

ОБОБЩЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ  
СЕТЕВОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ  
С КОНКУРИРУЮЩИМ МЕТОДОМ ДОСТУПА

В.К. Битюков, А.Е. Емельянов

*Кафедра «Информационные и управляющие системы»,  
ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный университет  
инженерных технологий»; emalexeg@yandex.ru*

Представлена членом редколлегии профессором В.И. Коноваловым

**Ключевые слова и фразы:** конкурирующий доступ; система управления; стохастическое квантование.

**Аннотация:** Разработана математическая модель сетевой системы управления с передачей данных по каналу с конкурирующим методом доступа при стохастическом квантовании выхода объекта управления. Показано, что полученная математическая модель является общей для целого класса систем управления.

---

Современные системы управления для передачи данных используют сетевые каналы связи. Все более активно внедряются Ethernet-технологии [1] на нижнем уровне автоматизации, что вносит определенную специфику в процесс функционирования систем управления. Это объясняется тем, что стандарт Ethernet реализует конкурирующий метод доступа к среде передачи данных. На сегодняшний момент имеются математические модели, описывающие только некоторые отдельные режимы работы таких систем [2, 3]. Поэтому разработка математической модели с единых методологических позиций, охватывающей широкий спектр возможных режимов функционирования сетевых систем управления с конкурирующим методом доступа, является актуальной.

Рассмотрим общий случай функционирования сетевых систем управления (ССУ). Пусть цифровой регулятор (ЦР) выдает управляющие воздействия на объект управления (ОУ) с тактом квантования  $T_i^P = T_0 = \text{const}$ . Цифровой датчик (ЦД) квантует выход ОУ с тактом квантования  $T_i^D = T_0$ , но квантование имеет вероятностный характер, то есть считывание значения выходного сигнала ОУ происходит в случайные моменты времени  $t_i$ , кратные  $T_0$ . Закон распределения вероятностей времени квантования ЦД выхода объекта –  $f_d(kT_0)$ . Причем моменты квантования ЦД и моменты выдачи управляющих воздействий ЦР, в общем случае, не совпадают. Полученные данные от ОУ ЦД передает ЦР по каналу с конкурирующим методом доступа (ККМД). Время передачи носит случайный характер. Закон распределения вероятностей времени передачи данных по каналу с конкурирующим методом доступа –  $f_k(kT_0)$ .

Описываемая система управления является стохастической, непрерывно-дискретной. Действительно, в промежутках между квантованиями ЦД, ЦР и передачей данных по ККМД система является непрерывной. В моменты квантования ЦД, ЦР или успешной передачей данных по ККМД система дискретна, скачком изменяет некоторые свои переменные состояния. Стохастичность системы обусловлена случайным режимом квантования выхода ОУ и последующей случайной передачей данных по ККМД.

В статистической теории динамических систем широкое распространение получили математические модели, построенные на базе марковских случайных процессов. Марковский характер процессов предполагает наличие в правых частях стохастических дифференциальных уравнений воздействий типа белых шумов и пуассоновских дискретных последовательностей дельта-импульсов. Уравнениями такого типа описывают, в частности, системы со случайной структурой [4]. Поэтому, чтобы остаться в рамках теории марковских процессов, будем предполагать, что на вход объекта управления подается белый шум  $\xi(t)$ .

