УДК 517.938

УПРАВЛЯЕМОСТЬ НЕЛИНЕЙНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАЗВИТИЯ СИСТЕМЫ: ГЕНЕРАЛЬНАЯ КОМПАНИЯ – СОВМЕСТНОЕ ПРЕДПРИЯТИЕ

Е.С. Дюба

Кафедра «Математика и методика преподавания математических дисциплин», ГОУ ВПО «Рязанский государственный университет имени С.А. Есенина»; dyuba-lisa@rambler.ru

Представлена членом редколлегии профессором В.И. Коноваловым

Ключевые слова и фразы: дифференциальные уравнения; максимальная прибыль; управление; функционал; экономическая система; экстремум.

Аннотация: Рассмотрена задача управления математической модели развития системы «генеральная компания – совместное предприятие», которая описана нелинейной системой дифференциальных уравнений в непрерывном времени. Задача управления сформулирована как задача достижения максимальной прибыли генеральной компанией за некоторый промежуток времени. Найдены условия существования решения системы дифференциальных уравнений, позволяющего максимизировать прибыль компании.

В настоящей статье рассматривается нелинейная математическая модель взаимодействия генеральной компании с предприятиями, работающими под ее маркой, то есть рассматривается связь: генеральная компания – совместное предприятие. Подобная система является выгодной формой ведения бизнеса и в последнее время становится все популярнее в России. Исследованием взаимодействия генеральной компании с совместными предприятиями занимались В.Д. Рудашевский и М.А. Фурщик [1].

С целью изучения динамики процессов, происходящих в этой системе, используется система дифференциальных уравнений вида

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}(t)\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}(t)\boldsymbol{u} + \bar{\boldsymbol{f}}(t, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}), \tag{1}$$

где $x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)$ определяют доли рынка, занятые генеральным и совместными предприятиями, ликвидные средства и задолженности этих компаний в момент времени *t*; $\dot{\boldsymbol{x}}_i(t)$ определяет темп изменения каждой из этих величин при $t \in [0, T]$, $T > 0$ – некоторое положительно число; $\boldsymbol{A}(t)$ – $n \times n$-матрица, коэффициенты которой находятся вне модели, учитывают оптимальный вступительный взнос для каждого совместного предприятия, определяют проценты по кредитам, ликвидности в зависимости от того, к какому из $x_i(t)$ они относятся; $\boldsymbol{u} = (u_1, u_2, \ldots, u_m)$ – вектор-управление; $\boldsymbol{B}(t)\boldsymbol{u}$ определяет расходы на рекламу и исследования рынка для каждой территориальной единицы; $\boldsymbol{B}(t) - n\times m$-матрица, $m \le n$; вектор-функция $\bar{\boldsymbol{f}}(t,\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})$ имеет порядок больше первого по x и u одновременно, учитывает влияние на темп изменения величин $x_1(t),\ x_2(t),\ldots,x_n(t)$ нелинейных членов.

Генеральная компания старается максимизировать свою прибыль, которая определяется функционалом $I = \int\limits_0^T \Phi(t,\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})dt,\ \ \Phi(t,\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})$ – некоторая функция.

Ставится задача – найти управление $\boldsymbol{u}$, при котором решение системы (1), определенное на сегменте $[0,\ T]$, приносит генеральной компании максимальную прибыль, то есть доставляет максимум функционалу *I*.

Предположим, что $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}(t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{u}_0)$, $\boldsymbol{x}(0,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{u}_0) = \boldsymbol{\alpha}$ произвольное решение системы (1), определенное на сегменте $[0,\ T]$, $\boldsymbol{\alpha}\in E_n$, $\boldsymbol{u}_0 \in E_m$. Заменой переменных $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}(t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{u}_0)$, $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_0$ система (1) сведется к системе

$$\dot{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{A}(t)\boldsymbol{y} + \boldsymbol{B}(t)\boldsymbol{v} + \boldsymbol{f}(t,\boldsymbol{y},\boldsymbol{v}). \qquad (2)$$

Функционал I в новых переменных определится равенством $I = \int\limits_0^T \Phi(t,\boldsymbol{y}+\boldsymbol{x}(t,\boldsymbol{u}_0),\boldsymbol{v}+\boldsymbol{u}_0)dt.$

