

ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ГАЛЬВАНИЧЕСКОГО ПОКРЫТИЯ НА ДЕТАЛИ В МНОГОАНОДНОЙ ВАННЕ

Ю.В. Литовка, Д.С. Соловьев

*Кафедра «Системы автоматизированного проектирования»,
ФГБОУ ВПО «ТГТУ»; polychem@list.ru*

Представлена членом редколлегии профессором В.И. Коноваловым

Ключевые слова и фразы: адекватность математической модели; вид целевой функции; гальванические процессы; неравномерность; относительная погрешность.

Аннотация: Приведена методика экспериментальной проверки адекватности математической модели многоанодной гальванической ванны. Исследована зависимость равномерности наносимого покрытия от анодного напряжения. Обоснован выбор метода оптимизации.

Обозначения

m, q – количество горизонтальных рядов и анодных секций в каждом горизонтальном ряду соответственно, шт.;	δ^{calc} – толщина покрытия в точке (x, y, z) по расчетным данным, мкм;
N – количество точек на поверхности детали-катода, шт.;	δ^{exp} – толщина покрытия в точке (x, y, z) по экспериментальным данным, мкм;
Q – вспомогательный безразмерный критерий;	δ^{min} – минимальная толщина покрытия, мкм;
R – безразмерный критерий неравномерности;	$\delta(x, y, z, \tau)$ – толщина покрытия в точке катода с пространственными координатами (x, y, z) в момент времени τ , мкм;
S_k – площадь поверхности детали-катода, м ² ;	τ – время нанесения покрытия, ч;
Sh – штрафная функция;	$\tau^{\text{зад}}$ – предельно допустимое время нанесения покрытия, ч.
$U_{1,1}, \dots, U_{g,f}, \dots, U_{m,q}$ – напряжения на соответствующих анодах, В;	
x, y, z – координаты точки, принадлежащей поверхности катода;	

В работе [1] представлена математическая модель гальванического процесса в электрохимической ванне с системой циклически переключаемых независимых анодных секций. Данную модель необходимо проверить на адекватность экспериментальным данным.

Для управления таким оборудованием предложена система, включающая дешифратор и набор реле [2]. Источником питания являлся выпрямитель FLEX KFART.

Целью работы являются: исследование соответствия математической модели многоанодной гальванической ванны с системой циклически переключаемых независимых анодных секций реальному процессу, изучение целевой функции и выбор метода оптимизации.

Для проверки адекватности математической модели были проведены эксперименты на лабораторной установке со следующими составляющими: процесс никелирования; состав электролита Уоттса, г/л: $\text{NiSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O} - 245 \dots 390$, $\text{NiCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O} -$

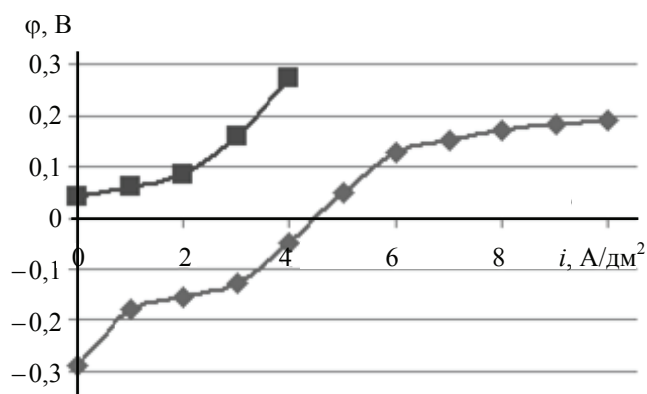


Рис. 1. Кривые поляризации никеля в электролите Уотгса:
 ◆ – анодная; ■ – катодная

45...75, H_3BO_3 – 40...50; электролитическая ячейка размером $150 \times 100 \times 100$ мм; уровень электролита 90 мм; температура 52°C .

