

УДК 629.4.082.3

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА  
ПРИ ОСАЖДЕНИИ ИЗНОСОСТОЙКИХ ПОКРЫТИЙ  
НА КОНТАКТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ**

**В.В. Афонин, И.Н. Акулинин, Ж.А. Зарандия**

*Кафедра «Электрооборудование и автоматизация»,  
ФГБОУ ВПО «ТГТУ»; ket@nnn.tstu.ru*

*Представлена членом редколлегии профессором В.Ф. Калинин*

**Ключевые слова и фразы:** адгезионная прочность; микротвердость; осаждение износостойких покрытий; пиролитическое хромирование; ротатбельное центральное композиционное планирование; факторное пространство; функции отклика; центр плана; электрические контакт-детали.

**Аннотация:** Обосновано применение для реализации эксперимента ротатбельного центрального композиционного планирования. Показана методика обработки полученных результатов через составление уравнений регрессии для каждой функции отклика.

---

**Введение**

Осаждение покрытий из газовой фазы, к которому относятся и газофазное хромирование с использованием металлоорганических соединений (МОС) хрома, является многофакторным процессом. Получаемые защитные покрытия должны обладать рядом специфических свойств, которые присущи электрическим контакт-деталям. При решении указанного комплекса задач приходится сталкиваться со случайными событиями и случайными величинами. Это объясняется тем обстоятельством, что всегда имеет место разброс параметров в пределах заданных допусков. Кроме того, замеры производятся с ошибками. Поэтому обработка полученных результатов может быть произведена только с помощью статистических методов. Однако эти методы позволяют лишь в среднем оценить получаемые результаты и определить разброс оцениваемых процессов относительно их средних значений.

Математическая теория планирования эксперимента позволяет экспериментатору спланировать опыты так, чтобы при минимальной затрате времени и средств получить максимум информации. При этом основной задачей математической теории планирования эксперимента является разработка методов получения математических моделей, адекватно описывающих изучаемые процессы. Указанную задачу принято называть задачей идентификации.

Определение конкретного вида модели, адекватно описывающей на основе опытных данных изучаемый процесс, зависит от наличия априорной информации

о виде модели. Чем выше степень информированности, тем лучше решается поставленная задача.

В общем случае параметры оптимизации пиролитического хромирования (привес  $Y_1$ , толщина слоя  $Y_2$ , скорость осаждения  $Y_3$ , микротвердость  $Y_4$ , износостойкость  $Y_5$ , адгезионная прочность  $Y_6$ ) выражаются от выбранных технологических факторов (температура подложки  $X_1$ , давление в реакторе  $X_2$ , температура испарителя  $X_3$  и продолжительность осаждения  $X_4$ ) нелинейными зависимостями. Интервал варьирования входных факторов  $X_i$  полностью исчерпывают стационарную область процесса осаждения.

Используем квадратичную модель

$$\widehat{Y} = B_0 + B_1X_1 + B_2X_2 + B_3X_3 + B_4X_4 + B_{12}X_1X_2 + B_{13}X_1X_3 + B_{14}X_1X_4 + B_{23}X_2X_3 + B_{24}X_2X_4 + B_{34}X_3X_4 + B_{11}X_1^2 + B_{22}X_2^2 + B_{33}X_3^2 + B_{44}X_4^2. \quad (1)$$

Для описания процесса химического осаждения покрытий [2] на контактные детали электроустановок данной моделью было применено ротатабельное центральное композиционное планирование (РЦКП) [1], которое предложили Бокс и Хантер в 1957 г. Основное достоинство РЦКП заключается в том, что существует независимость дисперсии предсказанного значения функции отклика от вращения планов и от расстояния точки факторного пространства от центра плана.

Ротатабельное центральное композиционное планирование отличается большим числом экспериментов в центре плана, что обеспечивает в пределах факторного пространства незначительное изменение дисперсии предсказанного значения функции отклика от расстояния от центра плана.

Общее число точек плана РЦКП (табл. 1) меньше, чем при ортогональном планировании второго порядка, и состоит из точек полного факторного эксперимента (1–16), звездных точек (17–24), значение плеч которых зависит от числа факторов, и точек в центре плана (25–31).