Введем следующие обозначения: $D(\delta_0) = \{(t,\boldsymbol{y},\boldsymbol{v}): t\in[0,\ T],\ \boldsymbol{y}\in E_n,\ |\boldsymbol{y}|\le\delta_0,$ $\boldsymbol{v}\in E_m,\ |\boldsymbol{v}|\le|\delta_0|\},\ \ C(\delta_0) = \{\boldsymbol{c}: \boldsymbol{c}\in E_n,\ |\boldsymbol{c}|\le\delta_0\},\ \ V(\delta_0) = \{\boldsymbol{v}: \boldsymbol{v}\in E_m,\ |\boldsymbol{v}|\le\delta_0\},\ \delta_0 < 0$ – некоторое число, $\boldsymbol{z} = (\boldsymbol{y},\boldsymbol{v}),\ |\boldsymbol{z}| = \max\{|\boldsymbol{y}|,|\boldsymbol{v}|\},\ \ \boldsymbol{\gamma} = (\boldsymbol{c},\boldsymbol{v}),\ \ |\boldsymbol{\gamma}| = \max\{|\boldsymbol{c}|,|\boldsymbol{v}|\}$.

Будем предполагать, что на множестве $D(\delta_0)$ матрицы $\boldsymbol{A}(t)$, $\boldsymbol{B}(t)$ и вектор-функция $\boldsymbol{f}(t,\boldsymbol{y},\boldsymbol{v})$ определены, непрерывны, $|\boldsymbol{f}(t,\boldsymbol{y}_1,\boldsymbol{v}) - \boldsymbol{f}(t,\boldsymbol{y}_2,\boldsymbol{v})| \le L|\boldsymbol{y}_1 - \boldsymbol{y}_2|$, $L > 0$ – некоторое число, $\lim\limits_{z\to 0}\dfrac{\boldsymbol{f}(t,\boldsymbol{y},\boldsymbol{v})}{|\boldsymbol{z}|} = 0$ равномерно относительно $t\in[0,\ T]$.

Непосредственно подстановкой убеждаемся, что $\boldsymbol{y} = 0$ является решением системы (2) при $\boldsymbol{v} = 0$. Тогда существует $\delta\in(0,\delta_0]$ такое, что при любых $\boldsymbol{c}\in C(\delta)$ и $\boldsymbol{v}\in V(\delta)$ система (2) имеет решение $\boldsymbol{y} = \bar{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})$, $\bar{\boldsymbol{y}}(0,\boldsymbol{c},0) = \boldsymbol{c}$, определенное на сегменте $[0,\ T]$, непрерывное на множестве $[0,\ T]\times C(\delta)\times V(\delta)$ и удовлетворяющее на этом множестве неравенству $|\bar{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})| \le \delta_0$.

Одновременно с системой (2) рассмотрим систему

$$\dot{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{A}(t)\boldsymbol{y} + \boldsymbol{B}(t)\boldsymbol{v} + \boldsymbol{f}(t,\bar{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v}),\boldsymbol{v}). \qquad (3)$$

Теорема 1. Решение $\boldsymbol{y} = \bar{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})$ системы (2) является решением системы (3), а решение $\boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{X}(t)\boldsymbol{c} + \boldsymbol{R}(t)\boldsymbol{v} + \boldsymbol{P}(t,\bar{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v}),\boldsymbol{v})$, где $\boldsymbol{X}(t)$ – фундаментальная матрица системы $\dot{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{A}(t)\boldsymbol{y}$, $\boldsymbol{X}(0) = \boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{R}(t) = \boldsymbol{X}(t)\int\limits_0^t \boldsymbol{X}^{-1}(\tau)\boldsymbol{B}(\tau)d\tau$, $\boldsymbol{P}(t,\bar{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v}),\boldsymbol{v}) = \boldsymbol{X}(t)\int\limits_0^t \boldsymbol{X}^{-1}(\tau)\boldsymbol{f}(\tau,\bar{\boldsymbol{y}}(\tau,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v}),\boldsymbol{v})d\tau$, системы (3) является решением системы (2) и справедливо равенство $\boldsymbol{y}(t) = \bar{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})$ при любом $t\in[0,\ T]$.

Доказательство. Тот факт, что решение $\boldsymbol{y}=\overline{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})$ системы (2) является решением системы (3) проверяется непосредственной подстановкой $\overline{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})$ в равенство (3).

Решением системы (3) является и вектор-функция $\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{X}(t)\boldsymbol{c}+\boldsymbol{R}(t)\boldsymbol{v}+$ $+\boldsymbol{P}(t,\overline{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v}),\boldsymbol{v})$, принимающая значение $\boldsymbol{c}$ при $t=0$ и $\boldsymbol{v}=0$.

