

УДК 539.3

## УПРАВЛЕНИЕ ФОРМОЙ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТНЫХ ОБОЛОЧЕК С ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ АКТУАТОРАМИ

С.В. Плотникова

*Кафедра «Прикладная математика и механика», ФГБОУ ВПО «ТГТУ»;  
psv@apmath.tstu.ru*

*Представлена членом редколлегии профессором Г.М. Куликовым*

**Ключевые слова и фразы:** композитная оболочка; метод конечных элементов; статическое управление формой; 7-параметрическая модель оболочки.

**Аннотация:** Представленная в статье модель позволяет определить напряжения на пьезоэлектрических актуаторах, приближающих форму конструкции к заранее заданной. Задача сводится к минимизации функции погрешности, которая задается как разность между деформированной формой оболочки и аналитически заданной функцией требуемой формы. Математическая модель основывается на конечно-элементных уравнениях, полученных для четырехузловых трехмерных геометрически точных элементов оболочки. Численные примеры подтверждают эффективность и надежность предлагаемой модели.

---

### Введение

В работах [1, 2] построен четырехузловой конечный элемент, основанный на 7-параметрической теории пьезоэлектрических оболочек, позволяющий решать связанную задачу электроупругости. Разработанный на основе этой конечно-элементной модели программный код позволяет при заданных напряжениях на актуаторах и заданной механической нагрузке определять напряженно-деформированное состояние оболочки, а также напряжения на сенсорах. Однако во многих практических приложениях требуется подобрать такие напряжения на актуаторах, которые придадут оболочке заранее заданную форму.

Известны различные постановки задачи управления формой конструкции [3]. Наиболее распространена формулировка, в которой минимизируется квадрат отклонений перемещений от заранее заданных. Такая постановка задачи целесообразна в случае, когда целью является возвращение конструкции к недеформированному состоянию. В более общем случае, когда требуется привести конструкцию к заданной форме, не всегда можно предугадать приводящие к этой форме перемещения. В работе [4] предлагается подход, в котором целевой функцией является квадрат разности между отклонением формы деформированной конструкции от заранее заданной формы. В данной работе этот подход применяется для расчета методом Реллея–Ритца пологой оболочки, геометрия которой задана в декартовых координатах. В настоящей работе аналогичный способ построения целевой функции реализуется для случая геометрически точного элемента, когда оболочка описывается в связанных с отсчетной поверхностью координатах.

## Постановка задачи управления формой оболочки

Рассмотрим композитную оболочку с пьезоэлектрическими слоями. На отсчетной поверхности  $S$  выбираем криволинейную ортогональную систему координат  $\theta_1, \theta_2$ , оси которой совпадают с линиями главных кривизн поверхности;  $\mathbf{e}_1$  и  $\mathbf{e}_2$  – единичные векторы, направленные вдоль координатных осей. Пусть  $\mathbf{e}_3$  – единичный вектор, направленный по нормали к отсчетной поверхности;  $\theta_3$  – координатная ось в направлении  $\mathbf{e}_3$  (рис. 1).

Пусть  $S^-$  и  $S^+$  – лицевые поверхности оболочки;  $u_i^\pm$  – перемещения точек поверхностей  $S^-$  и  $S^+$  в направлениях координатных осей отсчетной поверхности, где  $i = 1, 2, 3$ ;  $u_3^M$  – перемещения точек срединной поверхности в направлении  $\theta_3$ . Для тангенциальных перемещений используем линейную аппроксимацию по толщине оболочки, а для поперечного перемещения – квадратичную аппроксимацию [5]:

$$u_\alpha = N^- u_\alpha^- + N^+ u_\alpha^+; \quad u_3 = L^- u_3^- + L^M u_3^M + L^+ u_3^+; \quad (1)$$

$$N^- = \frac{1}{h}(\delta^+ - \theta_3); \quad N^+ = \frac{1}{h}(\theta_3 - \delta^-); \quad (2)$$

$$L^- = N^-(N^- - N^+); \quad L^M = 4N^-N^+; \quad L^+ = N^+(N^+ - N^-),$$

где  $h = \delta^+ - \delta^-$  – толщина оболочки;  $\theta_3 \in [\delta^-, \delta^+]$ ,  $\alpha = 1, 2$ .

