический университет», г. Липецк.

**Рецензент:** *Жуков Николай Павлович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Гидравлика и теплотехника», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».