

МЕТОДОЛОГИЯ ОБОСНОВАНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ ПО РАДИОКАНАЛУ НА СТАДИИ ИХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

В.В. Шаяхметов

*Кафедра «Информационная безопасность»,
ГОУ ВПО «Башкирский государственный университет»;
Vafich@mail.ru*

Представлена членом редколлегии профессором В.И. Коноваловым

Ключевые слова и фразы: время подключения; двухступенчатая функция распределения; наибольшие средние потери; резерв времени; срыв функционирования; точки роста; экстремальное распределение.

Аннотация: Показано, что на этапе проектирования при наличии ограниченной априорной информации о законе экстремального распределения случайной величины времени подключения работоспособного резервного канала связи вместо отказавшего основного значение гарантированных наименьших средних потерь и величина резерва времени определяются на основе расчета двухступенчатых функций распределения с двумя точками роста и не приводят к срыву функционирования системы связи.

Основу систем телеметрического контроля (СТК) и управления территориально разнесенными объектами по радиоканалу составляют комплексы передачи данных, одной из важных подсистем которых являются переключаемые каналы передачи данных, объединенных на оконечных информационных объектах с помощью групповых устройств контроля, коммутации, электропитания и др. В реальных условиях функционирования на СТК воздействуют различного рода дестабилизирующие факторы: помехи, приводящие к искажению информации вследствие возникновения кратковременных прерываний и вынужденных фазирований аппаратуры передачи данных работающего канала; ограниченная надежность элементов, обуславливающая появление отказов и другие, часто неконтролируемые, факторы. Следствием указанных воздействий является задержка передачи пакетов информации.

Для компенсации вредного воздействия этих факторов в системе передачи данных предусмотрены различные виды резервирования: функциональное (например, при отказе системы телеуправления переключением резервных каналов эту функцию оператор выполняет вручную), путем введения дополнительных (резервных) элементов; информационное; временное (когда предусматривается наличие некоторого допустимого времени задержки в передаче информации, при

котором отказ объекта (канала связи) не приводит к отказу системы – срыву ее функционирования).

В общем случае система передачи данных включает в себя один основной ($n = 1$) и один резервный ($m = 1$) идентичные каналы связи (резерв нагруженный). Рассматривается задача выбора величины резерва времени t_d , назначаемого системе, при условии, что время подключения резервного канала вместо отказавшего основного (контроль предполагается идеальным) t_n является случайной величиной с неизвестной функцией распределения $F_n(x) = P\{t_n < x\}$, но с заданными (фиксированными) первыми двумя моментами. В подсистеме предусмотрено два способа подключения резервного канала: автоматический (основной) и полуавтоматический (запасной). Эта задача формулируется как минимаксная, то есть задача минимизации расходов (с точки зрения времени отсутствия передачи информации) при использовании рассматриваемой системы передачи данных в случае наихудшего максимизирующего эти расходы распределения времени подключения резервного канала.

Пусть время подключения – случайная величина t_n , $0 \leq t_n \leq T_n$ (T_n – максимальное время подключения, величина которого определяется квалификацией обслуживающего персонала, укомплектованностью соответствующей аппаратуры и др. факторами, $0 \leq t_n < \infty$) с неизвестной функцией распределения $F_n(x)$. Известно [1], что $F_n(x)$ принадлежит классу функций K_2 :

$$K_2 = \{F_n : F_n(0-) = 0, F_n(T_n) = 1, \int_0^{T_n} x dF_n(x) = S_1, \\ \int_0^{T_n} x^2 dF_n(x) = S_2, 0 < S_1 < T_n, S_1^2 < S_2 < T_n S_1\}.$$

Считаем, что максимальное резервное время t_d^* не превышает максимальное время подключения T_n ($0 \leq t_d^* \leq T_n$). Заданы величины: q – вероятность того, что задача по передаче информации не будет выполнена из-за наличия неизрасходованного избыточно назначенного резервного времени, $q \geq 0$; p – вероятность невыполнения задачи из-за дефицита резервного времени, $p \geq 0$.