При расчетах использовались поляризационные кривые на аноде и катоде (рис. 1) из работы [3]. Выход по току 98 %, плотность никеля 8900 кг/м^3 , электропроводность $17,75 \text{ Ом}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$, электрохимический эквивалент $3,04 \cdot 10^{-7} \text{ кг}/(\text{А}\cdot\text{с})$.

Эксперимент 1. Прямоугольная анодная секция (рис. 2, а) и деталь-катод (рис. 2, б) погружены в электролит на 30 и 20 мм соответственно. Расположение электродов в ванне (вид сверху) показано на рис. 3. Сила тока 1,5 А; напряжение 4 В; количество включений анодной секции 100 раз по 30 с.

Толщину покрытия на катоде измеряли с помощью прибора «Константа К5» (относительная погрешность 10 %).

Критерий неравномерности R рассчитывался по формуле

$$R = R(U, \tau) = \frac{1}{S_{\text{к}}} \int_{S_{\text{к}}} \frac{\delta(x, y, z, \tau) - \delta^{\min}}{\delta^{\min}} dS_{\text{к}}. \quad (1)$$

Результаты расчета и измерения для эксперимента представлены на рис. 4. Критерий неравномерности составил 3,89149 для эксперимента и 3,69691 для численного расчета.

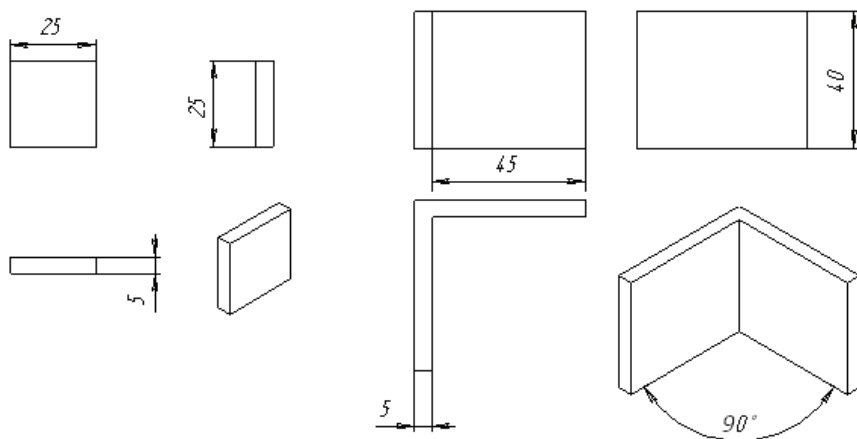


Рис. 2. Конфигурации для эксперимента 1:
 а – анодная секция; б – деталь-катод

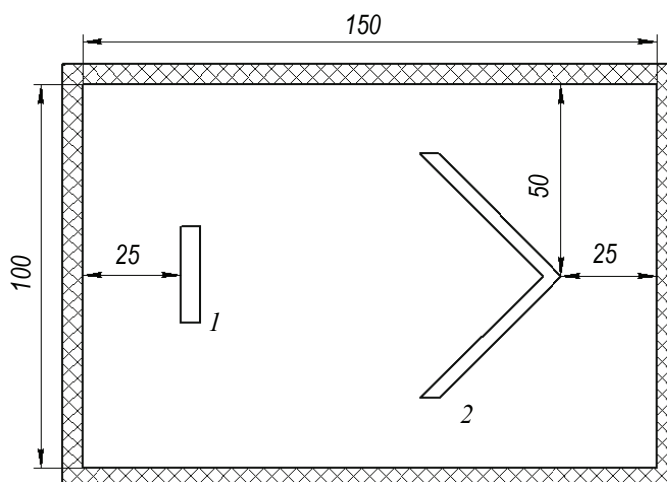


Рис. 3. Схема расположения электродов в электролитической ячейке (эксперимент 1):
1 – анод; 2 – катод