На основании вышеизложенного, стохастическое уравнение, соответствующее рассматриваемой сетевой системе управления, в общем случае можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= AX(t) + BU(t) + \sum_{j=1}^3 B_j X(t^-) g_j(t) + RU(t^-) g_3(t) + NV(t); \\ Y(t) &= CX(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $X(t)$  – вектор переменных состояния размерностью  $(n \times 1)$ , компонентами которого являются переменные состояния системы  $n$ -го порядка;  $A$  – матрица коэффициентов системы  $(n \times n)$ , характеризующая непрерывную ее часть;  $B$  – матрица входа  $(n \times r)$  непрерывной части системы;  $U(t)$  – вектор входа размерности  $(r \times 1)$ , компонентами которого являются входные переменные системы;  $B_j$  – матрицы коэффициентов системы  $(n \times n)$ , характеризующие ее дискретную часть;  $R$  – матрица входа  $(n \times r)$  дискретной части системы;  $C$  – матрица выхода  $(p \times n)$ ;  $Y(t)$  – вектор выхода размерности  $(p \times 1)$ , компонентами которого являются выходные переменные системы;  $V(t)$  –  $n$ -мерный вектор белых шумов, поступающих на вход объекта управления, с симметричной матрицей  $(n \times n)$  спектральных плотностей  $S(t)$ ;  $N$  – матрица входа  $(n \times n)$  для белого шума;  $g_1(t)$  – последовательность дельта-импульсов, соответствующая моментам квантования выхода объекта управления ЦД;  $g_2(t)$  – последовательность, соответствующая моментам передачи данных от ЦД на ЦР по ККМД;  $g_3(t)$  – последовательность, соответствующая моментам выдачи управляющих воздействий ЦР. Знак « $-$ » означает момент времени  $t$  при стремлении к нему слева.

Примем за начало отсчета момент времени, в который цифровой датчик с определенной вероятностью квантует выходной сигнал объекта управления. Эти моменты соответствуют  $t = kT_0$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ . Будем считать, что моменты выдачи управляющих воздействий ЦР отстают от моментов квантования ЦД на  $\tau$ , и происходят в моменты времени  $t = kT_0 + \tau$ . Дискретные последовательности  $g_j(t)$  дельта-импульсов в общем случае не являются пуассоновскими. Чтобы выполнить условия марковости уравнения (1) можно аппроксимировать закон распределения временных промежутков в последовательностях  $g_j(t)$  обобщенным законом Эрланга соответствующего порядка [4].

Пусть закон распределения вероятности времени передачи данных по ККМД  $f_k(t)$  можно аппроксимировать обобщенным законом Эрланга  $n$ -го порядка. Будем считать, что состояние  $S_1^\beta$  является источником, а  $S_\beta^\beta$  – поглощающим состоянием. В состоянии  $S_1^\beta$  система может попасть только при квантовании ЦД выхода ОУ, и только в том случае, когда предыдущие данные от ЦД будут переданы по ККМД на ЦР. Иными словами, после успешной передачи данных по ККМД система будет находиться в состоянии  $S_\beta^\beta$ . Только в момент получения ЦД новых данных от ОУ, система переходит в состояние  $S_1^\beta$ . Таким образом, случайный процесс передачи данных по ККМД зависит от случайного процесса квантования ЦД выхода ОУ.

Уравнения Колмогорова для данного закона имеют вид:

$$\dot{P}_j^\beta(t) = -\gamma_j P_j^\beta(t) + \sum_{m=1, m \neq j}^{\beta-1} \gamma_{mj} P_m^\beta(t), \quad j = \overline{1, \beta}; \quad \gamma_j = \sum_{i=1, i \neq j}^{\beta-1} \gamma_{ji}. \quad (2)$$

Закон распределения вероятностей времени квантования ЦД можно аппроксимировать дискретным аналогом обобщенного закона Эрланга  $n$ -го порядка.

Вероятности состояний  $S_i^\alpha$  на интервале времени  $]kT_0, (k+1)T_0[$  определяются по формуле:

$$P_i^\alpha(k) = \sum_{j=1}^{\alpha} P_j^\alpha(k-1) P_{ji}^\alpha, \quad k = 0, 1, 2, \dots; \quad i = \overline{1, \alpha}; \quad (3)$$

при начальных условиях  $\sum_{i=1}^{\alpha} P_i^\alpha(0) = 1$ . Через  $P_{ji}^\alpha$  обозначены вероятности перехода из состояния  $S_i^\alpha$  в состояние  $S_j^\alpha$ . В дальнейшем будем считать, что эти переходные вероятности не зависят от времени.