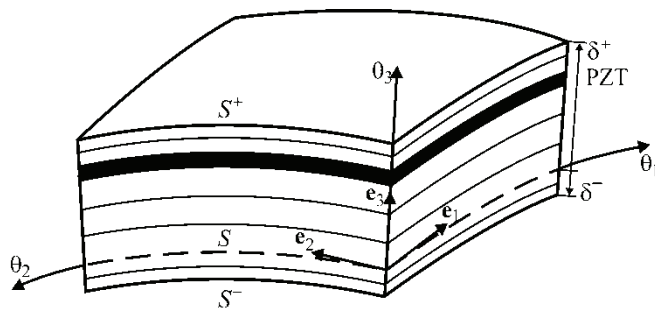
Если к оболочке приложить механическую и электрическую нагрузки, отсчетная поверхность  $S$  перейдет в деформированную поверхность  $S^t$ , а произвольная точка  $A(\theta_1, \theta_2)$  исходной поверхности перейдет в точку  $A^t \in S^t$ , радиус-вектор которой  $\mathbf{R}_{A^t} = (x_t, y_t, z_t)^T$  может быть найден как

$$\mathbf{R}_{A^t} = \mathbf{R}_A + \sum \bar{u}_i \mathbf{e}_i, \quad (3)$$

где  $\mathbf{R}_A = (x_0, y_0, z_0)^T$  – радиус-вектор точки  $A$ ;  $\bar{u}_i$  – перемещения отсчетной поверхности в направлениях координатных осей, которые выражаются через координаты лицевых поверхностей по формулам (1), (2).

Обозначим через  $S^d$  требуемую форму оболочки. Полагаем, что она задана в декартовых координатах дважды дифференцируемой функцией

$$z = \psi(x, y). \quad (4)$$



**Рис. 1. Композитная оболочка с пьезоэлектрическим слоем (PZT)**

Предполагаем, что перемещения малы и позволяют оставаться в рамках геометрически линейной модели. Погрешностью достижения заданной формы в точке А будем считать отклонение координаты  $z$  деформированной поверхности  $S^t$  от заданной поверхности  $S^d$  (рис. 2)

$$\delta_A = z_d - z_t. \quad (5)$$

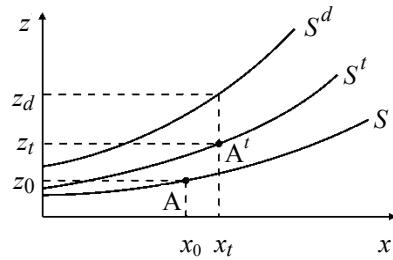


Рис. 2. Нахождение отклонения деформированной формы оболочки от требуемой формы (плоскость  $x-z$ )

Предполагая, что перемещения малы, запишем

$$z_d = \psi(x_t, y_t) = \psi(x_0, y_0) + \frac{\partial \psi}{\partial x}(x_0, y_0) \Delta x + \frac{\partial \psi}{\partial y}(x_0, y_0) \Delta y; \quad (6)$$

$$\Delta x = x_t - x = \sum \bar{u}_i e_{i1}, \quad \Delta y = y_t - y = \sum \bar{u}_i e_{i2}, \quad z_t = z_0 + \sum \bar{u}_i e_{i3}. \quad (7)$$

Подставляя (6) и (7) в (5), получим выражение погрешности через перемещения:

$$\delta_A = d_0 + \sum d_i \bar{u}_i; \quad (8)$$

$$d_0 = \psi(x_0, y_0) - z_0; \quad d_i = \frac{\partial \psi}{\partial x}(x_0, y_0) e_{i1} + \frac{\partial \psi}{\partial y}(x_0, y_0) e_{i2} - e_{i3}. \quad (9)$$

Отметим, что декартовы координаты отсчетной поверхности  $x_0, y_0, z_0$ , координаты базисных векторов  $e_{ij}$ , перемещения  $\bar{u}_i$  задаются как функции координат отсчетной поверхности  $\theta_1, \theta_2$ .

