УДК 517.938

ИССЛЕДОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МНОГОСЕКТОРНОЙ ЭКОНОМИКИ С ПОСТОЯННЫМ УРОВНЕМ ПОТРЕБЛЕНИЯ

И.С. Потапова

Кафедра математики и методики преподавания математических дисциплин, ГОУ ВПО «Рязанский государственный университет им. С.А. Есенина»; Irina00000@yandex.ru

Представлена членом редколлегии профессором В.И. Коноваловым

Ключевые слова и фразы: вектор-функция; внешние воздействия; допустимое управление; кредитные вложения; множество сочетаний; объем основных фондов; система дифференциальных уравнений; фундаментальная матрица.

Аннотация: Построена математическая модель изменения объемов основных производственных фондов. Найдены необходимые и достаточные условия существования управления, при котором модель имеет решение, определяющее развитие отраслей экономики с заранее заданным уровнем потребления.

Математическое моделирование является одним из наиболее эффективных методов исследования различных проблем экономики. Одной из основных математических моделей, используемых для решения экономических задач, особенно в тех случаях, когда необходимо изучить динамику процессов, происходящих в экономике, является система дифференциальных уравнений. Особый интерес вызывают исследования проблемы о возможности управлять развитием отраслей экономики с целью получения желаемого результата. Математическая модель, содержащая управляющие параметры, называется управляемой моделью.

Цель работы – исследовать управляемую математическую модель и найти условия существования управления, при котором модель имеет решение, определяющее процесс развития отраслей экономики с заранее заданным уровнем потребления.

Пусть $x_1(t),\ x_2(t),\ \ldots,\ x_n(t)$ – объемы основных производственных фондов (станки, предприятия, здания, денежные средства и др.) отраслей экономики в момент времени *t*. Будем предполагать, что темп изменения объема фондов $\dot{x}_i(t)$ *i*-й отрасли при $t \in [0, T]$, $T > 0$ – некоторое число, пропорционален объему основных производственных фондов *i*-й отрасли $x_i(t)$ и зависит от объемов производственных фондов остальных отраслей. На темп изменения фондов *i*-й отрасли могут оказать влияние вложения собственных средств отрасли, кредитные вложения, определяемые вектором $\mathbf{u}(t) = (u_1(t),\ u_2(t),\ \ldots,\ u_m(t))$, и внешние воздействия $\psi_i(t)$. Математическая модель изменения объемов фондов многоотраслевой экономики может быть записана в виде системы дифференциальных уравнений

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x} + \mathbf{B}(t)\mathbf{u} + \boldsymbol{\psi}(t), \tag{1}$$

в которой $\mathbf{A}(t) = (a_{\text{ij}}(t))_1^n$, $a_{ij}(t)$ – доля фонда *j*-й отрасли, оказывающая влияние на темп изменения фонда *i*-й отрасли; $\mathbf{B}(t) = (b_{ij}(t))_{11}^{nm}$, $b_{ij}(t)$ – часть кредитного вложения u_j в развитие фонда *i*-й отрасли; $\boldsymbol{\psi}(t) = (\psi_1(t),\ \psi_2(t),\ \ldots,\ \psi_n(t))$, $\psi_i(t)$ – характеризует внешние воздействия на темп изменения фондов *i*-й отрасли.

Выпуск продукции $\mathbf{z}(t)$, идущей на потребление в момент времени $t \in [0, T]$, определится равенством $\mathbf{z}(t) = \mathbf{G}(t)\mathbf{x}(t)$, где $\mathbf{G}(t)$ – $k \times n$-матрица, непрерывная на сегменте $t \in [0, T]$. Уровень потребления за период времени $[0, T]$ задается в виде [1]

$$\int_0^T \mathbf{z}(t)dt = \int_0^T \mathbf{G}(t)\mathbf{x}(t)dt = \boldsymbol{\delta}, \tag{2}$$

в котором $\boldsymbol{\delta}$ – *k*-мерный постоянный вектор.

Предположим, что на сегменте $[0, T]$ матрицы $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{B}(t)$, $\mathbf{G}(t)$ определены и непрерывны, $U = \{\mathbf{u}(t)\}$ – множество допустимых управлений, $\mathbf{u}(t)$ – *m*-мерная вектор-функция, определенная на сегменте $[0, T]$.

