

## МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ КОМПОЗИТА КАК ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ

**А.Н. Бормотов**

*Кафедра «Автоматизация и управление»,  
ФГОУ ВПО «Пензенская государственная технологическая академия»;  
alexborr@pgta.ru*

*Представлена членом редколлегии профессором В.И. Коноваловым*

**Ключевые слова и фразы:** композиционные материалы; математическое моделирование; многокритериальный синтез; структурообразование; оптимизация структуры и свойств; управление качеством.

**Аннотация:** Композиционные материалы специального назначения представляются как сложные технические системы. Предлагается новый подход к многокритериальному синтезу композиционных материалов как к задаче управления. На основе такого подхода осуществляется оптимизация свойств и структуры композиционных материалов, обладающих повышенными защитными свойствами от воздействия агрессивных сред и ионизирующих излучений, используемых на объектах тяжелой и атомной промышленности.

---

### Введение

Совершенствование традиционных и внедрение новых технологий, базирующихся на использовании более интенсивных физических воздействий и применении химически активных сред, требует привлечения новых эффективных и долговечных композиционных материалов (КМ), обеспечивающих экологическую безопасность и экономическую эффективность различных производств. В связи с этим приобрело чрезвычайную актуальность решение задач по обеспечению безопасности персонала и оборудования в промышленности; по обеспечению экологической безопасности сооружений подземного захоронения и консервации радиоактивных отходов; локализации радиоактивного загрязнения при радиационных авариях; связыванию потенциально опасных отходов и футеровке ограждающих конструкций. Решение этих задач требует *создания эффективных композиционных материалов специального назначения с заданными свойствами.*

Подобная задача не может быть решена без учета множества критериев окружающей среды, эксплуатационных характеристик материалов, показателей структуры и свойств, учета рецептуры и технологии, то есть КМ необходимо рассматривать *системно*, как *сложную техническую систему*, испытывающую на себе комплекс воздействий и имеющую целый ряд управляемых параметров. Такой подход требует обобщения научных основ математического моделирования и многокритериального синтеза радиационно-защитных композиционных материалов (РЗКМ), а также разработки *математического аппарата анализа и синтеза РЗКМ*, программных комплексов и создания на их основе новых композиционных материалов со строго заданными структурой и свойствами.

Анализ современного состояния теории и практики построения математических моделей (**ММ**) и их использования при управлении, прогнозе и изучении различных явлений природы и техники позволяет выбрать для моделирования композиционных материалов в качестве одних из основных – методы построения нелинейных моделей и расширение области использования нелинейных зависимостей, позволяющих расширить возможности как по созданию и управлению различными структурами РЗКМ, так и провести более точные и детальные исследования различных КМ специального назначения.

### Подход к синтезу композитов с точки зрения теории оптимального управления

В самом общем случае объект со стороны окружающей среды находится под воздействием целого ряда факторов  $\bar{Z}(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_l(t)]^T$ , часть из которых  $\bar{Z}_1(t) = [z_{1_1}(t), z_{1_2}(t), \dots, z_{1_n}(t)]^T$  (контролируемые воздействия) может быть измерена, а часть  $\bar{Z}_2(t) = [z_{2_1}(t), z_{2_2}(t), \dots, z_{2_m}(t)]^T$  (неконтролируемые воздействия) – не поддается измерению или их влияние не существенно. Исследователя (субъекта) интересует взаимосвязь выходных координат объекта (КМ)  $\bar{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_k(t)]^T$ , характеризующих свойства объекта исследования (**ОИ**) – РЗКМ, управляющих воздействий  $\bar{U}(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t)]^T$ , поступающих со стороны субъекта и возмущений  $\bar{Z}(t)$ .

Существует множество понятий «*модель объекта*». Примем подход, основанный на представлении объекта, в виде кибернетической системы, определяемой множеством входных воздействий:  $\bar{Y}(t) = \{\bar{U}(t), \bar{Z}(t)\} = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_r(t)]^T$ , среди которых есть контролируемые  $\bar{Y}^*$  и неконтролируемые  $\bar{E}$ , и множеством характеристик и ограничений  $\bar{Q}$ , действующих в системе и накладываемых на  $\bar{Y}^*$  и  $\bar{E}$  –  $A = \{\bar{Y}^*, \bar{E}, \bar{Q}\}$ .

Математическая модель кибернетической системы устанавливает отображение  $F$  заданных множеств на множество выходных координат объекта  $\bar{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_k(t)]^T$ :  $F := \{\bar{Y}^*, \bar{E}, \bar{Q}\} \rightarrow \bar{X}$ , то есть  $\bar{X} = F\{\bar{Y}^*, \bar{E}, \bar{Q}\}$ .

Основополагающим в моделировании является *принцип изоморфизма*. Строгий изоморфизм между двумя системами означает наличие взаимно однозначного соответствия не только между входными воздействиями и характеристическими множествами  $\bar{Q}_1$  и  $\bar{Q}_2$ , но и между выходными координатами систем.