Таким образом, система (3) имеет два решения с одинаковыми начальными данными. По теореме существования и единственности решений линейных систем дифференциальных уравнений получим, что при любом $t\in[0,\,T]$ $\overline{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})=\boldsymbol{X}(t)\boldsymbol{c}+\boldsymbol{R}(t)\boldsymbol{v}+\boldsymbol{P}(t,\overline{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v}),\boldsymbol{v})$.

Теорема доказана.

Теорема 2. Решение $\overline{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})$ системы (2) представимо в виде $\overline{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})=\boldsymbol{X}(t)\boldsymbol{c}+\boldsymbol{R}(t)\boldsymbol{v}+o(|\gamma|)$.

Доказательство. Из того что $\overline{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})=\boldsymbol{c}+\int\limits_0^t(\boldsymbol{A}(\tau)\overline{\boldsymbol{y}}(\tau,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})+\boldsymbol{B}(\tau)\boldsymbol{v}+$ $+\boldsymbol{f}(\tau,\overline{\boldsymbol{y}}(\tau,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v}),\boldsymbol{v}))dt$, следует, что $|\overline{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})|\le|\boldsymbol{c}|+\|\boldsymbol{B}(\cdot)\||\boldsymbol{v}|T+(\|\boldsymbol{A}(\cdot)\|+L)|\overline{\boldsymbol{y}}(\tau,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})|$, $\|\boldsymbol{A}(\cdot)\|$, $\|\boldsymbol{B}(\cdot)\|$ – нормы соответственно матриц $\boldsymbol{A}(t)$ и $\boldsymbol{B}(t)$. Тогда по лемме Гронуолла–Беллмана [2] $|\overline{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})|\le(|\boldsymbol{c}|+\|\boldsymbol{B}(\cdot)\||\boldsymbol{v}|T)\exp(\|\boldsymbol{A}(\cdot)\|+L)T$. Поэтому $\lim\limits_{\gamma\to0}\overline{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})=0$, а следовательно, учитывая, что $\boldsymbol{z}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})=(\boldsymbol{y}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v}),\boldsymbol{v})$, и $\lim\limits_{\gamma\to0}\boldsymbol{z}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})=0$ равномерно относительно $t\in[0,\,T]$.

Так как $|\boldsymbol{z}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})|\le|\overline{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})|+|\boldsymbol{c}|$, $\dfrac{|\overline{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})|}{|\gamma|}\le(1+\|\boldsymbol{B}(\cdot)\|T)\exp(\|\boldsymbol{A}(\cdot)\|+L)T$ на множестве $[0,\,T]\times C(\delta)\times V(\delta)$, то на этом множестве величина $\dfrac{|\boldsymbol{z}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})|}{|\gamma|}$ ограничена.

По предположению $\lim\limits_{z\to0}\dfrac{\boldsymbol{f}(t,\boldsymbol{y},\boldsymbol{v})}{|\boldsymbol{z}|}=0$ равномерно по $t\in[0,\,T]$. Поэтому $\lim\limits_{\gamma\to0}\dfrac{\boldsymbol{f}(t,\overline{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v}),\boldsymbol{v})}{|\gamma|}=\lim\limits_{\gamma\to0}\dfrac{|\boldsymbol{f}(t,\overline{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v}),\boldsymbol{v})|}{|\boldsymbol{z}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})|}\dfrac{|\boldsymbol{z}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})|}{|\gamma|}=0$ равномерно относительно $t\in[0,\,T]$. Отсюда в силу ограниченности матриц $\boldsymbol{X}(t)$, $\boldsymbol{X}^{-1}(t)$ на сегменте $[0,\,T]$ получим $\boldsymbol{P}(t,\overline{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v}),\boldsymbol{v})=o(|\gamma|)$, а $\overline{\boldsymbol{y}}(t,\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})=\boldsymbol{X}(t)\boldsymbol{c}+\boldsymbol{R}(t)\boldsymbol{v}+o(|\gamma|)$ на множестве $[0,\,T]\times C(\delta)\times V(\delta)$.

Теорема доказана.

Предположим, что в окрестности точки $(\boldsymbol{c},\boldsymbol{v})=(0,0)$ функционал имеет вид $I=\overline{\Phi}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{u}_0)+\overline{\boldsymbol{D}}_1(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{u}_0)\boldsymbol{c}+\overline{\boldsymbol{D}}_2(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{u}_0)\boldsymbol{v}+\overline{Q}_l(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{u}_0,\boldsymbol{\gamma})+o(|\gamma|^l)$, где $\overline{\Phi}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{u}_0)=$ $=\int\limits_0^T\Phi(t,\boldsymbol{x}(t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{u}_0),\boldsymbol{u}_0)dt$, $\overline{\boldsymbol{D}}_1(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{u}_0)$ и $\overline{\boldsymbol{D}}_2(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{u}_0)$ – известные матрицы; $\overline{Q}_l(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{u}_0,\boldsymbol{\gamma})$ – вектор-форма порядка l, $l\ge2$, относительно координат вектора $\boldsymbol{\gamma}$.