Определение. Система (1) называется управляемой на сегменте $[0, T]$ во множестве допустимых управлений U, если для любых векторов $\boldsymbol{\alpha} \in E_n$ и $\boldsymbol{\delta} \in E_k$ существует управление $\mathbf{u}(t) \in U$, при котором математическая модель (1) имеет решение $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{x}(0) = \boldsymbol{\alpha}$, определенное на сегменте $[0, T]$, удовлетворяющее равенству (2).

Пусть $\boldsymbol{\delta}$ – произвольный, но фиксированный *k*-мерный вектор.

Ставится задача: найти условия управляемости модели (1) на сегменте $[0, T]$.

Пусть $\mathbf{X}(t)$ – фундаментальная матрица системы $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}$, $\mathbf{X}(0) = \mathbf{E}$, $\mathbf{u}(t) \in U$. Тогда решение $\mathbf{x}(t)$ $(\mathbf{x}(0) = \boldsymbol{\alpha})$ математической модели (1) определится равенством

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{X}(t)\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{X}(t)\int_0^t \mathbf{X}^{-1}(\xi)(\mathbf{B}(\xi)\mathbf{u}(\xi) + \boldsymbol{\psi}(\xi))\,d\xi.$$

Следовательно, для того чтобы система (1) была управляемой во множестве допустимых управлений *U*, необходимо и достаточно, чтобы для любых векторов $\boldsymbol{\alpha} \in E_n$ и $\boldsymbol{\delta} \in E_k$ существовало управление $\mathbf{u}(t) \in U$, удовлетворяющее равенству

$$\int_0^T \mathbf{G}(t)\mathbf{X}(t)\int_0^t \mathbf{X}^{-1}(\xi)\mathbf{B}(\xi)\mathbf{u}(\xi)d\xi dt = \boldsymbol{\gamma}, \tag{3}$$

в котором $\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\delta} - \int_0^T \mathbf{G}(t)\mathbf{X}(t)\boldsymbol{\alpha}dt - \int_0^T \mathbf{G}(t)\mathbf{X}(t)\int_0^t \mathbf{X}^{-1}(\xi)\boldsymbol{\psi}(\xi)d\xi dt.$

Определим множество допустимых управлений равенством

$$U = \{\, \mathbf{u}(t) = \mathbf{S}(t)\mathbf{x} + \mathbf{R}(t)\mathbf{v}\}, \tag{4}$$

где $\boldsymbol{S}(t)$ – $m \times n$-матрица, непрерывная на сегменте $[0, T]$; $\mathbf{R}(t) = (r_{ij}(t))_{11}^{mn}$, $r_{ij}(t) = \sum_{\lambda=1}^{k} r_{ij}^{(\lambda)} \varphi_\lambda(t)$, $r_{ij}^{(\lambda)}$ – действительные числа, при любом $\lambda \in \overline{1,k}$ $\varphi_\lambda(t)$ – известные функции, определенные и кусочно-непрерывные на сегменте $[0, T]$, $\mathbf{v}$ – n-мерный постоянный вектор.

Тогда система (1) преобразуется в систему

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{H}(t)\mathbf{x} + \mathbf{B}(t)\mathbf{R}(t)\mathbf{v} + \boldsymbol{\psi}(t), \tag{5}$$

в которой

$$\mathbf{H}(t) = \mathbf{A}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{S}(t). \tag{6}$$

Для простоты записи для фундаментальной матрицы системы $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{H}(t)\mathbf{x}$ сохраним прежние обозначения. Тогда равенство (3) примет вид

$$\int_0^T \mathbf{G}(t)\mathbf{X}(t)\int_0^t \mathbf{X}^{-1}(\xi)\mathbf{B}(\xi)\mathbf{R}(\xi)d\xi\, dt\, \mathbf{v} = \boldsymbol{\gamma}. \tag{7}$$

Из равенства (7) вытекает следующая теорема.