Данное утверждение находит подтверждение в работах И.А. Рыбьева [1] о теории искусственных конгломератов в части формулировки *законов твора и конгруэнции*, а также в работах В.И. Соломатова [2] о полиструктурной теории в части формулировки *принципа полиструктурности* композиционных материалов и *закона подобия* кластерных систем.

В практических исследованиях КМ предпринимаются попытки построить модель, изоморфную реальной задаче только в отношении ограниченного числа специфических свойств, то есть обладающую ограниченным изоморфизмом.

Создание математических моделей КМ проводят для следующих задач (рис. 1): *управления объектом; прогноза выхода объекта; выявления механизма явлений, протекающих в объекте.*

Управление объектом	Получение строго заданных структур КМ: наноструктур, бесконечных кластеров, фракталов, сетчатых или линейных полимеров, объемных или каркасных решеток, определенного вида связей или сочетаний химических элементов и пр.
Прогноз выхода объекта	Получение заданных количественных и качественных эксплуатационных характеристик КМ специального назначения: радиационно-защитных, кислотостойких, жароупорных, биостойких и пр.
Выявление механизма явлений	Выявление механизма структурообразования КМ: полимеризация, поликонденсация, топохимический, сквозь растворный, смешанный и пр.

Рис. 1. Систематизация задач, приводящих к построению математических моделей КМ

### Управление объектом – КМ

При построении моделей КМ как сложных технических систем и других элементов систем управления предлагается использовать модели «вход – выход» и модели в пространстве состояний. Предлагаемая структура объекта управления (рис. 2) отражает оба эти подхода [3].

Изучение сложной технической системы КМ как объекта управления (ОУ) предполагает определение структуры технического объекта управления, то есть выявление всех существующих входных (возмущающих, управляющих) воздействий, переменных состояния и выходных координат, а также связи между ними.

Модель системы КМ как объекта управления представляется в виде множества величин, описывающих функционирование реальной системы и объединяющих следующие подмножества (см. рис. 2).

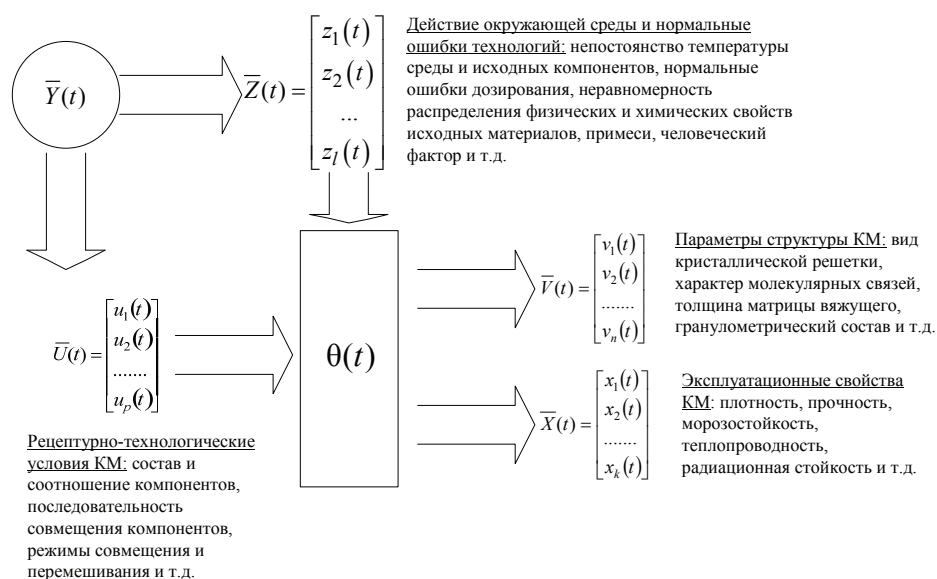


Рис. 2. Структурная схема объекта управления – КМ

1. *Управляемые координаты* (управляемые переменные) – совокупность характеризующих поведение объекта управления выходных величин  $\bar{X}(t)$ , текущими значениями которых требуется управлять для достижения поставленных целей. В модели управляемые координаты задают вектором управляемых переменных  $\bar{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_k(t)]^T$ . В физическом смысле – это комплекс физико-механических и эксплуатационных свойств КМ: прочность, плотность, морозостойкость, теплопроводность, водо- и атмосферостойкость, радиационная стойкость, износостойкость и т.д.