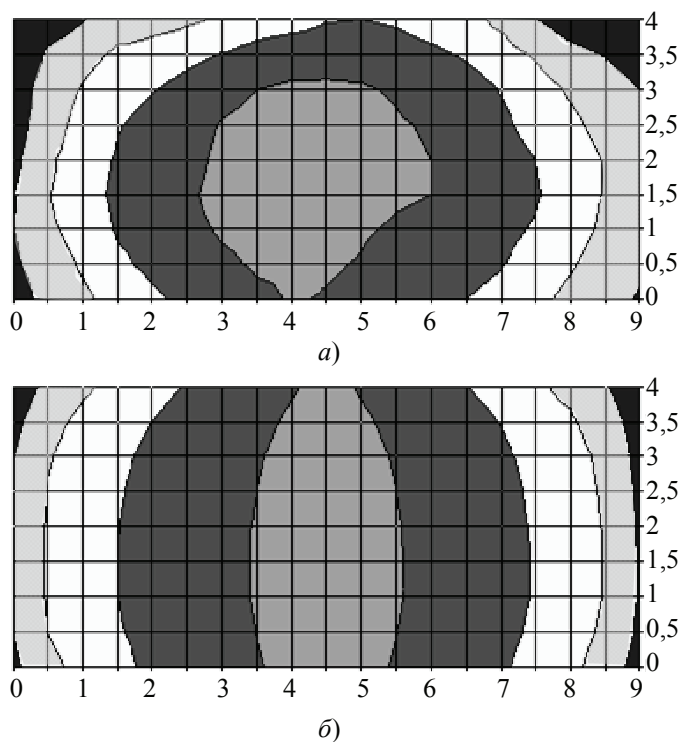


Рис. 4. Распределение толщины покрытия δ по поверхности катода, полученное в результате эксперимента 1 (а) и численного расчета (б), мкм:
■ – 80...100; □ – 60...80; □ – 40...60; ■ – 20...40; □ – 0...20

Относительная погрешность β вычислялась по формуле

$$\beta = \frac{1}{N} \sum_{(x,y,z) \in S_K} \frac{|\delta^{\text{exp}}(x,y,z) - \delta^{\text{calc}}(x,y,z)|}{\delta^{\text{calc}}(x,y,z)}. \quad (2)$$

Для эксперимента 1 погрешность β составила 17 %.

Эксперимент 2. Две прямоугольные анодные секции (рис. 5, *a*) и деталь-катод (рис. 5, *б*) погружены в электролит на 35 и 30 мм соответственно. Расположение электродов в ванне (вид сверху) показано на рис. 6.

Сила тока на первой анодной секции 0,5 А, напряжение 1,4 В; сила тока на второй анодной секции 0,7 А, напряжение 1,8 В; время включения одной анодной секции 60 с, количество включений 30 раз.

Результаты расчета и измерения для эксперимента 2 представлены на рис. 7. Критерий неравномерности составил 3,62716 для эксперимента и 3,46444 для численного расчета.

Погрешность β , вычисленная по формуле (2), составила 16 %.

Сравнение результатов расчетов по математической модели с экспериментальными данными показало, что относительное отклонение β экспериментальных и расчетных значений толщины покрытия не превышает 17 %, что соизмеримо с погрешностью измерений. Следовательно, можно сделать вывод о том, что разработанная модель адекватна объекту и с ее помощью возможно рассчитывать распределение толщины покрытия на катоде в гальванической ванне с циклическим включением анодных секций.