Таблица 2 содержит основные факторы в натуральном и кодированном виде.

Общая схема определения уравнения регрессии состоит из следующих этапов [1]:

1) вычисление коэффициентов модели по формулам (2) – (5) при числе факторов  $n = 4$  и числе точек плана  $N = 31$ :

$$B_0 = 0,143 \sum_{N=1}^{31} Y_N - 0,357 \sum_{n=1}^4 \sum_{N=1}^{31} X_{iN} Y_N; \quad (2)$$

$$B_i = 0,0417 \sum_{N=1}^{31} Y_N X_{iN}; \quad (3)$$

$$B_{ij} = 0,0625 \sum_{N=1}^{31} Y_N X_{iN} X_{jN}; \quad (4)$$

$$B_j = 0,0312 \sum_{N=1}^{31} X_{iN}^2 Y_N + 0,0372 \sum_{n=1}^4 \sum_{N=1}^{31} X_{iN}^2 Y_N - 0,0357 \sum_{N=1}^{31} Y_N, \quad (5)$$

где  $i, j = 1, 2, \dots, 4$ ;

2) вычисление дисперсии воспроизводимости по точкам, поставленным в центре плана

$$S^2\{Y\}_{\text{восп}} = \frac{\sum_{i=1}^{n(0)} (Y_{Oi} - \overline{Y_{Oi}})^2}{n(0) - 1}, \quad (6)$$

где

$$\overline{Y_{Oi}} = \frac{\sum_{i=1}^{n(0)} Y_{Oi}}{n(0)}. \quad (7)$$

Таблица 1

Матрица РЦКП

Номер опыта	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$
1	-	-	-	-
2	+	-	-	-
3	-	+	-	-
4	+	+	-	-
5	-	-	+	-
6	+	-	+	-
7	-	+	+	-
8	+	+	+	-
9	-	-	-	+
10	+	-	-	+
11	-	+	-	+
12	+	+	-	+
13	-	-	+	+
14	+	-	+	+
15	-	+	+	+
16	+	+	+	+
17	-2,00	0	0	0
18	+2,00	0	0	0
19	0	-2,00	0	0
20	0	+2,00	0	0
21	0	0	-2,00	0
22	0	0	+2,00	0
23	0	0	0	-2,00
24	0	0	0	+2,00
25	0	0	0	0
26	0	0	0	0
27	0	0	0	0
28	0	0	0	0
29	0	0	0	0
30	0	0	0	0
31	0	0	0	0

Натуральные и кодированные значения основных технологических факторов

Уровни	Факторы							
	$t_n \equiv X_1$ – температура подложки		$p \equiv X_2$ – давление в реакторе		$t_{и} \equiv X_3$ – температура испарителя		$\tau \equiv X_4$ – продолжительность процесса	
	натуральное значение, °С	кодированное значение	натуральное значение, Па	кодированное значение	натуральное значение, °С	кодированное значение	натуральное значение, мин	кодированное значение
Основной	400	0	650	0	200	0	30	0
Интервал варьирования	50		195		40		10	
Верхний	450	+	845	+	240	+	40	+
Нижний	350	-	455	-	160	-	20	-
Значение звездного плеча	100		390		80		20	
Верхняя звездная точка	500	+2	1040	+2	280	+2	50	+2
Нижняя звездная точка	300	-2	260	-2	120	-2	10	-2

Далее по формулам (8) – (11) определяют дисперсии коэффициентов:

$$S^2\{B_0\} = 0,143S^2\{Y\}; \quad (8)$$

$$S^2\{B_i\} = 0,0417S^2\{Y\}; \quad (9)$$

$$S^2\{B_{ij}\} = 0,0625S^2\{Y\}; \quad (10)$$

$$S^2\{B_{ii}\} = 0,0316S^2\{Y\}. \quad (11)$$

При уровне значимости  $\alpha=0,05$  по таблицам находят теоретический критерий Стьюдента

$$t = \left( \begin{array}{l} \alpha = 0,05 \\ k_0 = n(0) - 1 = 6 \end{array} \right) = 2,45. \quad (12)$$

С помощью  $t(\alpha, k_0)$  и дисперсий коэффициентов определяют их статистическую значимость. Незначимые коэффициенты отбрасывают и получают окончательный вид уравнения регрессии;

3) на этом этапе проверяют адекватность полученной модели сравнением опытного и теоретического значений критерия Фишера. Последний находится по таблицам при уровне значимости  $\alpha = 0,05$

$$F_t = \left( \begin{array}{l} \alpha = 0,05 \\ k_1 = N - d - n(0) + 1 = 25 - d \\ k_2 = n(1) = 6 \end{array} \right), \quad (13)$$

где  $d$  – число значащих коэффициентов.