2. *Координаты состояния объекта* – внутренние переменные, характеризующие текущее поведение и состояние объекта в отдельные моменты времени. В модели координаты состояния задают вектором состояний  $\bar{V}(t) = [v_1(t), v_2(t), \dots, v_n(t)]^T$ , то есть совокупностью значений вектора состояний  $\bar{V}(t_1), \bar{V}(t_2), \dots, \bar{V}(t_l)$  в отдельные моменты времени  $t_1, t_2, \dots, t_l$ . Управляемые координаты  $\bar{X}(t)$  объекта формируются на основе координат его состояния  $\bar{V}(t)$ . Размерность вектора управляемых координат  $k$  меньше или равна размерности вектора состояний  $n$ . В частном случае управляемые переменные объекта могут совпадать с координатами состояния. В физическом смысле – это параметры структуры КМ специального назначения: вид кристаллической решетки, характер молекулярных связей и их энергетический потенциал, толщина матрицы вяжущего, вид упаковки частиц и их координационное число, гранулометрический состав и диаметры частиц, удельная поверхность наполнителя и заполнителя и пр.

3. *Управляющие воздействия* – совокупность входных величин  $\bar{U}(t) \in \bar{Y}(t)$ , изменением которых обеспечивают воздействия на объект с целью управления. В модели управляющие воздействия задают вектором  $\bar{U}(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t)]^T$ . В физическом смысле – это рецептурно-технологические условия: состав и соотношение компонентов КМ, последовательность совмещения компонентов КМ, определенные режимы обработки исходных компонентов или готовых смесей, режимы перемешивания, обработки поверхности или др. технологические операции.

4. *Возмущающие воздействия* – совокупность неуправляемых входных величин  $\bar{Z}(t) \in \bar{Y}(t)$ , изменения которых оказывают нежелательное влияние на состояние объекта  $\bar{V}(t)$  и его управляемые координаты  $\bar{X}(t)$ . В модели возмущающие воздействия задают вектором  $\bar{Z}(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_l(t)]^T$ . Вектор возмущающих воздействий, в свою очередь, можно разбить на две составляющие – *первую* можно измерить, а *вторую* – нельзя. Возможность измерения возмущающего воздействия позволяет ввести в систему регулирования дополнительный сигнал, что расширяет возможности систем регулирования. В физическом смысле – это действие окружающей среды и нормальные ошибки технологий: непостоянство температуры окружающей среды и исходных компонентов, нормальные ошибки дозирования и технологических переделов, неравномерность распределения физических и химических свойств исходных материалов, примеси, человеческий фактор и т.д.

5. *Внутренние (собственные) динамические параметры объекта* – совокупность величин  $\bar{Y}(t)$ , характеризующих внутренние свойства и количественную причинно-следственную взаимосвязь входных и выходных переменных в математических моделях объекта. При рассмотрении технических объектов необходимо от внутренних параметров, характеризующих эксплуатационные свойства КМ или

технологического процесса приготовления КМ, перейти к динамическим параметрам, предопределяющим внутренние свойства объекта как элемента системы управления с точки зрения динамики его поведения. К таким параметрам при представлении ММ РЗКМ в стандартной форме относятся коэффициенты характеристических уравнений динамических моделей кинетических процессов структурообразования композиционных материалов специального назначения, определяющие степень преобразования входной переменной элемента в выходную в статическом режиме (выход на эксплуатационное значение свойства), и постоянные времени  $T$ , обуславливающие скорость кинетического процесса образования структурного элемента КМ или системы (структурного уровня КМ).

Композиционные материалы имеют несколько управляемых и управляющих переменных, совокупности которых в математических моделях могут быть заданы векторами. Совокупность управляющих  $\bar{U}(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t)]^T$  и возмущающих  $\bar{Z}(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_l(t)]^T$  воздействий в модели может быть задана одним вектором входных воздействий  $\bar{Y}(t) = \{\bar{U}(t), \bar{Z}(t)\} = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_r(t)]^T$ .

Таким образом, и КМ, и технологический процесс синтеза КМ или любой элемент системы КМ рассмотреть как объект управления – это значит выделить часть пространства, в котором протекает процесс структурообразования композита, подлежащий управлению, то есть определить его как систему взаимосвязанных через внутренние динамические параметры ОУ переменных – координат состояния и управляемых координат, управляющих и возмущающих воздействий.

Следовательно, рассмотрение любого элемента структуры (системы) КМ как объекта управления предполагает следующие этапы:

- *определение координат состояния объекта* – переменных, характеризующих поведение объекта в пространстве состояний (параметры структуры КМ);
- *выявление управляемых координат* – выходных переменных, подлежащих в соответствии с технологией управлению (физико-механические и эксплуатационные свойства КМ);
- *установление управляющих воздействий* – величин, посредством которых может быть наиболее эффективно обеспечено управление в заданном диапазоне выходными координатами объекта управления (рецептурно-технологические условия изготовления КМ);
- *нахождение возмущающих воздействий* – входных величин ОУ, влияющих на его управляемые координаты, но которые не могут быть изменены с помощью управляющего устройства или управление которыми не целесообразно (действие окружающей среды и нормальные ошибки технологий);
- *выявление внутренних параметров ОУ* – величин, характеризующих статические и динамические свойства объекта (характеристики кинетических процессов структурообразования);
- *установление критериев управления и ограничений* на входные и выходные переменные, возможных пределов изменения под действием возмущений внутренних параметров объекта (синтез рецептурно-технологических параметров и оптимизация структуры и свойств КМ).