Справедливы следующие теоремы.

Теорема 3. Необходимым условием существования точки экстремума функционала I является выполнение равенств $\overline{D}_1(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{u}_0)=0$ и $\overline{D}_2(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{u}_0)=0$.

Теорема 4. Пусть векторы $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{u}_0$ таковы, что $\overline{D}_1(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{u}_0) = 0$ и $\overline{D}_2(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{u}_0) = 0$. Тогда:

1) если форма $\overline{Q}_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{u}_0, \boldsymbol{\gamma})$ знакоопределенная, то на решении $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}(t, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{u}_0)$ системы (1) функционал I имеет экстремум, минимум – при $\overline{Q}_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{u}_0, \boldsymbol{\gamma}) > 0$, максимум – при $\overline{Q}_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{u}_0, \boldsymbol{\gamma}) < 0$.

2) если форма $\overline{Q}_l(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{u}_0, \boldsymbol{\gamma})$ – знакопеременная, то функционал I на решении $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}(t, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{u}_0)$ системы (1) экстремума не имеет.

Таким образом, теоремы 3 и 4 определяют условия существования векторов $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{u}_0$, при которых функционал I имеет максимум на решении $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}(t, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{u}_0)$ и, следовательно, определяют существование стартового состояния системы «генеральная компания – совместное предприятие» и ее управление, при которых генеральная компания получает наибольшую прибыль.

Пример. Предположим, что математическая модель связи генеральная компания – совместное предприятие имеет вид

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u} + \overline{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}), \tag{4}$$

где $\boldsymbol{A} = (\text{colon}(18{,}0),\ \text{colon}(12{,}6))$, $\boldsymbol{B} = (\text{colon}(12{,}24))$, $\overline{\boldsymbol{f}}(t, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) = (\text{colon}(3x_1^2 x_2 - 12x_1^2 u - 32x_1 u^2 + 2x_1 x_2^2 + 4x_2^2 u - 12x_2 u^2 - 16u^3 - 9x_1^2 - 4x_2^2 - 12x_1 x_2 + 4u^2),\ (x_1 x_2^2 + 2x_2^2 u - 16x_1 u^2 - 32u^3 - 3x_1 x_2 - 6x_2 u - 12x_1 u + 8u^2 - 2x_2^2))$, $t \in [0,\ 1]$. Функционал прибыли описывается равенством $I = \int_0^1 \Phi(x, \boldsymbol{u}) dt$, в котором $\Phi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) = 3x_1^2 + 3x_2^2 - 500u^2 - 51x_1 - 39x_2 + 500u + 9x_1 x_2$.

Определим условия существования управления $\boldsymbol{u}$, при котором генеральная компания получит максимальную прибыль.

Решением системы (4) является вектор-функция $\boldsymbol{x}(\boldsymbol{u}) = (\text{colon}(2 - 2u),\ (3 + 4\boldsymbol{u}))$. Заменой переменных $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}(\boldsymbol{u}_0)$, $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_0$ система (4) сведется к системе

$$\dot{\boldsymbol{y}} = \overline{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{y} + \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{v}), \tag{5}$$

в которой $\overline{\boldsymbol{A}} = (\text{colon}(-12{,}-6),\ \text{colon}(-18{,}0))$, а $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{v})$ – известная вектор-функция второго и выше порядков. Фундаментальная матрица системы $\dot{\boldsymbol{y}} = \overline{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{y}$ определится равенством $\boldsymbol{X}(t) = \left(\text{colon}\left(\text{e}^{6t},\ -\text{e}^{6t}\right),\ \text{colon}\left(3\text{e}^{-18t},\ \text{e}^{-18t}\right)\right)$. Таким образом, по теореме 2 решение системы (5) запишется как $\boldsymbol{y}(t, \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{X}(t)\boldsymbol{c} + o(|\boldsymbol{\gamma}|)$.