Теорема 1. Система (1) тогда и только тогда управляема во множестве допустимых управление U, определенном равенством (4), когда существует матрица $\mathbf{R}(\xi)$, удовлетворяющая неравенству $\det \mathbf{P} \neq 0$, где $\mathbf{P} = \int_0^T \mathbf{G}(t)\mathbf{X}(t)\int_0^t \mathbf{X}^{-1}(\xi)\mathbf{B}(\xi)\mathbf{R}(\xi)d\xi dt.$

Пусть $\mathbf{r}$ – mnk-мерный вектор, определенный равенством $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \ldots, r_m, \ldots, r_{mn}, \ldots, r_{mnk})$, в котором $r_1 = r_{11}^1$, $r_2 = r_{21}^1$, …, $r_m = r_{m1}^1$, …, $r_{mn} = r_{nm}^1$, …, $r_{kmn} = r_{nm}^k$.

Непосредственным вычислением устанавливаем, что

$$\det \mathbf{P} = \sum_{(i_1, i_2, \ldots, i_n) \in D} a_{(i_1, i_2, \ldots, i_n)} r_{i_1} r_{i_2} \cdots r_{i_n},$$

где D – множество сочетаний из натуральных чисел $\overline{1, kmn}$ по n.

Теорема 2. Для того чтобы система (1) была управляемой на сегменте $[0, T]$ во множестве допустимых управлений, определенных равенством (4), необходимо и достаточно, чтобы существовало хотя бы одно сочетание $(i_1, i_2, \ldots, i_n) \in D$, при котором $a_{(i_1, i_2, \ldots, i_n)} \neq 0$.

Доказательство. Необходимость. Так как система (1) управляема во множестве допустимых управлений, определенных равенством (4), то согласно теореме 1 существует матрица $\mathbf{R}(\xi)$ такая, что выполненяется неравенство $\det \mathbf{P} \neq 0$. Это значит, что существует сочетание $(i_1, i_2, \ldots, i_n) \in D$, удовлетворяющее неравенству $a_{(i_1, i_2, \ldots, i_n)} \neq 0$.

Достаточность. Пусть сочетание $(i_1, i_2, \dots, i_n) \in D$ таково, что выполняется неравенство $a_{(i_1, i_2, \dots, i_n)} \neq 0$. Тогда, положив $r_{i_1} = r_{i_2} = \dots = r_{i_n} = 1$, $r_j = 0$ при $j \,\overline{\in}\, \{i_1, i_2, \dots, i_n\}$, получим матрицу $\mathbf{R}^*(t)$, удовлетворяющую неравенству

$$\det \int_0^T \mathbf{G}(t)\mathbf{X}(t) \int_0^t \mathbf{X}^{-1}(\xi)\mathbf{B}(\xi)\mathbf{R}^*(\xi)d\xi dt \neq 0.$$

Следовательно, на основании теоремы 1 система (1) управляема на сегменте $[0, T]$ во множестве управлений, определенном равенством (4).

Теорема доказана.

Согласно теореме 2, для решения проблемы управляемости конкретных линейных систем необходимо иметь явное представление фундаментальной матрицы системы $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{H}(t)\mathbf{x}$.

Рассмотрим систему уравнений

$$\mathbf{H}(t) = \mathbf{A}(t) + \mathbf{BS}(t), \tag{8}$$

в котором $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{H}(t)$ – известные $n \times n$-матрицы; $\mathbf{B}$ – известная постоянная ненулевая $n \times n$-матрица; $\mathbf{S}(t)$ – искомая матрица.

Будем предполагать, что матрицы $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{H}(t)$ представимы равенствами $\mathbf{A}(t) = \sum_{\mu=1}^{l} \mathbf{A}_\mu \mathbf{f}_\mu(t)$, $\mathbf{H}(t) = \sum_{\mu=1}^{l} \mathbf{H}_\mu \mathbf{f}_\mu(t)$, в которых при любых $\mu \in \overline{1, l}$ $\mathbf{A}_\mu$, $\mathbf{H}_\mu$ – постоянные матрицы; $\mathbf{f}_\mu(t)$ – некоторая известная функция, непрерывная на сегменте $[0, T]$. Тогда матрицу $\mathbf{S}(t)$ будем искать в виде $\mathbf{S}(t) = \sum_{\mu=1}^{l} \mathbf{S}_\mu \mathbf{f}_\mu(t)$.