В результате получаем следующую формулировку задачи управления формой оболочки: требуется так подобрать функцию напряжения на актуаторе  $\varphi(\theta_1, \theta_2)$ , чтобы при соответствующих перемещениях отсчетной поверхности  $\bar{u}_i(\theta_1, \theta_2)$  целевой функционал

$$W = \frac{1}{2} \iint_S (d_0 + \sum d_i \bar{u}_i)^2 A_1^M A_2^M d\theta_1 d\theta_2 + \frac{\gamma}{2} \iint_S \varphi^2 A_1^M A_2^M d\theta_1 d\theta_2 \quad (10)$$

принимал минимальное значение. Здесь  $A_1^M, A_2^M$  – параметры Ламе срединной поверхности. Первое слагаемое в (10) определяется отклонением отсчетной поверхности оболочки от требуемой формы; второе слагаемое делает функционал (10) строго выпуклым и при численном решении обеспечивает вычислительную устойчивость;  $\gamma$  – параметр регуляризации.

### Конечно-элементная формулировка задачи

При численном решении задача минимизации функционала (10) сводится к задаче минимизации функции нескольких переменных. При этом возможны два подхода: потенциал на актуаторе  $\varphi(\theta_1, \theta_2)$  можно рассматривать как непрерывную функцию, а можно как дискретную. Во втором случае полагают, что пьезоэлектрические слои расположены в виде накладок, для каждой из которых выполняется условие эквипотенциальности. Далее будем рассматривать именно этот случай. Для простоты формулировки полагаем, что пьезоэлектрические накладки

расположены симметрично на лицевых поверхностях оболочки и являются актюаторами. При этом на электроды на их внешние поверхности подается заданное постоянное напряжение  $\varphi_t$  и  $\varphi_b$ , а на поверхностях раздела композитной основы и пьезоэлектрических слоев электроды заземлены, то есть напряжение принимается равным 0.

Рассмотрим четырехузловой прямоугольный элемент. Неизвестными в  $r$ -м узле элемента являются 7 перемещений [6]:  $\mathbf{v}_r = [u_{1r}^-, u_{1r}^+, u_{2r}^-, u_{2r}^+, u_{3r}^-, u_{3r}^+, u_{3r}^M]^T$ . Уравнение равновесия элемента можно записать в виде

$$\mathbf{K}^e \mathbf{V}^e = -\mathbf{B}_t^e \varphi_t^e - \mathbf{B}_b^e \varphi_b^e + \mathbf{F}^e, \quad (11)$$

где  $\mathbf{V}^e = [\mathbf{v}_1^T \mathbf{v}_2^T \mathbf{v}_3^T \mathbf{v}_4^T]^T$  – вектор узловых перемещений элемента;  $\mathbf{F}^e$  – вектор механических нагрузок, действующих на элементе;  $\mathbf{K}^e$  – симметричная матрица жесткости элемента;  $\mathbf{B}_t^e$  и  $\mathbf{B}_b^e$  – векторы электромеханической связи на элементе, отражающие вклады пьезоэлектрических накладок на верхней и нижней поверхностях. Вид этих матриц приведен в [7].

Для каждого элемента введем проективную матрицу  $\mathbf{P}^e$ , отражающую вклад элемента в глобальную систему элементов. После сборки элементов в ансамбль получаем уравнение равновесия конструкции

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = -\sum_{e=1}^{N^e} [(\mathbf{P}^e)^T \mathbf{B}_t^e \varphi_t^e + (\mathbf{P}^e)^T \mathbf{B}_b^e \varphi_b^e] + \mathbf{F}, \quad (12)$$

где  $N^e$  – общее число элементов;  $\mathbf{U}$  – глобальный вектор узловых перемещений;

$\mathbf{K} = \sum_{e=1}^{N^e} (\mathbf{P}^e)^T \mathbf{K}^e \mathbf{P}^e$  – глобальная матрица жесткости;  $\mathbf{F} = \sum_{e=1}^{N^e} (\mathbf{P}^e)^T \mathbf{F}^e$  – глобальный вектор механических нагрузок.