Тогда средние потери (непроизводительный расход времени из-за отсутствия передачи информации) при эксплуатации системы [2]

$$MR = q \int_0^{t_d} (t_d - x) dF_n(x) + p \int_{t_d}^{t_d^*} (x - t_d) dF_n(x) = (p + q) \int_0^{t_d} (t_d - x) dF_n(x) + p(S - t_d).$$

Задача состоит в определении оптимальной величины резерва времени

$$t_d = \arg \min_{t_d} \sup_{F_n \in K_2} MR$$

в зависимости от параметров q, p, T_n, S_1 и дисперсии δ^2 .

Определим вначале точные верхние оценки средних потерь. Пусть $T_n < \infty$. Тогда справедливы оценки функционала

$$J(F_n) = \int_0^{t_d} (t_d - x) dF_n(x).$$

Оценка 1. При $t_d \in [0, S_2/2S_1]$

$$\sup_{F_{\Pi} \in K_2} J(F_{\Pi}) = t_d \frac{\delta^2}{S_2}, \quad \delta^2 = S_2 - S_1^2$$

и достигается на двухступенчатой функции распределения $F_{\Pi} \in K_2$ с точками роста $x_1 = 0$ и $x_2 = S_2/S_1$.

Оценка 2. При $t_d \in [S_2/2S_1, A]$, где $A = (T_{\Pi}^2 - S_2)/2(T_{\Pi} - S_1)$

$$\sup_{F_{\Pi} \in K_2} J(F_{\Pi}) = \frac{1}{2}(t_d - S_1) + \sqrt{t_d^2 - 2t_d S_1 + S_2}$$

и достигается на двухступенчатой функции распределения $F_{\Pi} \in K_2$ с точками роста

$$x_1^0 = t_d - \sqrt{(t_d - S_1)^2 + \delta^2}, \quad x_2^0 = t_d + \sqrt{(t_d - S_1)^2 + \delta^2}.$$

Оценка 3. При $t_d \in [A, T_{\Pi}]$

$$\sup_{F_{\Pi} \in K_2} J(F_{\Pi}) = (t_{\Pi} - S_1) \frac{t_d T_{\Pi} - S_1(t_d + T_{\Pi}) + S_2}{T_{\Pi}^2 - 2T_{\Pi} S_1 + S_2}$$

и достигается на двухступенчатой функции распределения $F_{\Pi} \in K_2$ с точками роста

$$y_1 = (S_1 T_{\Pi} - S_2)/(T_{\Pi} - S_1), \quad y_2 = T_{\Pi}.$$

При $T_{\Pi} = \infty$ справедливы оценки 1 и 2 с заменой в них T_{Π} на ∞ .

Из оценок получим наибольшие средние потери в зависимости от t_d .

1. При $0 \leq t_d < S_2/2S_1$

$$\sup_{F_{\Pi} \in K_2} MR = t_d (q\delta^2 - pS_1^2)/S_2 + pS_1 = \Phi_1(t_d).$$

2. При $S_2/2S_1 \leq t_d < A$

$$\sup_{F_{\Pi} \in K_2} MR = \frac{p+q}{2}(t_d - S_1) + \sqrt{(t_d - S_1)^2 + \delta^2} + p(S_1 - t_d) = \Phi_2(t_d).$$

3. При $A \leq t_d < T_{\Pi}$

$$\sup_{F_{\Pi} \in K_2} MR = (p+q)(T_{\Pi} - S_1) \frac{t_d T_{\Pi} - S_1(t_d + T_{\Pi}) + S_2}{T_{\Pi}^2 - 2T_{\Pi} S_1 + S_2} + p(S_1 - t_d) = \Phi_3(t_d).$$

Таким образом, получено разбиение области параметров, входящих в задачу, на подобласти, каждой из которых отвечает свое экстремальное распределение. Это позволяет осуществить дальнейшую минимизацию наибольших средних потерь $\Phi_i(t_d)$, $i = 1, 3$ по t_d .