Для характеристики рассматриваемой системы введем вектор  $(i, j)$ , где  $i$  – характеризует состояние  $S_i^\alpha$ , а  $j$  – состояние  $S_j^\beta$ . В этом случае, система будет иметь  $(\alpha\beta)$  возможных состояний. Причем, в каждый момент времени система может находиться только в одном из них, а случайный процесс перехода из одного состояния в другое является марковским.

Вероятность того, что в момент времени  $t \in ]kT_0, (k+1)T_0[$  система будет находиться в состоянии  $(i, j)$ , равна

$$P_{ij}(t) = P_i^\alpha(k) P_j^\beta(t), \quad i = \overline{1, \alpha}; \quad j = \overline{1, \beta}. \quad (4)$$

Таким образом, рассматриваемая система управления имеет  $(\alpha\beta)$  состояний, вероятность нахождения в каждом из которых в данный момент времени определяется системой уравнений (4), а изменение переменных состояния стохастическим уравнением

$$\begin{aligned} \dot{X}^{(i,j)}(t) = & AX^{(i,j)}(t) + BU(t) + \sum_{k=1}^3 B_k X^{(i,j)}(t^-) g_k^{(i,j)}(t) + \\ & + RU(t^-) g_3^{(i,j)}(t) + NV(t); \quad i = \overline{1, \alpha}; \quad j = \overline{1, \beta}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь дискретные последовательности  $g_k^{(i,j)}(t)$  соответствуют марковским процессам.

Статистическое исследование динамических систем, описываемых стохастическими дифференциальными уравнениями типа (5), сводится к нахождению закона распределения вероятностей переменных состояния. Однако уравнения для плотностей распределения вероятности переменных состояния удается решать лишь приближенным способом. Широкое применение в практике анализа систем со случайной структурой получил метод интегрирования уравнений вероятностных моментов. В основе этого метода лежит процедура составления уравнений для математических ожиданий и вторых корреляционных моментов переменных состояния системы. Для линейных систем управления уравнения вероятностных моментов удается записать в замкнутом виде, что говорит о принципиальной возможности получения точного решения в рамках корреляционной теории, не прибегая при этом к различным предположениям о виде плотности распределения вероятности.

На основании вышеизложенного, и методов нахождения вероятностных моментов, разработанных в [2–4], для непересекающихся временных промежутков были найдены соответствующие уравнения для математических ожиданий  $M(t)$  и корреляционных моментов  $\Theta(t)$ .

Для временного промежутка  $t \in ]kT_0, kT_0 + \tau[$ :

Математические ожидания:

$$\begin{cases} \dot{M}^{(i,\beta)}(t) = AM^{(i,\beta)}(t) + P_{i\beta}(t)BU(t) + \sum_{j=1}^{\beta-1} \gamma_{j\beta} F_2 M^{(i,j)}(t); \\ \dot{M}^{(i,1)}(t) = AM^{(i,1)}(t) + P_{i1}(t)BU(t) - \nu_1 M^{(i,1)}(t); \\ \dot{M}^{(i,j)}(t) = AM^{(i,j)}(t) + P_{ij}(t)BU(t) - \nu_j M^{(i,j)}(t) + \sum_{k=2 \neq j}^{\beta-1} \gamma_{kj} M^{(i,k)}(t); \end{cases} \quad (6)$$

$$i = \overline{1, \alpha}; \quad j = \overline{2, (\beta-1)}; \quad t \in ]kT_0, kT_0 + \tau[.$$

Полученная система дифференциальных векторно-матричных уравнений должна решаться при начальных условиях:

$$M^{(i,j)}(kT_0^+), \quad i = \overline{1, \alpha}; \quad j = \overline{1, \beta};$$

$U(t)$  – заданная функция времени.