Пусть  $\Phi_t$  – вектор напряжений, подаваемых на электроды верхних накладок;  $\Phi_b$  – вектор напряжений, подаваемых на электроды нижних накладок, то есть в результате решения задачи управления формой оболочки должен быть найден вектор  $\Phi = [\Phi_b^T \Phi_t^T]^T$  размерности  $2N^p$ , где  $N^p$  – количество пьезоэлектрических накладок на лицевой поверхности оболочки. Введем векторы соответствия между пьезоэлектрическими накладками и элементами  $\mathbf{Q}^e$ ; компоненты этого вектора принимают значение 1, если соответствующая накладка попадает на элемент  $e$ , и значение 0 в противоположном случае. Тогда из (12) получим следующую зависимость между вектором перемещений и векторами нагружения:

$$\mathbf{U} = \mathbf{K}^{-1}(\mathbf{R}\Phi + \mathbf{F}), \quad (13)$$

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} -\sum_{e=1}^{N^e} (\mathbf{P}^e)^T \mathbf{B}_t^e \mathbf{Q}^e & \mathbf{0}_{N^p \times N^p} \\ \mathbf{0}_{N^p \times N^p} & -\sum_{e=1}^{N^e} (\mathbf{P}^e)^T \mathbf{B}_b^e \mathbf{Q}^e \end{pmatrix}.$$

Функционал (10) заменим на его дискретный аналог

$$W(\Phi) = \frac{1}{2}(\mathbf{G}\mathbf{U} + \mathbf{g})^T (\mathbf{G}\mathbf{U} + \mathbf{g}) + \frac{1}{2} \gamma \Phi^T \Phi \rightarrow \min. \quad (14)$$

Здесь, учитывая (1), (8), (9), полагаем ( $P_i$  –  $i$ -й узел;  $i$  изменяется от 1 до  $N^n$ , где  $N^n$  – число узлов):

$$g_i = d_0(P_i); \quad G_{i,7(i-1)+1} = N^-(0)d_1(P_i); \quad G_{i,7(i-1)+2} = N^+(0)d_1(P_i);$$

$$G_{i,7(i-1)+3} = N^-(0)d_2(P_i); \quad G_{i,7(i-1)+4} = N^+(0)d_2(P_i);$$

$$G_{i,7(i-1)+5} = L^-(0)d_3(P_i); \quad G_{i,7(i-1)+6} = L^+(0)d_3(P_i); \quad G_{i,7(i-1)+7} = L^M(0)d_3(P_i).$$

Приравнивая к нулю градиент функции (14) и учитывая (13), получим систему уравнений для нахождения оптимального распределения напряжений на пьезоэлектрических накладках:

$$[\mathbf{R}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{R} + \gamma \mathbf{I}] \Phi = -\mathbf{R}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{K}^{-1} \mathbf{F} + \mathbf{g}), \quad (15)$$

где  $\mathbf{I}$  – единичная матрица размера  $2N^p \times 2N^p$ .

### Численные результаты

Рассмотрим криволинейную балку радиуса  $R = 0,1$  м, шириной  $b = 0,01$  м, толщиной  $h = 1,061 \cdot 10^{-3}$  м с 20 накладками из пьезокерамики PZT G1195 (рис. 3). Основу балки составляет четырехслойный углепластик AS4/3501 с укладкой слоев  $[90/0]_s$ . Нулевые значения механических и пьезоэлектрических констант для углепластика AS4/3501:  $E_{11} = 143$  ГПа,  $E_{22} = E_{33} = 9,7$  ГПа,  $\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = 0,3$ ,  $G_{12} = G_{13} = 6$  ГПа,  $G_{23} = 2$  ГПа; для пьезокерамики G1195:  $E_{11} = E_{22} = E_{33} = 63$  ГПа,  $\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = 0,3$ ,  $G_{12} = G_{13} = G_{23} = 24,2$  ГПа,  $d_{31} = d_{32} = 2,54 \cdot 10^{-10}$  м/В,  $d_{33} = 3,74 \cdot 10^{-10}$  м/В. Для расчетов была выбрана конечно-элементная сетка  $20 \times 1$  и