Для того чтобы выполнялось равенство (8) достаточно, чтобы при любом $\mu \in \overline{1, l}$ существовала матрица $\mathbf{S}_\mu$, для которой выполняется равенство

$$\mathbf{H}_\mu = \mathbf{A}_\mu + \mathbf{BS}_\mu. \tag{9}$$

Пусть $\overline{\mathbf{B}}_\mu = \left(\mathbf{B}, \mathbf{H}_\mu - \mathbf{A}_\mu\right)$.

Теорема 3. Если при любом $\mu \in \overline{1, l}$ матрица $\mathbf{H}_\mu$ такова, что $\operatorname{rang}(\mathbf{B}) = \operatorname{rang}(\overline{\mathbf{B}}_\mu)$, то существует матрица $\mathbf{S}(t)$, удовлетворяющая равенству (8).

Доказательство теоремы следует из теоремы Кронекера–Капелли.

Теорема 4. Пусть $m = n - 1$. Если любой минор $(n-1)$-го порядка матрицы $\mathbf{B}$ не равен нулю, то существуют матрица $\mathbf{S}_\mu$ и диагональная матрица $\mathbf{H}_\mu$, удовлетворяющие равенству (9).

Доказательство. Пусть μ – произвольное фиксированное число, $\mu \in \overline{1, l}$. Рассмотрим систему уравнений: $(\operatorname{colon}(b_{21}, ..., b_{n1}), \operatorname{colon}(b_{22}, b_{n2}), ..., \operatorname{colon}(b_{2m}, b_{nm}))\operatorname{colon}(s_{11}^{(\mu)}, s_{21}^{(\mu)}, ..., s_{m1}^{(\mu)}) = \operatorname{colon}\left(0 - a_{21}^{(\mu)}, 0 - a_{31}^{(\mu)}, ..., 0 - a_{n1}^{(\mu)}\right)$.

Так как всякий минор $(n-1)$-го порядка матрицы $\mathbf{B}$ не равен нулю, то можно найти вектор $\operatorname{colon}\left(s_{11}^{(\mu)}, s_{21}^{(\mu)}, ..., s_{m1}^{(\mu)}\right)$, удовлетворяющий системе (9). Аналогично можно отыскать остальные столбцы матрицы $\mathbf{S}_\mu$. Из равенства (9) определим диагональные элементы матрицы $\mathbf{H}_\mu$. Из произвольности μ следует справедливость теоремы.

Теорема доказана.

Теорема 5. Если при любом $t \in [0, T]$ $\det \mathbf{B}(t) \neq 0$, то для любых матриц $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{H}(t)$ существует матрица $\mathbf{S}(t)$, удовлетворяющая равенству (6).

Доказательство очевидно.

Следовательно, теоремы 3–5 определяют условия, при которых матрица $\mathbf{H}(t)$ может быть выбрана диагональной, а фундаментальная матрица системы $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{H}(t)\mathbf{x}$ записана в явном виде.

Заключение. Таким образом, получены необходимые и достаточные условия управляемости модели (1) на сегменте $[0, T]$.

Установлено посредством теорем 1–5, что кредитные вложения в развитие фондов можно выбрать так, что за промежуток времени $[0, T]$ будет достигнут заранее заданный уровень потребления.

Пример. Пусть математическая модель изменения фондов трехсекторной экономики может быть записана в виде системы дифференциальных уравнений

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x} + \mathbf{Bu}, \tag{10}$$

в которой $\mathbf{A}(t) = \left(\text{colon}\left(\frac{2}{t(t+2)}, -3 - \frac{1}{t+2} - \frac{1}{t(t+2)}, 1 + \frac{1}{t+2} + \frac{1}{t(t+2)}\right), \text{colon}\left(-2 + \right.\right.$ $\left.+\frac{3}{t+2} - \frac{2}{t(t+2)},\ -6 + \frac{3}{t+2} - \frac{5.5}{t(t+2)},\ \frac{1}{t+2} - \frac{0.5}{t(t+2)}\right),\quad \text{colon}\left(1 - \frac{4}{t+2} - \frac{1}{t(t+2)},\right.$ $\left.\left. -\frac{10}{t+2} + \frac{5}{t(t+2)}, 3 + \frac{5}{t+2} - \frac{9}{t(t+2)}\right)\right)$; $\mathbf{B} = (\text{colon}(1, 2, 0), \text{colon}(0, 1, -1))$; $\mathbf{u}(t) = (u_1(t), u_2(t))$, где $u_1(t)$ − кредитные вложения собственных средств, $u_2(t)$ − вложения внешних заимствований.