В свете изложенного, можно выделить следующие этапы многокритериального синтеза РЗКМ как задачи управления:

- формулировка целей управления;
- определение объекта управления;
- создание модели объекта управления;
- синтез управления;
- реализация управления.

Создание модели объекта тесно связано с *проблемой идентификации*. Под идентификацией в широком смысле понимается получение или уточнение по экспериментальным данным модели реального объекта, выраженной в тех или иных терминах.

Представим механизм идентификации модели как процесс повышения ранга  $R$  модели  $M(R)$  – сокращения неопределенности модели посредством выбора из множества моделей  $M = M(v) = \{M(v+1)\} \Big|_{v=0,3}$ , требуемой за счет привлечения дополнительной информации об объекте. Задача построения модели нетривиальна только в том случае, когда множество  $M$  содержит более одного элемента, то есть имеется исходная неопределенность.

Наименьшая неопределенность при решении задачи идентификации соответствует моделям, заданным множеством полностью определенных моделей систем третьего ранга, когда известны класс модели объекта; структура операторов элементов модели, а не определены параметры модели ОИ.

Таким образом, первая и наиболее простая задача – задача *параметрической идентификации* состоит в поиске параметров модели, удовлетворяющих заданным критериям, что соответствует повышению ранга неопределенности  $R$  модели системы со второго до третьего.

Элементы исходного множества  $M$  могут различаться структурами операторов и могут быть заданы моделями первого ранга неопределенности, то есть множеством полностью определенных моделей систем второго ранга, когда известен класс модели и не определены структура операторов модели; параметры модели.

В результате решения второй задачи – задачи *структурной идентификации* выбирается подмножество структур операторов (в частном случае – единственная структура), что соответствует повышению ранга неопределенности  $R$  модели с первого до второго.

Множество  $M$  может быть задано моделью нулевого ранга неопределенности (максимальная степень неопределенности), то есть множеством полностью определенных моделей систем первого ранга (множеством моделей различных классов), когда не определены: класс модели; структура операторов модели; параметры модели.

В результате решения третьей задачи выбирается подмножество классов (в частном случае – единственный класс), что соответствует повышению ранга неопределенности  $R$  модели с нулевого до первого.

Совокупность решаемых задач построения ММ РЗКМ образует вложенную структуру, в которой выбор класса модели в качестве внутренних включает задачи структурной и параметрической идентификаций. В свою очередь, выбор структуры модели охватывает решение задач параметрической идентификации [3].

### Задача прогноза

Данная задача преследует только одну цель: по известному  $\bar{Y}$  определить прогнозируемое состояние  $\bar{X}$  объекта. Очевидно, здесь по аналогии с задачей управления можно выделить следующие этапы многокритериального синтеза РЗКМ как задачи управления:

- формулировка целей прогноза;
- определение объекта исследования;
- создание модели объекта.

Отличительной чертой задачи прогноза является количественный характер модели, а не ее форма или структура.

## Выяснение механизма явлений, протекающих в КМ при структурообразовании

Здесь так же можно выделить три этапа многокритериального синтеза РЗКМ как задачи управления:

- формулировка целей исследования;
- определение объекта исследования;
- создание модели объекта.

В отличие от предыдущей задачи, основным здесь является именно выявление формы и структуры модели, то есть скорее качественная сторона модели, а не количественная.

Нетрудно видеть, что во всех трех сформулированных задачах имеется общий (пожалуй, и наиболее сложный) этап – **создание модели объекта**.

### Постановка общей задачи построения ММ КМ

В большинстве случаев прием содержательного (реалистического) математического моделирования КМ невозможен, так как отсутствует априорная информация о природе искомых соотношений, не известен общий вид аналитических уравнений, описывающих эти соотношения. Поэтому идентификацию детерминированных математических моделей и построение стохастических ММ КМ целесообразно проводить с использованием методов аппроксимации, теории подобия, теории вероятностей, дисперсионного и корреляционно-регрессионного анализа, планирования эксперимента.

На реальном объекте КМ регистрируется вектор входных (управляющих)  $\bar{U}(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t)]^T$  и возмущающих  $\bar{Z}(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_l(t)]^T$  воздействий  $\bar{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_k(t)]^T$ , который интерпретируется как вектор определенного признака, характеризующий влияние условий функционирования исследуемой системы, и вектор выходных (управляемых) координат  $\bar{Y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_r(t)]^T$ , интерпретируемый как вектор результирующих показателей, функции отклика или результирующих признаков, характеризующий поведение или эффективность функционирования (качество) исследуемой системы.

Далее строится ММ, устанавливающая причинно-следственную связь между результированными  $\bar{Y}$  и определенными  $\bar{X}$  факторами, определяется класс допустимых решений  $F$  и находится такая векторная функция из этого класса, которая давала бы наилучшую, в определенном смысле, аппроксимацию поведения вектора  $\bar{Y}$  на множестве точек – наблюдений  $\{x_i\} \mid i = \overline{1, n}$ .