Корреляционные моменты:

$$\begin{cases} \dot{\Theta}^{(i,\beta)}(t) = A\Theta^{(i,\beta)}(t) + \Theta^{(i,\beta)}(t)A^T + P_{i\beta}(t)NS(t)N^T + \sum_{j=1}^{\beta-1} \gamma_{j\beta} \{F_2 \Theta^{(i,j)}(t) F_2^T + \\ + \left( F_2 \frac{M^{(i,j)}(t)}{P_{ij}(t)} - \frac{M^{(i,\beta)}(t)}{P_{i\beta}(t)} \right) \left( F_2 \frac{M^{(i,j)}(t)}{P_{ij}(t)} - \frac{M^{(i,\beta)}(t)}{P_{i\beta}(t)} \right)^T P_{ij}(t) \}; \\ \dot{\Theta}^{(i,1)}(t) = A\Theta^{(i,1)}(t) + \Theta^{(i,1)}(t)A^T + P_{i1}(t)NS(t)N^T - \nu_1 \Theta^{(i,1)}(t); \\ \dot{\Theta}^{(i,j)}(t) = A\Theta^{(i,j)}(t) + \Theta^{(i,j)}(t)A^T + P_{ij}(t)NS(t)N^T - \nu_j \Theta^{(i,j)}(t) + \\ + \sum_{k=2 \neq j}^{\beta-1} \gamma_{kj} \Theta^{(i,k)}(t) + \sum_{k=2 \neq j}^{\beta-1} \gamma_{kj} \left( F_2 \frac{M^{(i,k)}(t)}{P_{ik}(t)} - \frac{M^{(i,j)}(t)}{P_{ij}(t)} \right) \left( F_2 \frac{M^{(i,k)}(t)}{P_{ik}(t)} - \frac{M^{(i,j)}(t)}{P_{ij}(t)} \right)^T P_{ik}(t); \end{cases} \quad (7)$$

$$i = \overline{1, \alpha}; \quad j = \overline{2, (\beta - 1)}; \quad t \in ]kT_0, kT_0 + \tau[.$$

Полученная система дифференциальных уравнений должна решаться при начальных условиях:

$$\Theta^{(i,j)}(kT_0^+); \quad i = \overline{1, \alpha}; \quad j = \overline{1, \beta}.$$

Момент времени  $t = (kT_0 + \tau)^+$ .

Математические ожидания:

$$M^{(i,j)}[(kT_0 + \tau)^+] = F_3 M^{(i,j)}[(kT_0 + \tau)^-] + RU[(kT_0 + \tau)^-] P_{ij} [(kT_0 + \tau)^-]. \quad (8)$$

Корреляционные моменты:

$$\Theta^{(i,j)}[(kT_0 + \tau)^+] = F_3 \Theta^{(i,j)}[(kT_0 + \tau)^-] F_3^T; \quad (9)$$

$$i = \overline{1, \alpha}; \quad j = \overline{1, \beta}.$$

Для временного промежутка

$$t \in ]kT_0 + \tau, (k+1)T_0[,$$

уравнения математических ожиданий и корреляционных моментов совпадают с соответствующими уравнениями (6) и (7), полученными для

$$t \in ]kT_0, kT_0 + \tau[,$$

но должны решаться с начальными условиями

$$M^{(i,j)}[(kT_0 + \tau)^+] \text{ и } \Theta^{(i,j)}[(kT_0 + \tau)^+].$$

Момент времени  $t = (k+1)T_0^+$ .