Выпуск продукции $\mathbf{z}(t)$, идущей на потребление в момент времени $t \in [0, 1]$, определим равенством $\mathbf{z}(t) = \mathbf{G}(t)\mathbf{x}(t)$, в котором $\mathbf{G}(t) = (\text{colon}(1, 0, 0), \text{colon}(0, t, 0), \text{colon}(0, 0, t(t+2)))$ – матрица, определяющая часть объема фонда $\mathbf{x}(t)$, идущего на потребление продукции. Уровень потребления за период времени $[0, 1]$ зададим равенством

$$\int_0^1 \mathbf{z}(t)dt = \int_0^1 \mathbf{G}(t)\mathbf{x}(t)dt = \boldsymbol{\delta}, \tag{11}$$

где $\boldsymbol{\delta}$ – 3-мерный постоянный вектор.

Пусть $\boldsymbol{\delta} = \text{colon}(1, 1, 1)$, $\alpha = \text{colon}(0, 1, 0.5)$. Найдем условия существования управления $\mathbf{u}(t)$, при котором математическая модель (10) имеет решение, удовлетворяющее равенству (11).

Для решения поставленной задачи достаточно найти условия управляемости системы (10) на сегменте $[0, 1]$.

Определим множество допустимых управлений равенством (4), в котором $\mathbf{S}(t)$ – 2×3-матрица, непрерывная на сегменте $[0,1]$; $\mathbf{R}(t) = \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2 t + \mathbf{R}_3 t^2$, $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3$ – постоянные 2×3-матрицы, $\mathbf{R}_k = \left(r_{ij}^{(k)}\right)_{1\,1}^{2\,3}$, $\mathbf{v}$ – 3-мерный постоянный вектор.

Тогда система (10) преобразуется в систему

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{H}(t)\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{R}(t)\mathbf{v}. \tag{12}$$

Поскольку для матрицы $\mathbf{A}(t)$ выполняется равенство $\mathbf{A}(t) = \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 \dfrac{1}{t+2} +$ $+ \mathbf{A}_3 \dfrac{1}{\mathrm{t}(t+2)}$, то матрицу $\mathbf{H}(t)$ возьмем в виде $\mathbf{H}(t) = \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2 \dfrac{1}{t+2} + \mathbf{H}_3 \dfrac{1}{t(t+2)}$, где $\mathbf{H}_1 = \mathrm{diag}(1, -2, 1)$, $\mathbf{H}_2 = \mathrm{diag}(0, -2, 3)$, $\mathbf{H}_1 = \mathrm{diag}(2, -2, -2)$. Пусть $\overline{\mathbf{B}}_\mu = \left(\mathbf{B}, \mathbf{H}_\mu - \mathbf{A}_\mu\right)$, $\mu \in \overline{1, 3}$.

Можно убедиться, что выполняются условия теоремы 3. Это значит, что существует матрица $\mathbf{S}(t)$, удовлетворяющая равенству (6), и управление можно искать в виде $\mathbf{u}(t) = \mathbf{S}(t)\mathbf{x} + \mathbf{R}(t)\mathbf{v}$.

Фундаментальная матрица $\mathbf{X}(t)$ системы $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{H}(t)\mathbf{x}$ примет вид $\mathbf{X}(t) = \mathrm{diag}\Big(\exp(t - \ln(t+1) + \ln(t)), \exp\big(-2t - \ln(t^2 + 2t)\big), \exp(1 + \ln(t+2) - \ln(t))\Big)$.

Из определения матрицы $\mathbf{R}(t)$ следует, что $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \ldots, r_6, \ldots, r_{18})$, в котором $r_1 = r_{11}^{(1)}$, $r_2 = r_{21}^{(1)}, \ldots$, $r_6 = r_{23}^{(1)}$, $r_7 = r_{11}^{(2)}$, $r_8 = r_{21}^{(2)}$, $\ldots$, $r_{18} = r_{23}^{(3)}$.