При условии $q/p < \delta^2/(T_{\Pi} - S_1)^2$:

$$\min \Phi_1 = \Phi_1(S_2/2S_1) = (q\delta^2 + pS_1^2)/2S_1,$$

$$\min \Phi_2 = \Phi_2(A) = [q(T_{\text{п}} - S_1)^2 + p\delta^2] / 2(T_{\text{п}} - S_1),$$

$$\min \Phi_3 = \Phi_3(T_{\text{п}}) = q(T_{\text{п}} - S_1);$$

с обязательным учетом $\delta^2 / (T_{\text{п}} - S_1)^2 < q/p < S_1^2 / \delta^2$:

$$\min \Phi_1 = \Phi_1(S_2 / 2S_1),$$

$$\min \Phi_2 = \Phi_2(Q) = \delta\sqrt{pq},$$

$$\min \Phi_3 = \Phi_3(A) = [q(T_{\text{п}} - S_1)^2 + p\delta^2] / 2(T_{\text{п}} - S_1);$$

с обязательным учетом $q/p < S_1^2 / \delta^2$:

$$\min \Phi_1 = \Phi_1(Q) = pS_1,$$

$$\min \Phi_2 = \Phi_2(S_2 / 2S_1) = (q\delta^2 + pS_1^2) / 2S_1,$$

$$\min \Phi_3 = \Phi_3(A),$$

где Q – максимально возможное значение случайной величины.

Сравнение этих минимумов для каждого условия дает следующий результат: наименьшее гарантированное значение средних потерь при условии

$0 < q/p < \frac{\delta^2}{(T_{\text{п}} - S_1)^2}$ достигается при $t_{\text{д}} = T_{\text{п}}$ и равно $q(T_{\text{п}} - S_1)$; при условии

$\delta^2 / (T_{\text{п}} - S_1)^2 < q/p < S_1^2 / \delta^2$ достигается при $t_{\text{д}} = S_1 + (p - q) \frac{\delta}{2} \sqrt{pq}$ и равно $\delta\sqrt{pq}$; при условии $q/p > S_1^2 / \delta^2$ достигается при $t_{\text{д}} = 0$ и равно pS_1 .

При $T_{\text{п}} = \infty$ оптимальными правилами выбора величины резерва времени $t_{\text{д}}$ являются следующие: $t_{\text{д}} = 0$ при $q/p > S_1^2 / \delta^2$; $t_{\text{д}} = S_1 + (p - q) \frac{\delta}{2} \sqrt{pq}$ при $S_1^2 / \delta^2 > q/p$.

При этом гарантируется, что средние потери при использовании СТК при функции распределения времени подключения $t_{\text{п}}$ со средним значением S_1 и дисперсией δ^2 будут меньше, чем pS_1 при $t_{\text{д}} = 0$ и меньше, чем $\delta\sqrt{pq}$ при $t_{\text{д}} = S_1 + (p - q) \frac{\delta}{2} \sqrt{pq}$.

Пусть время подключения – случайная величина, имеющая произвольную функцию распределения с параметрами $\bar{t}_{\text{п1}} = 1$ с, $\delta_{\text{п1}} = 0,25$ с и $\bar{t}_{\text{п2}} = 5$ с, $\delta_{\text{п2}} = 3$ с соответственно при первом (автоматическом) и втором (полуавтоматическом) способах подключения резервного канала. Будем считать, что переключатель обладает идеальной надежностью. По условиям функционирования перерыв в передаче информации при подключении резервного канала за время, меньшее допустимого $t_{\text{д}}$, не приводит к срыву функционирования системы. Требуется оценить это время при указанных выше способах подключения резервного канала и наличии ограниченной априорной информации о случайной величине $t_{\text{п}}$.

Рассмотрим решение этой задачи при первом (автоматическом) способе подключения резерва. В этом случае $t_{\text{п1}}^2 / \delta_{\text{п1}}^2 = 1$. Тогда при $q > 16p$, то есть, например при $p = 0,05$ и $q = 0,85$, резервное время $t_{\text{д}}$ предусматривать нецелесообразно, при

этом гарантированы потери $MR \leq 0,05$ с. При $p = 0,2$ и $q = 0,85$ для обеспечения $MR \leq 0,04$ с необходимо назначить системе $t \approx 0,9$ с.