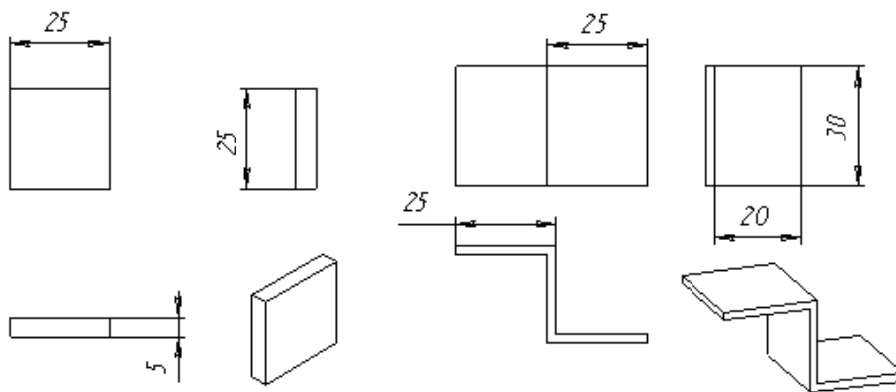


Рис. 5. Конфигурации для эксперимента 2:
a – анодная секция; *б* – деталь-катод

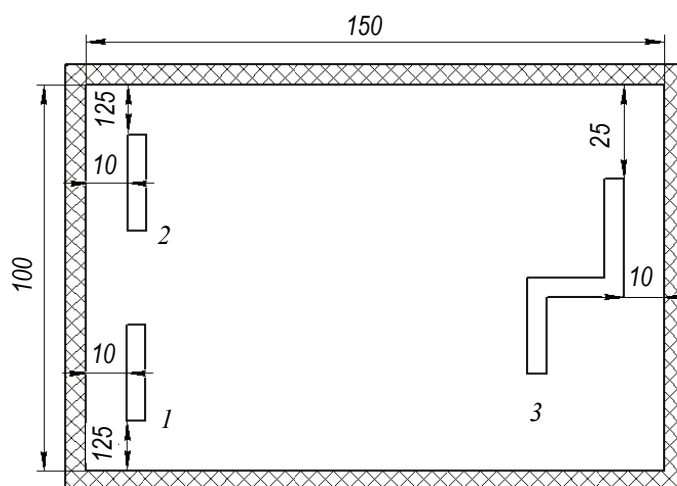
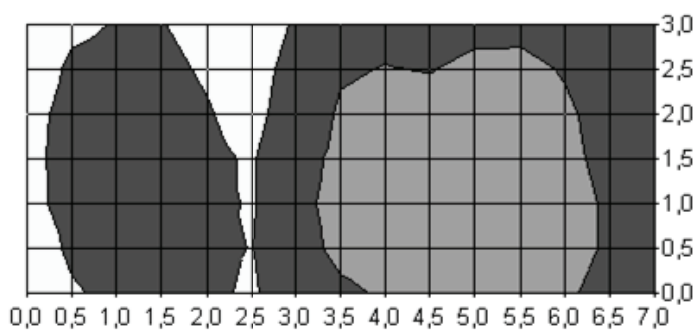
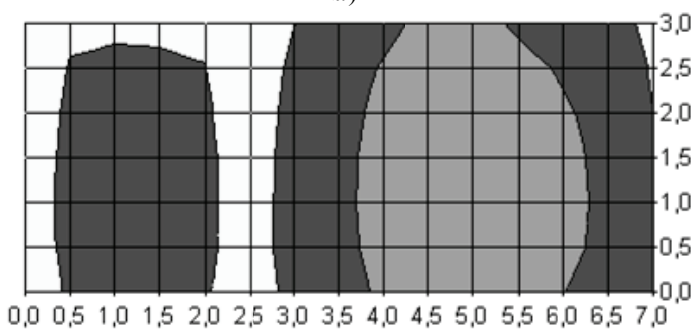


Рис. 6. Схема расположения электродов в электролитической ячейке (эксперимент 2):
1 – первая анодная секция; *2* – вторая анодная секция; *3* – деталь-катод



a)



б)

Рис. 7. Распределение толщины покрытия δ по поверхности катода, полученное в результате эксперимента 2 (а) и численного расчета (б), мкм:
 □ – 20...30; ■ – 10...20; ▣ – 0...10

Далее проведем численные расчеты зависимости критерия неравномерности R от напряжения на анодной секции для эксперимента 1. Для этого будем менять анодное напряжение U в диапазоне [1;11] В с шагом $\Delta U = 1$ В. В математической модели в качестве ограничения присутствовало неравенство

$$\tau \leq \tau^{\text{зад}}. \quad (3)$$

Так как не учитывать это ограничение нельзя, то будем отслеживать влияние напряжения U на время τ нанесения покрытия.