Опытное значение критерия Фишера равно отношению дисперсии неадекватности к дисперсии воспроизводимости

$$F_{\text{оп}} = \frac{S^2\{Y\}_{\text{неадекв}}}{S^2\{Y\}_{\text{воспр}}}. \quad (14)$$

Для плана РЦКП

$$S^2\{Y\}_{\text{неадекв}} = \frac{\sum_{N=1}^{31} (Y_{i\text{расч}} - Y_{i\text{оп}})^2 - \sum_{i=1}^{n(0)} (Y_{0i} - \overline{Y_{0i}})^2}{N - d - n(0) + 1}, \quad (15)$$

где  $N$  – число точек плана РЦКП;  $d$  – число значащих коэффициентов;  $n(0)$  – число точек, поставленных в центре плана.

Приведенная методика обработки многофакторного эксперимента по осаждению газофазного хрома на электротехнические материалы, осуществляющие контактные соединения, позволила исследовать кинетику формирования указанных покрытий от входных технологических факторов. При этом получены уравнения математической модели для выходных параметров, адекватно описывающих процесс осаждения, с вероятностью не менее 95 %.

#### *Список литературы*

1. Завадский, Ю.В. Планирование эксперимента в задачах автомобильного транспорта / Ю.В. Завадский. – М. : МАДИ, 1978. – 154 с.
2. Афонин, В.В. Разработка технологии получения износостойких покрытий из металлоорганических соединений на сплавах алюминия : дис. ... канд. техн. наук : 05.02.01 : защищена 02.02.82 : утв. 23.06.82 / Афонин Владимир Васильевич. – М., 1982. – 257 с.

## Mathematical Planning of the Experiment in the Deposition of Wear-Resistant Coatings on the Contacts of Electric Vehicles

V.V. Afonin, I.N. Akulinin, Zh.A. Zarandia

Department "Electrical Equipment and Automation", TSTU;  
ket@nnn.tstu.ru

**Key words and phrases:** adhesive strength; the center of the plan; deposition of wear-resistant coatings; electric contact details; factorial space; microhardness; pyrolytic chromium; the response function; rotatable central composite planning.

**Abstract:** The paper justifies the application of the central rotatable composite planning for the implementation of the experiment. The method of processing the results obtained through the compilation of the regression equations for each response function is shown.

---

### Mathematische Planierung des Experimentes bei der Ausfällung der verschleißfesten Deckungen auf die Kontakte der elektrischen Apparate

**Zusammenfassung:** Es ist die Benutzung für die Realisierung des Experimentes der drehbaren zentralen Kompositionsplanung begründet. Es ist die Methodik der Bearbeitung der erhaltenen Resultate durch die Zusammensetzung der Gleichungen der Regression für die jeden Resonanzfunktion gezeigt.

---

### Planification mathématique de l'expérience lors de la précipitation des couvertures inusables sur les contacts des appareils électriques

**Résumé:** Est argumentée l'application de la planification composite centrale pour la réalisation de l'expérience. Est montrée la méthode du traitement des résultats obtenus à partir de la composition des niveaux de regression pour chaque fonction de réponse.

---

**Авторы:** *Афонин Владимир Васильевич* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Электрооборудование и автоматизация»; *Акулинин Игорь Николаевич* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Электрооборудование и автоматизация»; *Зарандия Жанна Александровна* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Электрооборудование и автоматизация», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».

**Рецензент:** *Чернышов Владимир Николаевич* – доктор технических наук, профессор, член-корреспондент Российской метрологической академии, заведующий кафедрой «Уголовное право и прикладная информатика в юриспруденции», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».