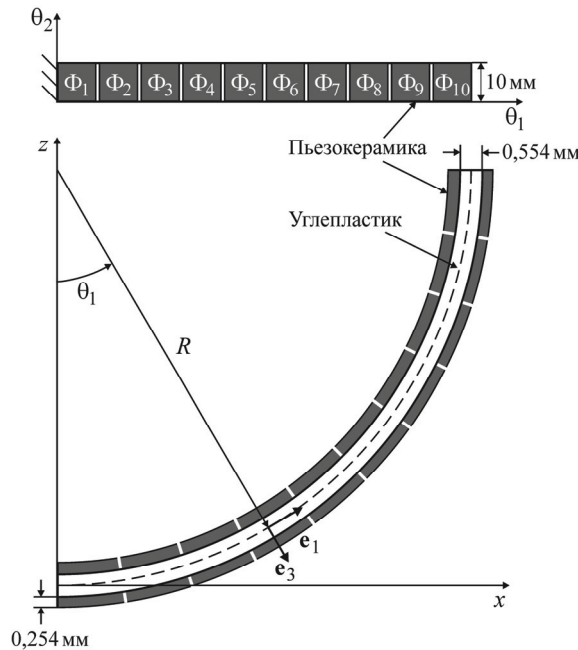
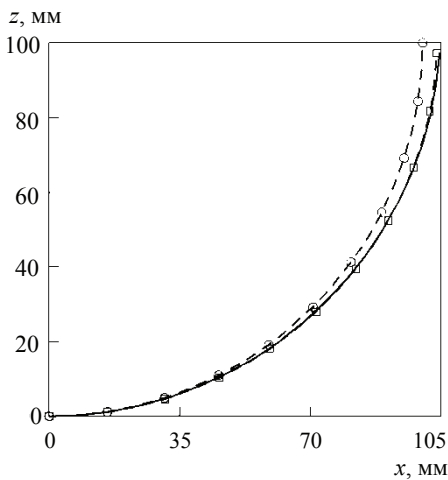


Рис. 3. Консольная криволинейная балка



**Рис. 4. Решение задачи управления формой для криволинейной балки:**  
 ---○--- исходная форма; ---□--- расчетная форма; ——— заданная форма

стабилизирующий параметр  $\gamma = 10^{-9}$ . Требуемая форма конструкции – дуга окружности радиуса  $R_0 = 105$  мм, то есть уравнение заданной поверхности имеет вид  $z = R_0 - \sqrt{R_0^2 - x^2}$ . Для узлов  $P_i$  с координатами  $(\theta_1, \theta_2)$  имеем:

$$d_0(P_i) = R_0 - \sqrt{R_0^2 - R^2 \sin^2 \theta_1} - R + R \cos \theta_1;$$

$$d_1(P_i) = \frac{R \cos \theta_1 \sin \theta_1}{\sqrt{R_0^2 - R^2 \sin^2 \theta_1}} - \sin \theta_1;$$

$$d_2(P_i) = 0; \quad d_3(P_i) = \frac{R \sin^2 \theta_1}{\sqrt{R_0^2 - R^2 \sin^2 \theta_1}} + \cos \theta_1$$

Результаты решения задачи приведены на рис. 4 и в табл. 1.

Во втором примере рассмотрим квадратную пластину со стороной  $a = 0,2$  м, толщиной  $h = 1,061 \cdot 10^{-3}$  м, жестко закрепленную при  $x = 0$  (рис. 5). Пластина изготовлена из такого же материала, что и криволинейная балка из предыдущего примера, направление укладки слоев  $[90/0]_s$ . На лицевых поверхностях пластины имеется по 25 квадратных пьезоэлектрических накладок. Пластина моделируется сеткой  $10 \times 10$  элементов, так что каждая накладка занимает 4 элемента. Ставилась задача привести пластину к форме, задаваемой уравнением  $z = 0,1x(y - a/2)$  (рис. 6, а). Для узлов  $P_i$  с координатами  $(\theta_1, \theta_2)$  имеем:  $d_0(P_i) = 0,1\theta_1(\theta_2 - a/2)$ ,  $d_1(P_i) = 0,1(\theta_2 - a/2)$ ,  $d_2(P_i) = 0,1\theta_1$ ,  $d_3(P_i) = -1$ .

На рисунке 6, б приведена деформированная форма пластины, полученная в результате решения задачи оптимизации формы при значении  $\gamma = 10^{-12}$ . Оптимальные напряжения на накладках, расположенных на поверхности  $S^+$ , приведены в табл. 2. Напряжения на накладках, расположенных на поверхности  $S^-$ , по абсолютной величине совпадают с приведенными в табл. 2, но имеют противоположный знак.