Зависимости $R(U)$, $\tau(U)$ и $R(U, \tau)$ для эксперимента 1 представлены на рис. 8 (пример для $\tau^{\text{зад}} = 50$ мин).

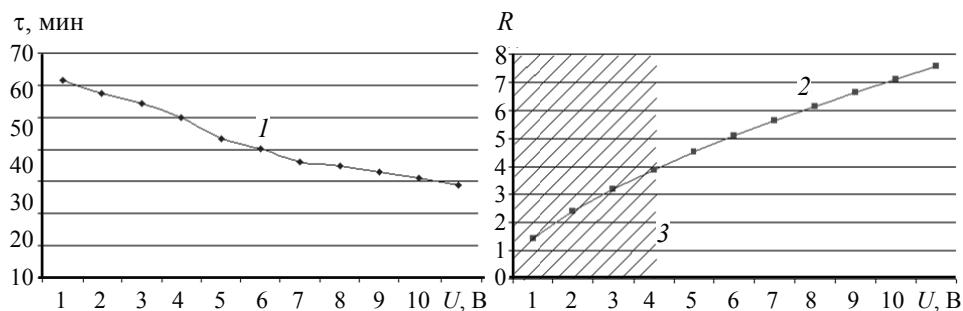


Рис. 8. Зависимости времени нанесения покрытия и критерия неравномерности покрытия от анодного напряжения для эксперимента 1:

1 – $\tau(U)$; 2 – $R(U)$; 3 – $R(U, \tau^{\text{зад}})$

Аналогичные расчеты проведем и для эксперимента 2, где U_1 – напряжение на первом аноде; U_2 – напряжение на втором аноде.

Зависимости $R(U_1, U_2)$, $\tau(U_1, U_2)$ и $R(U_1, U_2, \tau)$ для эксперимента 2 представлены на рис. 9 (в данном случае $\tau^{\text{зад}} = 40$ мин).

В работе [1] поставлена задача минимизации функции $R(U, \tau)$ с соответствующей системой ограничений, в которую входит ограничение (3).

Для решения поставленной задачи целесообразно использовать метод штрафных функций. Идея метода состоит в преобразовании критерия R с ограничением (3) в задачу поиска минимума функции без ограничений. Для этого введем вспомогательную функцию

$$Q = Q(U, \tau) = R(U, \tau) + \text{Sh}(\tau). \quad (4)$$

Функцию штрафа $\text{Sh}(\tau)$ выберем вида

$$\text{Sh}(\tau) = \begin{cases} 0, & \text{если } \tau \leq \tau^{\text{зад}}, \\ K \frac{1}{R^2(U, \tau)}, & \text{если } \tau > \tau^{\text{зад}}, \end{cases} \quad (5)$$

где K – штрафной коэффициент, который подбирается путем численного эксперимента, $K > 0$.

На рисунке 10 продемонстрированы виды функции Q для экспериментов 1 и 2.

При выборе наиболее эффективного метода оптимизации используют информацию об особенностях целевой функции. Различают следующие типы рельефа [4]: котловинный (гладкая функция); истинный «овраг»; разрешимый «овраг»; неупорядоченный.

Рельеф целевой функции Q отнесем ко второму типу рельефов – истинный «овраг» (линии уровня сильно вытянуты в одном направлении и сплющены в другом).

В связи с этим, в качестве поискового алгоритма целесообразно использовать «овражного» метода [5], способного «огигать» области таких протяжений.