Учитывая, что в рассматриваемом случае

$$\det \mathbf{P} = \sum_{(i_1, i_2, i_3) \in D} a_{(i_1, i_2, i_3)} r_{i_1} r_{i_2} r_{i_3},$$

где D – множество сочетаний из натуральных чисел $\overline{1, 18}$ по 3, непосредственным вычислением устанавливаем, что $\det \mathbf{P} = -1.332 r_4 r_7 r_{17} + \ldots$. Поскольку $a_{(4,7,17)} = -1.332$, то, положив $r_4 = r_7 = r_{17} = 1$, остальные $r_i = 0$ при $i \notin \{4, 7, 17\}$, получим, что $\det \mathbf{P} = -1.332$ при $\mathbf{R_1} = (\mathrm{colon}(0, 0), \mathrm{colon}(0, 1),$ $\mathrm{colon}(0, 0))$, $\mathbf{R_2} = (\mathrm{colon}(1, 0), \mathrm{colon}(0, 0), \mathrm{colon}(0, 0))$, $\mathbf{R_3} = (\mathrm{colon}(0, 0), \mathrm{colon}(0, 0),$ $\mathrm{colon}(1, 0))$, при этом матрица $\mathbf{R}^*(t)$ определяется равенством $\mathbf{R}^*(t) = (\mathrm{colon}(t, 0),$ $\mathrm{colon}(0, 1), \mathrm{colon}(t^2, 0))$.

Учитывая, что $\boldsymbol{\delta} = \mathrm{colon}(1, 1, 1)$, $\alpha = \mathrm{colon}(0, 1, 0.5)$, из равенства $\mathbf{P}\overline{\mathbf{v}} = \boldsymbol{\gamma}$ будем иметь $\overline{\mathbf{v}} = \mathrm{colon}(7.439, -0.92, -5.111)$. Следовательно, управление, при котором система (10) имеет решение, удовлетворяющее равенству (11), определяется соотношением $\mathbf{u}(t) = \mathbf{S}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{R}^*(t)\overline{\mathbf{v}}$, где $\mathbf{x}(t)$ ($\mathbf{x}(0) = \alpha$) – решение системы (12), а значит и системы (10) при условии, что $\mathbf{R}(t) = \mathbf{R}^*(t)$.

Список литературы

1. Максимов, В.П. О некоторых обобщениях некоторых дифференциальных уравнений, краевых задач и их приложения к задачам экономической динамики / В.П. Максимов // Вестн. Перм. техн. гос. ун-та. – 1997. – № 4. − С. 103–120.

Research into the Controlled Mathematical Model of the Multi-Sector Economy with the Constant Level of Consumption

I.S. Potapova

Department «Mathematics and Teaching Methods of Mathematical Disciplines», Ryazan State University Named after S.A. Esenin; Irina00000@yandex.ru

Key words and phrases: acceptable control; external influence; fundamental matrix; provision of crediting; set of combinations; size of main assets; system of the differential equations; vector function.

Abstract: The mathematical model of change of the capital stock size is constructed. The necessary and sufficient conditions for control when the model has the solution, defining development of the branches of economy with the given level of consumption are specified.

Untersuchung des steuernden matematischen Modells der mehrsektoralen Wirtschaft mit dem ständigen Verbrauchsniveau

Zusammenfassung: Es ist das matematische Modell der Veränderung der Volumen der Hauptbetriebsfonds gebaut. Es sind die nötigen und genügende Bedingungen des Existierens der Steuerung, bei dem das Modell den Beschluß hat, der die Entwicklung der Wirschaftszweige mit dem früher vorgegebenen Verbrauchsniveau bestimmt, gefunden.

Etude du modèle mathématique contrôlé de l'économie multisectorielle avec un niveau constant de la consommation

Résumé: Est construit le modèle mathématique des changements des volumes des fonds principaux de production. Sont trouvées les conditions nécessaires et admissibles de la gestion lors de laquelle le modèle a une solution déterminant le développement des branches de l'économie avec un niveau de la consommation calculé d'avance.

Автор: ***Потапова Ирина Сергеевна*** – аспирант кафедры математики и методики преподавания математических дисциплин, ГОУ ВПО «РГУ им. С.А. Есенина».

Рецензент: ***Терехин Михаил Тихонович*** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики и методики преподавания математических дисциплин, ГОУ ВПО «РГУ им. С.А. Есенина».