Функционал в новых переменных примет вид $I = \overline{\Phi}(\boldsymbol{u}_0) + \overline{\boldsymbol{D}}_1(\boldsymbol{u}_0)\boldsymbol{c} + \overline{\boldsymbol{D}}_2(\boldsymbol{u}_0)\boldsymbol{v} + \overline{Q}_2(\boldsymbol{u}_0, \boldsymbol{\gamma}) + o(|\boldsymbol{\gamma}|^2)$. Непосредственными вычислениями устанавливается, что при $\boldsymbol{u}_0 = \dfrac{1}{2}$ $\overline{\Phi}(\boldsymbol{u}_0) = 2$, $\overline{\boldsymbol{D}}_1(\boldsymbol{u}_0) = \left(\text{colon}\left(\dfrac{\text{e}^6}{6}(18u_0 - 9)\right),\ \left(\dfrac{-\text{e}^{-18}}{18}(78u_0 - 39)\right)\right) = 0$, $\overline{\boldsymbol{D}}_2(\boldsymbol{u}_0) = (-500u_0 + 250) = 0$ и $\overline{Q}_2(\boldsymbol{u}_0, \boldsymbol{\gamma}) = \dfrac{-\text{e}^{12}}{4}c_1^2 + \dfrac{\text{e}^{-12}}{2}c_1 c_2 - \dfrac{19\text{e}^{-36}}{12}c_2^2 - 250v^2$. Следовательно, выполнены условия теоремы (3).

Непосредственным вычислением согласно критерию Сильвестра [3] получим, что форма $\overline{Q_2}(\boldsymbol{u}_0, \gamma)$ является определенно-отрицательной. Это значит, что в точке $\boldsymbol{u}_0 = \frac{1}{2}$ функционал принимает максимальное значение.

Таким образом, найдено управление $\boldsymbol{u}_0 = \frac{1}{2}$, при котором генеральная компания получит максимальную прибыль $I = 2$.

Список литературы

1. Рудашевский, В.Д. Проблемы предприятий. Оптимальная стратегия развития франчайзинговой системы / В.Д. Рудашевский, М.А. Фурщик // Экономика и мат. методы. – 1998. – Т. 34, вып. 2. – С. 89–104.
2. Демидович, Б.П. Лекции по математической теории устойчивости / Б.П. Демидович. – М. : Наука, 1967. – 472 с.
3. Ильин, В.А. Линейная алгебра / В.А. Ильин, О.Г. Поздняк. – М. : Физматлит, 2002. – 320 с.

Controllability of Nonlinear Mathematical Model of Development System: General Company – Joint Enterprises

E.S. Dyuba

Department «Mathematical and Methods of Teaching of Mathematical Disciplines», Ryazan State University of a Name of S.A. Yesenin;
dyuba-lisa@rambler.ru

Key words and phrases: differential equations; economic system; extreme; functional; management; the maximum profit.

Abstract: We consider the task of managing the development of a mathematical model of the general company – a joint venture, which is described by nonlinear differential equations in continuous time. The control problem is formulated as maximizing profit General for a period of time. The conditions of existence of solutions of differential equations, which allows companies to maximize profits.

Steuerbarkeit des nichtlinearen mathematischen Modells der Systementwicklung: Generalgesellschaft – Partnerschaftsunternehmen

Zusammenfassung: Es wird die Aufgabe der Steuerung des mathematischen Modells der Systementwicklung: die Generalgesellschaft – das Partnerschaftunternehmen betrachtet. Sie wird vom nichtlinearen System der Differentialgleichungen in der kontinuierlichen Zeit beschrieben. Die Aufgabe der Steuerung wird als Aufgabe des Erreichens des Maximalgewinnes während der einigen Zwischenzeit formuliert. Es werden die Bedingungen des Existierens der Lösung des Systems der Differentialgleichungen für die Maximierung des Gesellschaftsgewinnes gefunden.

Commande du modèle non-linéaire mathématique du développement du système: compagnie générale – entreprise mutuelle

Résumé: Est examiné le problème de la commande du modèle mathématique du développement du système compagnie générale – entreprise mutuelle qui est décrit par un système non linéaire des équations différentielles dans un temps continu. Le problème de la commande est formulé comme le problème de l'obtention d'un revenu général maximum dans une certaine période du temps. Sont trouvées les conditions de l'existance de la solution du système des équations différentielles permettant de maximiser le revenu de la compagnie.

Автор: ***Дюба Елизавета Сергеевна*** – аспирант кафедры «Математика и методика преподавания математических дисциплин», ГОУ ВПО «Рязанский государственный университет имени С.А. Есенина».

Рецензент: ***Терехин Михаил Тихонович*** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Математика и методика преподавания математических дисциплин», ГОУ ВПО «Рязанский государственный университет имени С.А. Есенина».