При втором (полуавтоматическом) способе подключения резерва $t_{п2}^2 / \delta_{п2}^2 \approx 2,8$. Тогда, при $q > 2,8p$, то есть, например при $p = 0,1$ и $q = 0,3$ $t_d = 0$, гарантированы минимальные потери $MR \leq 0,05$ с. При $q = 0,2$ в этой ситуации необходимо предусматривать в системе резерв времени $t \approx 4,9$ с и при этом $MR \leq 0,42$ с.

Эти расчеты выполнены в предположении $T_{п} = \infty$. Во многих практических ситуациях подключение резервного канала взамен отказавшего основного возможно за некоторое максимально возможное время. Так, в нашем случае $T_{п2} = 120$ с. При этом гарантируется, что средние потери системы передачи данных будут меньше, чем $0,15$ с, при $t_d = 120$ с и величина $\delta = 3$ с, $q = 0,01$ и $p \gg q$.

Таким образом, при наличии ограниченной априорной информации о законе распределения случайной величины времени подключения работоспособного резервного канала вместо отказавшего основного в рассматриваемой СТК (когда известны только лишь его среднее значение S_1 и дисперсия δ^2) значение гарантированных наименьших потерь при использовании системы и величина резерва времени определяются на основе сопоставления величин весовых коэффициентов q и p и параметров $T_{п}$, S_1 и δ^2 .

Список литературы

1. Буртаев, Ю.Ф. Статистический анализ надежности объектов по ограниченной информации / Ю.Ф. Буртаев, В.А. Острейковский. – М. : Энергоатомиздат, 1995. – 437 с.
2. Половко, А.М. Основы теории надежности / А.М. Половко, С.В. Гуров. – СПб. : БХВ-Петербург, 2006. – 704 с.

Substantiation Technique for Reliability Indexes of Data Transmission Systems via Radio Channel at the Stage of their Designing

V.V. Shayakhmetov

*Department "Information Security", Bashkir State University;
Vafich@mail.ru*

Key words and phrases: the biggest average losses; connecting time; critical distribution; disruption of operation; float time; growing points; two-stage cumulative distribution function.

Abstract: It is shown that at the designing stage if there is limited a priori information on the law of the critical distribution of the random variable of the connecting time of the functional fallback circuit instead of the non-functional one, the significance of the guaranteed least average losses and the variable of the float time are determined on the basis of the calculation of two-stage cumulative distribution function with two points of growth and do not result in the disruption of operation of the communication system.

Metodologie der Begründung der Kennwerten der Sicherheit der Systeme der Datenübertragung durch den Kanal auf das Stadium der Projektierung

Zusammenfassung: Es ist gezeigt, daß auf Etappe der Projektierung bei Vorhandensein der beschränkten apriorischen Information über das Gesetz der Extremverteilung der zufälligen Zeitgröße des Anschlusses des arbeitsfähigen Kommunikationskanals anstatt des gebrochenen Hauptkanals werden die Bedeutung der garantierten mittleren Mindestverluste und die Größe der Zeitreserve auf Grund der Berechnung der zweistufigen Funktionen der Verteilung mit zwei Wachsenpunkte bestimmt und zur Störung des Funktionierens des Verbindungssystems nicht führen.

Méthodologie de l'argumentation des indices de la fiabilité des systèmes du transfert des données par le canal radioélectrique au stade de leur conception

Résumé: Est montré qu'à l'étape de la conception et avec la présence d'une information limitée à priori sur la loi de la répartition extrême de la valeur aléatoire du temps du raccord du canal radioélectrique fonctionnant au lieu de celui qui ne fonctionne pas la grandeur des plus petites pertes moyennes et la grandeur de la réserve du temps sont définies à la base du calcul des fonctions à deux étages de la répartition avec deux points de la croissance et n'aboutissent pas à l'interruption du fonctionnement du système de liaison.

Автор: *Шахметов Вениамин Вафич* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Информационная безопасность», ГОУ ВПО «Башкирский государственный университет».

Рецензент: *Валиев Масхут Маликович* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Информатика и информационные технологии», ГОУ ВПО «Башкирский государственный аграрный университет».