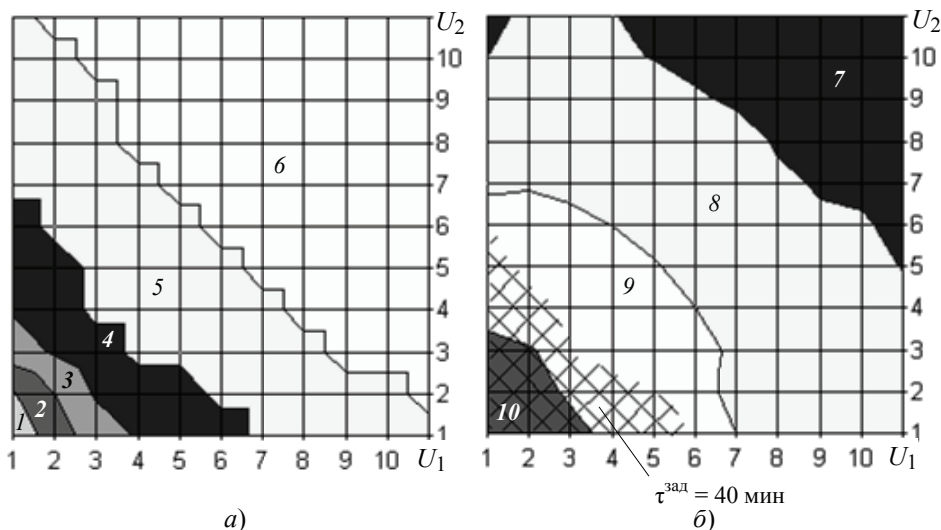


Рис. 9. Зависимости времени нанесения покрытия (а) и критерия неравномерности покрытия (б) от анодного напряжения для эксперимента 2:
 τ , мин: 1 – 70...80; 2 – 60...70; 3 – 50...60; 4 – 40...50; 5 – 30...40; 6 – 20...30;
 R : 7 – 8...10; 8 – 6...8; 9 – 4...6; 10 – 2...4

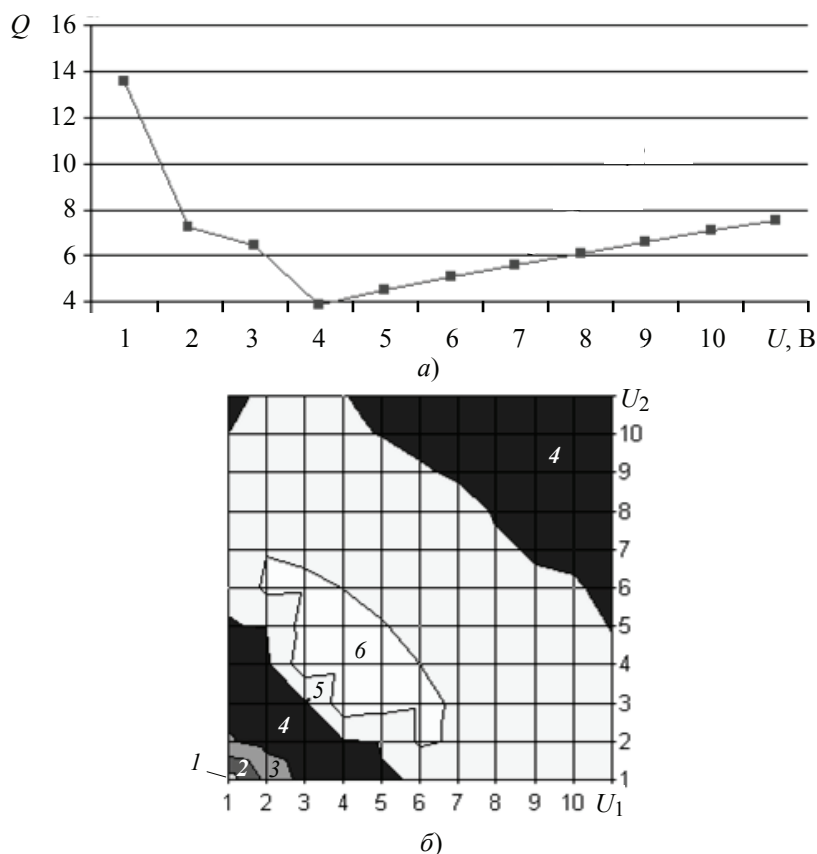


Рис. 10. Виды целевой функции Q для экспериментов 1 (a , $K = 25$) и 2 (b , $K = 75$):
 1 – 14...16; 2 – 12...14; 3 – 10...12; 4 – 8...10; 5 – 6...8; 6 – 4...6