Таблица 1

**Напряжения на пьезоэлектрических накладках для криволинейной балки, В**

$\Phi_{11}$	$\Phi_{12}$	$\Phi_{13}$	$\Phi_{14}$	$\Phi_{15}$	$\Phi_{16}$	$\Phi_{17}$	$\Phi_{18}$	$\Phi_{19}$	$\Phi_{110}$
-310	-256	-238	-217	-190	-158	-122	-84	-44	-10
$\Phi_{b1}$	$\Phi_{b2}$	$\Phi_{b3}$	$\Phi_{b4}$	$\Phi_{b5}$	$\Phi_{b6}$	$\Phi_{b7}$	$\Phi_{b8}$	$\Phi_{b9}$	$\Phi_{b10}$
318	263	245	223	195	163	126	86	46	11

Таблица 2

## Напряжения на пьезоэлектрических накладках для пластины, В

$\Phi_{11}$	$\Phi_{12}$	$\Phi_{13}$	$\Phi_{14}$	$\Phi_{15}$	$\Phi_{16}$	$\Phi_{17}$	$\Phi_{18}$	$\Phi_{19}$	$\Phi_{110}$	$\Phi_{111}$	$\Phi_{112}$	$\Phi_{113}$
-252	-181	0	181	252	-147	-4	0	4	147	-137	1	0
$\Phi_{114}$	$\Phi_{115}$	$\Phi_{116}$	$\Phi_{117}$	$\Phi_{118}$	$\Phi_{119}$	$\Phi_{120}$	$\Phi_{121}$	$\Phi_{122}$	$\Phi_{123}$	$\Phi_{124}$	$\Phi_{125}$	
-1	137	-70	-2	0	2	70	45	29	0	-29	-45	

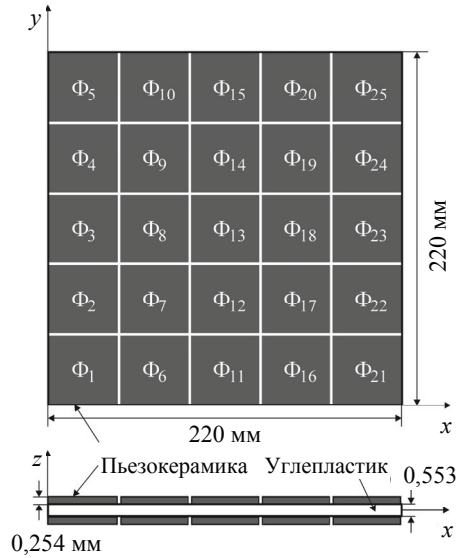
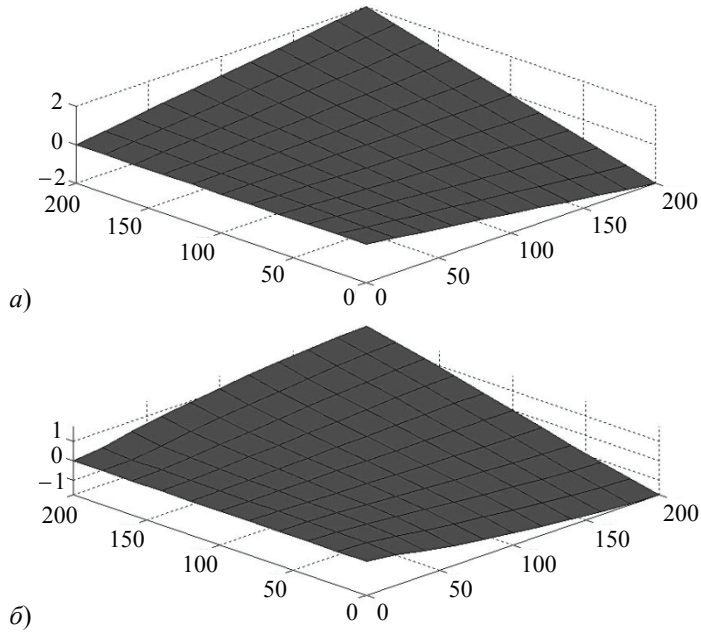


Рис. 5. Прямоугольная пластина с 50 пьезоэлектрическими накладками

Рис. 6. Деформированная прямоугольная пластина:  
а – заданная форма ; б – расчетная форма

## Заключение

Приведена формулировка задачи управления формой оболочки в случае, когда требуемая форма оболочки описана аналитически заданной функцией. Для поставленной задачи реализована конечно-элементная модель, построенная на основе трехмерного оболочечного элемента точной геометрии, имеющего высокую эффективность и точность. На основе этой модели разработан программный код, позволяющий рассчитывать оптимальные напряжения на актюаторах. Проведенные численные расчеты подтверждают состоятельность предлагаемой модели и метода решения.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ по теме «Проведение фундаментальных исследований в области естественных, технических и гуманитарных наук» (проект № 2.1.1/10003).*