Математические ожидания:

$$\left\{ \begin{aligned} M^{(1,1)}[(k+1)T_0^+] &= \sum_{i=2}^{\alpha} P_{i1}^{\alpha} F_1 [M^{(i,1)}[(k+1)T_0^-] + M^{(i,\beta)}[(k+1)T_0^-]] + P_{11}^{\alpha} M^{(1,1)}[(k+1)T_0^-]; \\ M^{(\alpha,1)}[(k+1)T_0^+] &= \sum_{i=1}^{\alpha-1} P_{i\alpha}^{\alpha} F_1 [M^{(i,1)}[(k+1)T_0^-] + M^{(i,\beta)}[(k+1)T_0^-]] + P_{\alpha\alpha}^{\alpha} M^{(\alpha,1)}[(k+1)T_0^-]; \\ M^{(1,j)}[(k+1)T_0^+] &= \sum_{i=2}^{\alpha} P_{i1}^{\alpha} M^{(i,j)}[(k+1)T_0^-] + P_{1j}^{\alpha} M^{(1,j)}[(k+1)T_0^-]; \\ M^{(\alpha,j)}[(k+1)T_0^+] &= \sum_{i=1}^{\alpha-1} P_{i\alpha}^{\alpha} M^{(i,j)}[(k+1)T_0^-] + P_{\alpha j}^{\alpha} M^{(\alpha,j)}[(k+1)T_0^-]; \\ M^{(i,m)}[(k+1)T_0^+] &= P_{ii}^{\alpha} M^{(i,m)}[(k+1)T_0^-]; \end{aligned} \right. \quad (10)$$

$$i = \overline{1, \alpha}; \quad j = \overline{2, (\beta - 1)}; \quad m = \overline{1, \alpha}.$$

Корреляционные моменты:

$$\begin{aligned}
 \Theta^{(1,1)}[(k+1)T_0^+] &= \sum_{i=2}^{\alpha} P_{i1}^{\alpha} \left\{ F_1 \Theta^{(i,1)}[(k+1)T_0^-] F_1^T + \left( F_1 \frac{M^{(i,1)}[(k+1)T_0^-]}{P_{i1}[(k+1)T_0^-]} - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{M^{(1,1)}[(k+1)T_0^+]}{P_{11}[(k+1)T_0^+]} \right) \left( F_1 \frac{M^{(i,1)}[(k+1)T_0^-]}{P_{i1}[(k+1)T_0^-]} - \frac{M^{(1,1)}[(k+1)T_0^+]}{P_{11}[(k+1)T_0^+]} \right)^T P_{i1}[(k+1)T_0^-] + \right. \\
 &\quad \left. + F_1 \Theta^{(i,\beta)}[(k+1)T_0^-] F_1^T + \left( F_1 \frac{M^{(i,\beta)}[(k+1)T_0^-]}{P_{i\beta}[(k+1)T_0^-]} - \frac{M^{(1,1)}[(k+1)T_0^+]}{P_{11}[(k+1)T_0^+]} \right) \times \right. \\
 &\quad \left. \times \left( F_1 \frac{M^{(i,\beta)}[(k+1)T_0^-]}{P_{i\beta}[(k+1)T_0^-]} - \frac{M^{(1,1)}[(k+1)T_0^+]}{P_{11}[(k+1)T_0^+]} \right)^T P_{i\beta}[(k+1)T_0^-] + P_{i1}^{\alpha} \Theta^{(1,1)}[(k+1)T_0^-] \right]; \\
 \Theta^{(\alpha,1)}[(k+1)T_0^+] &= \sum_{i=1}^{\alpha-1} P_{i\alpha}^{\alpha} \left\{ F_1 \Theta^{(i,1)}[(k+1)T_0^-] F_1^T + \left( F_1 \frac{M^{(i,1)}[(k+1)T_0^-]}{P_{i1}[(k+1)T_0^-]} - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{M^{(\alpha,1)}[(k+1)T_0^+]}{P_{\alpha 1}[(k+1)T_0^+]} \right) \left( F_1 \frac{M^{(i,1)}[(k+1)T_0^-]}{P_{i1}[(k+1)T_0^-]} - \frac{M^{(\alpha,1)}[(k+1)T_0^+]}{P_{\alpha 1}[(k+1)T_0^+]} \right)^T P_{i1}[(k+1)T_0^-] + \right. \\
 &\quad \left. + F_1 \Theta^{(i,\beta)}[(k+1)T_0^-] F_1^T + \left( F_1 \frac{M^{(i,\beta)}[(k+1)T_0^-]}{P_{i\beta}[(k+1)T_0^-]} - \frac{M^{(\alpha,1)}[(k+1)T_0^+]}{P_{\alpha 1}[(k+1)T_0^+]} \right) \times \right. \\
 &\quad \left. \times \left( F_1 \frac{M^{(i,\beta)}[(k+1)T_0^-]}{P_{i\beta}[(k+1)T_0^-]} - \frac{M^{(\alpha,1)}[(k+1)T_0^+]}{P_{\alpha 1}[(k+1)T_0^+]} \right)^T P_{i\beta}[(k+1)T_0^-] + P_{i\alpha}^{\alpha} \Theta^{(\alpha,1)}[(k+1)T_0^-] \right]; \\
 \Theta^{(1,j)}[(k+1)T_0^+] &= \sum_{i=2}^{\alpha} P_{i1}^{\alpha} \left\{ F_1 \Theta^{(i,j)}[(k+1)T_0^-] F_1^T + \left( F_1 \frac{M^{(i,j)}[(k+1)T_0^-]}{P_{ij}[(k+1)T_0^-]} - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{M^{(1,j)}[(k+1)T_0^+]}{P_{1j}[(k+1)T_0^+]} \right) \left( F_1 \frac{M^{(i,j)}[(k+1)T_0^-]}{P_{ij}[(k+1)T_0^-]} - \frac{M^{(1,j)}[(k+1)T_0^+]}{P_{1j}[(k+1)T_0^+]} \right)^T \times \right. \\
 &\quad \left. \times P_{ij}[(k+1)T_0^-] + P_{i1}^{\alpha} \Theta^{(1,j)}[(k+1)T_0^-] \right]; \\
 \Theta^{(\alpha,j)}[(k+1)T_0^+] &= \sum_{i=1}^{\alpha-1} P_{i\alpha}^{\alpha} \left\{ F_1 \Theta^{(i,j)}[(k+1)T_0^-] F_1^T + \left( F_1 \frac{M^{(i,j)}[(k+1)T_0^-]}{P_{ij}[(k+1)T_0^-]} - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{M^{(\alpha,j)}[(k+1)T_0^+]}{P_{\alpha j}[(k+1)T_0^+]} \right) \left( F_1 \frac{M^{(i,j)}[(k+1)T_0^-]}{P_{ij}[(k+1)T_0^-]} - \frac{M^{(\alpha,j)}[(k+1)T_0^+]}{P_{\alpha j}[(k+1)T_0^+]} \right)^T \times \right. \\
 &\quad \left. \times P_{ij}[(k+1)T_0^-] + P_{i\alpha}^{\alpha} \Theta^{(\alpha,j)}[(k+1)T_0^-] \right]; \\
 \Theta^{(i,m)}[(k+1)T_0^+] &= P_{ii}^{\alpha} \Theta^{(i,m)}[(k+1)T_0^-]
 \end{aligned}$$

(11)

$$i = \overline{1, \alpha}; \quad j = \overline{2, (\beta - 1)}; \quad m = \overline{1, \beta}.$$

Вероятностные моменты переменных состояния системы управления для любого момента времени  $t$  определяется по следующим формулам:

$$M(t) = \sum_{i=1}^{\alpha} \sum_{j=1}^{\beta} M^{(i,j)}(t);$$

$$\Theta(t) = \sum_{i=1}^{\alpha} \sum_{j=1}^{\beta} \left[ \Theta^{(i,j)}(t) + \left( M(t) - \frac{M^{(i,j)}(t)}{P_{ij}(t)} \right) \left( M(t) - \frac{M^{(i,j)}(t)}{P_{ij}(t)} \right)^T P_{ij}(t) \right]. \quad (12)$$

Полученные уравнения для корреляционных моментов односторонне зависят от математических ожиданий переменных состояния. Поэтому уравнения для математических ожиданий и корреляционных моментов приходится решать совместно.