Выводы. Подтверждена адекватность математической модели многоанодной гальванической ванны. Погрешность между экспериментом и расчетом не превышает 17%. Исследована зависимость равномерности наносимого покрытия от анодного напряжения. Эта зависимость имеет монотонный характер. Исследована особенность вспомогательной целевой функции, учитывающей ограничение на время проведения процесса. Выявлено наличие «оврага». Обоснован выбор метода оптимизации. Исходя из особенности вспомогательной целевой функции, предложено использовать «овражный» метод поиска ее минимума.

Список литературы

1. Литовка, Ю.В. Оптимальное управление многоанодной гальванической ванной с циклическим включением анодных секций / Ю.В. Литовка, Д.С. Соловьев // Математические методы в технике и технологиях ММТТ-24 : сб. тр. XXIV Междунар. науч. конф., г. Саратов, 21–24 апр. 2011 г. / Сарат. гос. техн. ун-т. – Саратов, 2011. – Т. 8. – С. 74–76.
2. Литовка, Ю.В. Оптимизация режимов работы гальванической ванны с циклическим включением анодных секций / Ю.В. Литовка, Д.С. Соловьев, Д.С. Милованов // Радиотехника. – 2011. – № 5. – С. 71–77.
3. Мельников, Л.С. Справочник по гальванопокрытиям в машиностроении / Л.С. Мельников. – М. : Машиностроение, 1991. – 384 с.

4. Нинул, А.С. Оптимизация целевых функций. Аналитика. Численные методы. Планирование эксперимента / А.С. Нинул. – М. : Физматлит, 2009. – 336 с.

5. Сухарев, А.Г. Курс методов оптимизации / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров. – М. : Наука, 1986. – 328 с.

Checking the Adequacy of Mathematical Model for the Distribution of the Galvanic Coating on the Parts in the Multi-Anode Bath

Yu.V. Litovka, D.S. Solovjev

*Department "Computer-Aided Design Systems", TSTU;
polychem@list.ru*

Key words and phrases: adequacy of mathematical model; electroplating processes; form of objective function; irregularity; relative error.

Abstract: The paper describes the technique of experimental verification of the adequacy of the mathematical model of multi-anode galvanic baths. The dependence of the uniformity of applied coating on the anode voltage is studied; the choice of optimization method is justified.

Prüfung der Adäquatheit des mathematischen Modells der Verteilung der galvanischen Deckung auf dem Werkstück in der vielanodischen Wanne

Zusammenfassung: Es ist die Methodik der experimentellen Prüfung der Adäquatheit des mathematischen Modells der vielanodischen galvanischen Wanne angeführt. Es ist die Abhängigkeit der Gleichförmigkeit der auftragenden Deckung von der Anodenspannung untersucht und die Wahl der Optimisationsmethode begründet.

Vérification de l'adéquation du modèle mathématique de la distribution de la couverture galvanique sur les détails dans un bain multianode

Résumé: Est réalisée une méthode de la vérification expérimentale du modèle mathématique du bain galvanique. Est étudiée la dépendance de la régularité de la couverture exécutée de la tension d'anode, est fondé le choix de la méthode de l'optimisation.

Авторы: *Литовка Юрий Владимирович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Системы автоматизированного проектирования»; *Соловьев Денис Сергеевич* – аспирант кафедры «Системы автоматизированного проектирования», ФГБОУ ВПО «ГГТУ».

Рецензент: *Проталинский Олег Мирославович* – доктор технических наук, профессор, проректор по информатизации, ФГБОУ ВПО «Астраханский государственный технический университет».