### Список литературы

1. Куликов, Г.М. Связанная задача электроупругости для слоистой композитной оболочки / Г.М. Куликов, С.В. Плотникова, М.Г. Куликов // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2010. – Т. 16, № 3. – С. 610–624.
2. Kulikov, G.M. Exact Geometry Piezoelectric Solid-Shell Element Based on 7-parameter Model / G.M. Kulikov, S.V. Plotnikova // Mechanics of Advanced Materials and Structures. – 2011. – Vol. 18, No. 2. – P. 133–146.
3. Irschik, H. A Review on Static and Dynamic Shape Control of Structures by Piezoelectric Actuation / H. Irschik // Engineering Structures. – 2002. – Vol. 24, No. 1. – P. 5–11.
4. Koconis, D.B. Shape Control of Composite Plates and Shells with Embedded Actuators. II. Desired Shape Specified / D.B. Koconis, L.P. Kollar, G.S. Springer // Journal of Composite Materials. – 1994. – Vol. 28, No. 5. – P. 459–482.
5. Kulikov, G.M. Refined Global Approximation Theory of Multilayered Plates and Shells / G.M. Kulikov // Journal Engineering Mechanics. – 2001. – Vol. 127, No. 2. – P. 119–125.
6. Kulikov, G.M. Finite Rotation Geometrically Exact Four-Node Solid-Shell Element with Seven Displacement Degrees of Freedom / G.M. Kulikov, S.V. Plotnikova // Computer Modeling in Engineering & Sciences. – 2008. – Vol. 28, No. 1. – P. 15–38.
7. Плотникова, С.В. Применение трехмерного элемента оболочки для расчета композитных конструкций с пьезоэлектрическими накладками / С.В. Плотникова, М.Г. Куликов // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2010. – Т. 15, № 2. – С. 380–390.

---

## Control over the Shape of Layered Composite Shells with Piezoelectric Actuators

S.V. Plotnikova

*Department “Applied Mathematics and Mechanics”, TSTU;  
psv@apmath.tstu.ru*

**Key words and phrases:** a composite shell; finite element method; static control of the shape; a 7-parameter model of the shell.

**Abstract:** The model presented in the paper allows determining the voltage on piezoelectric actuators, approximating the shape of the structure to a predetermined one.



The problem is reduced to minimize the error function, which is defined as the difference between the deformed shape of the shell and the analytically given function of the desired shape. A mathematical model is based on the finite element equations obtained for the three-dimensional geometrically precise shell elements. Numerical examples confirm the effectiveness and reliability of the proposed model.

---

### **Steuerung von den Formen der schichtlichen Kompositmäntel mit den pjsoelektrischen Aktjuatorm**

**Zusammenfassung:** Das vorgeschlagene im Artikel Modell erlaubt, die Spannungen auf den pjsoelektrischen Aktjuatorm zu bestimmen. Die Aufgabe führt auf die Minimierung der Fehlerfunktion, die als Differenz zwischen der deformierten Form der Hülle und der analytisch aufgegebenen Funktion der nögen Form aufgegeben ist. Das mathematische Modell basiert auf den endelemententischen Gleichungen, die für die viereckigen feinen Elementen der Hülle erhalten sind. Die Zahlbeispiele bestätigen die Effektivität und die Sicherheit des vorschlagenden Modells.

---

### **Commande de la forme des enveloppes composites stratiformes avec des actuateurs piézo-électriques**

**Résumé:** Le modèle présenté dans l'article permet de définir les tensions sur les actuateurs piézo-électriques approchant la forme de la construction à celle donnée préalablement. Le problème consiste dans la minimisation de la fonction de l'erreur qui est donnée comme une différence entre une forme déformée de l'enveloppe et une fonction de la forme exigée donnée analytiquement. Le modèle mathématique est fondé sur les équations élémentaires finies reçues pour les éléments géométriquement précis à quatre noeuds. Les exemples numériques affirment l'efficacité et la sécurité du modèle proposé.

---

**Автор:** *Плотникова Светлана Валерьевна* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Прикладная математика и механика», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».

**Рецензент:** *Ярцев Виктор Петрович* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Конструкции зданий и сооружений», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».

---