Наличие такой связи обусловлено тем, что процесс стохастической передачи данных по ККМД и процесс стохастического квантования выхода объекта управления в данном случае являются параметрическими случайными возмущающими воздействиями, а поэтому даже при отсутствии внешних случайных воздействий, выходной процесс системы управления будет содержать случайную составляющую за счет случайных процессов, происходящих внутри системы. Поэтому в дальнейшем можно проводить анализ корреляционных моментов без учета влияния белых шумов.

Таким образом, полученная совокупность систем дифференциальных, дискретных и алгебраических уравнений (2) – (12) с соответствующими начальными и граничными условиями является замкнутой и позволяет определять математические ожидания и корреляционные моменты переменных состояния для любого момента времени  $t$ . Данная совокупность систем уравнений представляет обобщенную математическую модель сетевой системы управления.

*Работа выполнена в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2012 годы».*

#### *Список литературы*

1. Кругляк, К. Локальные сети Ethernet в АСУТП: быстрее, дальше, надежнее / К. Кругляк // Соврем. технологии автоматизации. – 2003. – № 1. – С. 6–13.
2. Абрамов, Г.В. Математическое моделирование цифровых систем управления с передачей информации по каналам множественного доступа / Г.В. Абрамов, А.Е. Емельянов, М.Н. Ивлиев // Системы упр. и информ. технологии. – 2007. – № 3. – С. 27–32.
3. Абрамов, Г.В. Функционирование цифровой системы управления в асинхронном режиме / Г.В. Абрамов, А.Е. Емельянов, А.Л. Ивашин // Вестн. ВГТА. – 2009. – № 2 (40). – С. 84–88.
4. Артемьев, В.М. Дискретные системы управления со случайным периодом квантования / В.М. Артемьев, А.В. Ивановский. – М. : Энергоатомиздат. 1986. – 96 с.

## Generalized Mathematical Model of Network Control System with Competing Access Mode

V.K. Bityukov, A.E. Emelyanov

*Voronezh State University of Engineering Technologies, Voronezh;  
emalexeg@yandex.ru*

**Key words and phrases:** competing access; control system; stochastic quantization.

**Abstract:** The mathematical model of network control system with data transmission over the channel with a competing access mode is developed at stochastic quantization of the output of control object. It is shown that the produced mathematical model is common for the whole class of control systems.

---

## Verallgemeinertes mathematisches Modell des Netzsystems der Steuerung mit der konkurrierenden Zutrittsmethode

**Zusammenfassung:** Es ist das mathematische Modell des Netzsystems der Steuerung mit der Angabenübergabe nach dem Kanal mit der konkurrierenden Zutrittsmethode bei der stochastischen Quantisierung des Hinausgehens des Steuerungsobjektes erarbeitet. Es ist gezeigt, dass das erhaltene mathematische Modell für die ganzen Klasse der Steuerungssysteme allgemein ist.

---

## Modèle mathématique généralisé du système de réseau de la commande avec une méthode concurrente de l'accès

**Résumé:** Est élaboré le modèle mathématique généralisé du système de réseau de la commande avec une transmission des données par la chaîne avec une méthode concurrente de l'accès lors de la quantification stochastique de la sortie de l'objet de la commande. Est montré que le modèle obtenu est commun pour une classe des systèmes de la commande.

---

**Авторы:** *Битюков Виталий Ксенофонтович* – доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки Российской Федерации, президент ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», заведующий кафедрой «Информационные и управляющие системы»; *Емельянов Александр Егорович* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Информационные и управляющие системы», ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», г. Воронеж.

**Рецензент:** *Дворецкий Станислав Иванович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Технологии продовольственных продуктов», проректор по научно-инновационной деятельности, ФГБОУ ВПО «ТГТУ».