Введем невязки  $\delta_{ki} = \delta(f_k(x_i))$ , характеризующие погрешности в описании результирующего признака  $\bar{Y}$  с помощью функции  $f_k(x)$  в точке  $x_i$ , и функционал качества КМ

$$\Delta(\bar{f}) = \Delta(\{\delta_{ki}\}, k = \overline{1, p}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}), \quad (1)$$

как меру адекватности ММ  $\bar{Y} \approx \bar{f}(x)$ .

Таким образом, задача построения ММ КМ в математической формулировке сводится к нахождению такой векторной функции  $\bar{f}(x)$  из класса допустимых решений  $\bar{F}$ , которая удовлетворяет решению экстремальной задачи вида

$$\Delta(\bar{f}(x)) = \text{extr}_{f \in F} \Delta(f(x)). \quad (2)$$

Конкретный вид невязок  $\delta_{ki}$  функционала адекватности  $\Delta(\bar{f})$  и класса допустимых решений  $\bar{F}$  определяется в зависимости от природы исследуемых структурообразующих процессов. При этом задача (2) отыскания стохастической ММ КМ или процесса распадается на две.

Первая задача – *задача структурного синтеза* – состоит в нахождении класса допустимых решений  $\bar{F}$  и определении из этого класса подходящего параметрического семейства функций  $\{f(x); \Theta\}$ .

Вторая задача – *задача параметрической идентификации* (синтеза, оптимизации) – сводится к подбору (статистическому оцениванию) значений параметров  $\Theta$ , на которых достигается экстремум функционала (1).

Из приведенного с очевидностью следует, что *оптимизация структуры и свойств материала* (объекта) *из условий получения оптимальных параметров кинетических процессов* (критерии качества) *изменением рецептурно-технологических параметров* (управляющее воздействие) описывается как **задача оптимального управления**.

Получили схему *двухэтапной оптимизации*, разделяющей процесс управления на два последовательных этапа: *построение программы* и *синтез механизма реализации этой программы*.

Применимость такой схемы в задачах материаловедения подтверждается управлением различными техническими (структурообразования и рецептура) и технологическими процессами.

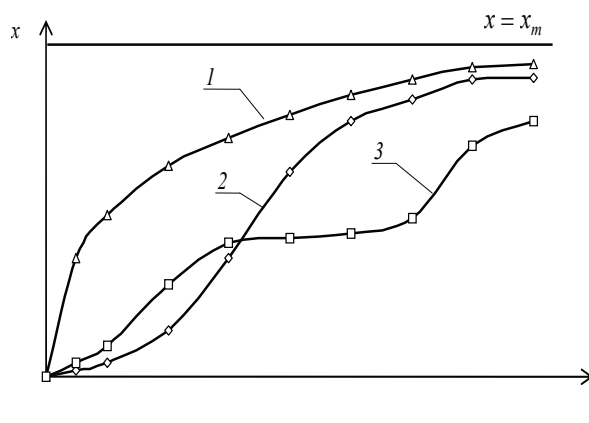
В основе разработки методов оптимизации структуры и свойств композиционных материалов лежит решение задачи идентификации кинетических процессов формирования свойств материалов в гомогенных и гетерогенных системах. На основе классификации наиболее распространенных видов кинетических процессов строится их обобщенная модель. Каждый из рассматриваемых кинетических процессов – частный случай обобщенной модели. Алгоритмы определения параметров моделей составляются исходя из характерных точек кинетических процессов [4].

Поскольку при разработке материалов, как правило, имеются экспериментально полученные зависимости изменения контролируемых параметров от времени, наибольший интерес представляют методы идентификации динамических процессов по данным нормального функционирования и по синхронным измерениям фазовых координат в процессе нормальной эксплуатации. Наиболее перспективным при разработке методики синтеза материалов представляется использовать данные о кинетических процессах формирования физико-механических характеристик материалов, обычно имеющих вид кривых, приводимых на рис. 3.

Указанные процессы, в большинстве случаев, можно рассматривать как решение дифференциальных уравнений  $n$ -порядка при заданных начальных условиях. При этом, во всяком случае, при начале исследования, поиск динамической модели процесса (дифференциального уравнения заданного порядка) можно осуществить в предположении постоянства параметров модели.

При указанных предположениях *задача синтеза* материалов последовательно сводится: к решению общей задачи идентификации (выбору порядка и вида дифференциального уравнения); параметрической идентификации в рамках выбранной структуры (определению параметров модели); изучению влияния параметров модели на вид кинетических процессов в рамках выбранной модели; оптимизации параметров модели; установлению связи параметров модели и контролируемых параметров; оптимизации рецептуры и технологии производства материала в соответствии с полученными оптимальными параметрами модели.





**Рис. 3. Некоторые виды кинетических процессов в композиционных материалах:**  
 1 – в гомогенной; 2, 3 – в гетерогенной системах

Предлагаемая методика синтеза материала основывается на использовании характерных признаков экспериментально полученных данных о кинетических процессах в композиционных материалах. Это, прежде всего, наличие или отсутствие точек перегиба, аperiodичности и др.

Обобщенная модель легко распространяется на случай полидисперсных и некоторых других систем, кинетические процессы в которых имеют более высокий порядок [5].

При решении отдельных задач целевая функция формируется с учетом как реакции системы на пробные воздействия, так и синхронных измерений характеристик системы и управляющих воздействий в процессе нормальной эксплуатации.

Как подтвердили многочисленные исследования, применение принципа Парето значительно облегчает разработку рецептуры (содержание ингредиентов, гранулометрический состав и т.д.) и позволяет выделить элементы в рецептуре, определяющие, в основном, эксплуатационные характеристики композита.

Принцип Парето сформулирован Джураном [6]. Состоит в предположении, что большая часть результатов вызывается относительно небольшим числом причин. В основном принцип Парето используется для анализа по специально построенным диаграммам возможных источников брака с целью последующего совершенствования технологии производства. В количественной формулировке – 80 % всех возникающих проблем происходит из-за 20 % исходных материалов.

Принцип Парето наглядно характеризует взаимоотношения «причины–результаты» в системе и является одним из наиболее используемых инструментов принятия решений. Однако авторам неизвестен случай его использования при синтезе композитов.

Ниже приводится пример использования диаграмм и принципа Парето для управления качеством по виду кинетических процессов формирования требуемых структуры и свойств эпоксидных композитов (ЭК) повышенной плотности для защиты от радиации. По Парето можно предполагать, что начальные 20 % определяют последующие 80 % времени выхода контролируемого параметра на эксплуатационное значение.

При скалярном управлении  $y(t)$  часто оптимизация осуществляется на основе функционала 
$$I = \int_0^t [\alpha y^2(t) + \beta \dot{y}^2(t)] dt$$
. В частном случае при  $\alpha = 1, \beta = 0$

$I = I_1 = \int_0^t y^2(t) dt$  и оптимизация обеспечивает перевод объекта из начального в конечное состояние на промежутке  $[0, t]$  с минимальной энергией управления.

Учитывая, что управление структурой и свойствами материала осуществляется изменением соответствующих рецептурно-технологических параметров, естественен подход к синтезу материалов как к задаче управления. Воспользуемся этой аналогией при синтезе материалов.

Учитывая, что структура композита в большей степени зависит от скорости расхода энергии, чем ее величины, сообщенной системе, для кинетического процесса  $x(t)$  наряду с  $I_1$  рассмотрим функционал

$$I = I_2 = \int_0^t \dot{x}^2(t) dt, \quad (3)$$

и кумулятивную кривую  $I_2(t)$ .

Как оказалось, для всех основных кинетических процессов  $x(t)$ ,  $t \in [0, T]$  выполняется условие:  $I(0, 2T) \geq 0,8 I(T)$ , что подтверждает возможность использования принципа Парето при оценке формирования физико-механических характеристик материалов. А именно, структура и свойства материала на 80 % определяются начальными 20 % длительности выхода контролируемого параметра на эксплуатационное значение. Из сравнения кумулятивных кривых  $I_1(t)$  и  $I_2(t)$  следует, что при использовании диаграмм Парето необходимо исходить из функционала (3).

Очевидна возможность использования принципа Парето для итеративного способа улучшения качества материала на основе последовательного построения на каждом этапе соответствующих диаграмм Парето.

Построение модели осуществлялось в рамках дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, порядок которых выбирался, исходя из числа точек перегиба. Корни характеристического уравнения являются действительными и отрицательными.

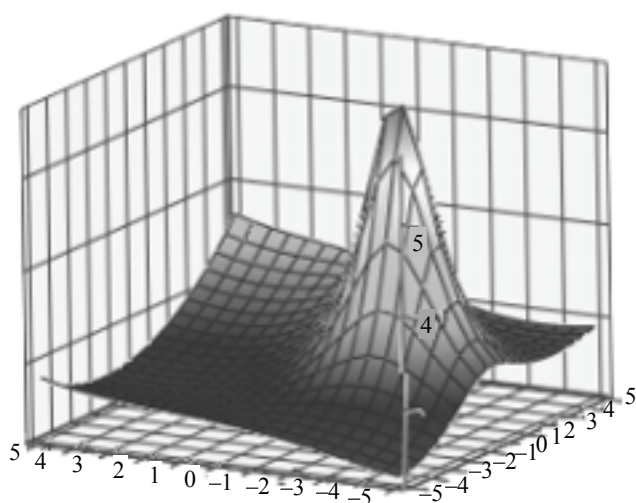
Результаты каждого решения характеризуются сочетанием значений нескольких показателей. Чтобы установить, какое из возможных решений лучше, нужно сравнить их по нескольким показателям. В этом случае возникает необходимость в формировании критерия оптимальности (КО), который облегчит сравнительную оценку альтернатив.

Для оценки качества РЗКМ и управляющих воздействий в виде рецептуры и технологии были построены и исследованы несколько функционалов качества.

В основу построения функционала была положена идея о том, что свойства РЗКМ, объединенные в группы  $A$  и  $C$  при своем увеличении вызывают увеличение качества всей системы, а свойства, объединенные в группу  $B$  – снижение качества системы. Поэтому функционал  $\Phi$  было решено отыскивать в виде сложной дробно-рациональной функции, где в числителе находятся функции свойств групп  $A$  и  $C$ , а в знаменателе – функции свойств группы  $B$ . Функционал принимался в виде

$$\Phi = \frac{\alpha_1 \sum f(A_i) + \alpha_3 \sum (C_i)}{\alpha_2 \sum f(B_i)}. \quad (4)$$

Графическое отображение функционала представлено на рис. 4, из которого видно, что функционал вида (4) имеет ярко выраженный экстремум внутри области планирования эксперимента, что доказывает правильность предпосылок о выборе вида функционала качества.



**Рис. 4. Функционал качества КМ**

Дальнейшее исследование функционала (4) на экстремум позволило определить область в факторном пространстве, соответствующую наилучшим значениям показателей основных физико-механических и эксплуатационных свойств РЗКМ.

Указанный подход позволяет сформулировать следующий *алгоритм синтеза* композиционных материалов с регулируемой структурой и свойствами для защиты от радиации.

1. Техническая постановка задачи и выбор технического критерия оптимизации.

2. На основе технической постановки задачи строится ММ объекта управления в форме системы операторных уравнений (дифференциальных, интегральных, разностных, дифференциально-разностных, дифференциально-интегральных и т.д.). Далее делается оценка области применения ММ. Здесь же выбираются компоненты вектора управления, параметры системы и возмущения, устанавливаются фазовые координаты. При разработке оптимальных систем указываются ограничения на компоненты вектора управления и фазовые координаты. Так, ограничения на фазовые координаты могут дать принадлежность вектора состояния некоторому замкнутому множеству точек  $n$ -мерного пространства. Они могут определять прочность, жесткость объекта и т.д. Здесь же указываются ограничения на вектор управления (например, энергопотребление).

На этом же этапе определяются начальные или краевые условия, осуществляется выбор критерия для оценки качества управления.

3. В предположении полной формализации задачи выбирается метод оптимизации. Как правило, предполагается задание математической модели объекта применительно к выбранному методу на его языке. Однако не исключается, когда модель подгоняется под выбранный метод оптимизации. Например, по системе дифференциальных уравнений линейного объекта может быть построен соответствующий функционал качества на основе корней характеристического полинома.

4. Выбор численных методов, реализующих метод оптимизации: методов решения систем дифференциальных уравнений, определения значений функционала качества и т.д.

5. Разработка и отладка программ для решения задачи оптимизации на ЭВМ, не исключая корректировку численных методов для повышения точности и вычислительной эффективности алгоритма.

6. Анализ полученных результатов оптимизации с возможной корректировкой и упрощением как всей математической задачи, так и отдельных ее элементов. Результаты решения математической задачи являются исходной информацией для уточнения формулировки технической задачи, и итерационный процесс может повторяться до достижения заданной точности.

Указанная последовательность может использоваться при синтезе КМ из условий получения требуемых кинетических процессов формирования физико-химических характеристик материалов (плотность, прочность, твердость, параметры тепловыделения, химическая и радиационная стойкость и т.д.), а также из условий максимизации функции качества РЗКМ.

### Заключение

На основе приведенного подхода к многокритериальному синтезу композитов как задаче управления осуществлялась разработка КМ на основе серного, эпоксидного и глетглицеринового вяжущих, обладающих повышенными защитными свойствами от воздействия ионизирующих излучений. Оптимизация структуры и свойств материалов производилась на основе выбора параметров кинетических процессов формирования его физико-механических характеристик (плотности, прочности, радиационной стойкости, набора прочности, тепловыделения, усадки и др.), описывающихся обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Строилась обобщенная динамическая модель кинетических процессов и функционал качества как критерий оптимальности. Разработаны иерархии систем, структурных и ММ систем и подсистем с последующей идентификацией параметров целевой функции из условия получения экстремумов функционала качества КМ.

Выполнен анализ и оценка возможностей разработанного математического аппарата и программных комплексов при создании композиционных материалов для защиты от радиаций.

Дальнейшее исследование и промышленная апробация КМ показали высокую эффективность разработанного подхода при решении задач моделирования, анализа, синтеза КМ специального назначения, а также новых КМ для защиты от ионизирующих излучений [7–11].

*Работа выполнена при поддержке гранта АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 гг.)» на тему «Математическое моделирование и многокритериальный синтез строительных материалов специального назначения», рег. № 2.1.2/5688.*

### Список литературы

1. Рыбьев, И.А. Строительное материаловедение : учеб. пособие для строит. спец. вузов / И.А. Рыбьев. – М. : Высшая школа, 2002. – 701 с.
2. Соломатов, В.И. Полиструктурная теория композиционных строительных материалов / В.И. Соломатов // Нов. композиц. материалы в строительстве : тез. докл. науч. конф., г. Саратов, 17–20 сент. 1981 г. / Саратов. пед. ин-т. – Саратов, 1981. – С. 30–31.
3. Прошин, И.А. Структурно-параметрический синтез математических моделей в задачах обработки экспериментально-статистической информации / И.А. Прошин, Д.И. Прошин, Н.Н. Прошина. – Пенза : Изд-во Пенз. гос. технолог. акад., 2007. – 178 с.

4. Разработка и управление качеством строительных материалов с регулируемой структурой и свойствами для защиты от радиации / А.П. Прошин [и др.] // Тр. II Междунар. конф. «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO'03, Москва, 29–31 янв. 2003 г. / Ин-т проблем упр. им. В.А. Трапезникова РАН. – М., 2003. – С. 2437–2460.

5. Методологические принципы разработки и управление качеством материалов специального назначения / А.Н. Бормотов [и др.] // “Scientific Israel – Technological Advantages”, №3 “Civil Engineering”. – 2002. – Vol. 4. – P. 36–42.

6. Juran Joseph M., Pareto, Lorenz, Cournot, Bernoulli, Juran and Others / Juran Joseph M. // *Industrial Quality Control*. – 1950. – October. – P. 5.

7. Моделирование процессов структурообразования дисперсных систем / Прошин А.П. [и др.] // Тр. Междунар. конф. «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO'05, Москва, 25–28 янв. 2005 г. / Ин-т проблем упр. им. В.А. Трапезникова РАН. – М., 2005. – С. 700–724.

8. Полимерные композиционные материалы для защиты от радиации / А.Н. Бормотов [и др.]. – М. : Палеотип, 2006. – 270 с.

9. Model of destruction and method for forecasting of composite materials resistance / A.N. Bormotov [and others] // Proc. of the International Conf. “Concrete Durability: Achievement and Enhancement” / University of Dandee, UK. – HIS BRE Press, 2008. – P. 345–356.

10. Бормотов, А.Н. Математическое моделирование и многокритериальный синтез композиционных материалов специального назначения / Избран. тр. Рос. шк. по проблемам науки и технологий – М. : РАН ; Екатеринбург: УрО РАН, 2009. – 56 с.

11. Глеттглицериновые композиты для защиты от радиации / Е.В. Королев [и др.] // *Строит. материалы*. – 2009. – № 12. – С. 69–71.

---

## Multi-Criteria Synthesis of a Composite as Control Task

A.N. Bormotov

*Department «Automation and Control»,  
Penza State Technological Academy, alexborr@pgta.ru*

**Key words and phrases:** mathematical modeling; quality management; multi-criteria synthesis; composite materials; structuring; optimization of structure and properties.

**Abstract:** Composite materials of special purpose are represented as complex technical systems. The new approach to multi-criteria synthesis of composite materials as to control task is offered. On the basis of this approach optimization of properties and structures of the composite materials with improved protective properties from the influence of aggressive environments and ionizing radiations applied to the objects heavy and nuclear industries is carried out.

---

## Multikriterische Synthese des Komposites als Aufgabe der Steuerung

**Zusammenfassung:** Die Kompositenstoffe der speziellen Bestimmung werden als komplizierte technische Systeme vorgelegt. Es wird das neue Herangehen zur multikriterischen Synthese der Kompositenstoffe als zur Aufgabe der Steuerung vorgeschlagen. Auf Grund dieses Herangehens wird die Optimierung der

Eigenschaften und der Struktur der Kompositenstoffe, die die erhöhende Schutzeigenschaften von der Einwirkung der Aggressivmedien und der ionisierenden Strahlungen haben, verwirklicht.

---

### **Synthèse multicritère du composite comme problème de la commande**

**Résumé:** Les matériaux composites de la destination spéciale se présentent comme des systèmes techniques complexes. Est proposée une nouvelle approche envers la synthèse multicritère du composite comme problème de la commande. A la base d'une telle approche est réalisée l'optimisation des propriétés et de la structure des matériaux composites possédant de hautes propriétés de protection contre l'action des milieux agressifs et des rayonnements ionisants utilisées dans les unités de l'industrie lourde et celle nucléaire.

---

**Автор:** *Бормотов Алексей Николаевич* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Автоматизация и управление», ГОУ ВПО «Пензенская государственная технологическая академия».

**Рецензент:** *Мачнев Валентин Андреевич* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Теоретическая механика и математика», ФГОУ ВПО «Пензенская государственная сельскохозяйственная академия».

---