

УДК 621.516

ОПТИМИЗАЦИЯ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ
ЖИДКОСТНОКОЛЬЦЕВЫХ ВАКУУМ-НАСОСОВ

Ю.В. Воробьев¹, Ю.В. Родионов¹, Д.В. Никитин¹,
В.Ю. Попов², А.А. Нищев¹

Кафедры: «Теория машин, механизмов и детали машин» (1),
«Системы автоматизированного проектирования» (2),
ГОУ ВПО «ТГТУ»; tmm-dm@mail.nnn.tstu.ru

Ключевые слова и фразы: быстрота действия; коэффициент быстроты действия; скорость жидкости; удельная мощность.

Аннотация: Разработан метод оптимизации конструктивных параметров жидкостнокольцевых вакуум-насосов, основывающийся на выборе функционала, обеспечивающего минимум удельной мощности жидкостно-кольцевых вакуум-насосов с учетом различных физических факторов.

Обозначения	
b – ширина корпуса вакуум-насоса, м;	S – действительная быстрота действия, м ³ /ч;
b_0 – ширина рабочего колеса, м;	S_T – теоретическая быстрота действия, м ³ /ч;
e – эксцентриситет, м;	v_ϕ – абсолютная скорость жидкости, м/с;
n – частота вращения рабочего колеса, об/мин;	v_2 – окружная скорость рабочего колеса, м/с;
g – ускорение свободного падения, м/с ² ;	z – число лопаток рабочего колеса;
m – показатель политропы сжатия;	β_2 – угол наклона лопаток рабочего колеса, рад;
$N_{уд}$ – удельная мощность на валу вакуум-насоса, кВт;	Δ – зазор между рабочим колесом и корпусом вакуум-насоса, м;
$P_{вс}$ – давление всасывания, Па;	μ – динамическая вязкость жидкости, Па·с;
$P_{атм}$ – атмосферное давление, Па;	ρ – плотность жидкости, кг/м ³ ;
P_n – давление нагнетания, Па;	ϕ – угол поворота рабочего колеса, рад;
$q_{дпрж}$ – расход дополнительно подаваемой рабочей жидкости, м ³ /ч;	ψ – коэффициент, учитывающий влияние толщины лопаток рабочего колеса;
q_0 – расход рабочей жидкости через рабочее колесо, м ³ /ч;	ω – угловая скорость вращения, с ⁻¹ .
R – радиус корпуса вакуум-насоса, м;	
r_1 – радиус ступицы рабочего колеса, м;	
r_2 – радиус рабочего колеса, м;	

Одним из самых распространенных средств низковакуумной откачки в настоящее время являются жидкостнокольцевые вакуум-насосы (ЖВН). Использование ЖВН для различных процессов, то есть выбор соответствующего вакуум-насоса, при котором выполняются предъявляемые к насосу требования, проводится, как правило, методом подбора. Значение правильного выбора типоразмера насоса недооценивается, однако, в этом кроется причина повышенных затрат электроэнергии, мощности, перерасхода дополнительно подаваемой рабочей

жидкости и частых поломок вакуумного оборудования. Указанный метод затрудняет совершенствование конструкций ЖВН в направлении повышения эффективности и снижения энергозатрат, так как для этого требуется перебор большого количества комбинаций их типоразмеров. Поэтому чрезвычайно актуальной является задача формализации и автоматизации этого метода путем постановки и решения соответствующей оптимизационной задачи, основывающейся на выборе функционала, обеспечивающего минимум удельной мощности ЖВН.

На основании анализа существующих теорий расчета удельной мощности и исследований, проведенных на кафедре «Теория машин, механизмов и детали машин» ТГТУ, разработан метод оптимизации основных конструктивных параметров одноступенчатого ЖВН с осевым подводом и отводом сжимаемого газа из условия минимальной удельной мощности на валу вакуум-насоса.

При решении уравнений, описывающих жидкостные потоки в рабочей полости вакуум-насоса, приняты следующие допущения [2]:

- движение потоков жидкости в насосе принимается установившимся;
- расход жидкости в любом сечении постоянен и может быть установлен из условия неразрывности потоков;
- погружение лопаток рабочего колеса в жидкостное кольцо происходит непрерывно при любом угле поворота рабочего колеса;
- при движении жидкость не отрывается от внутренних стенок корпуса и в вакуум-насосе нет обратных потоков.

Эффективная мощность N_e на валу ЖВН складывается из мощности $N_{сж}$, затрачиваемой на сжатие жидкостно-газовой смеси; потери мощности в безлопаточном пространстве жидкостного кольца $N_{бл}$; потери мощности в рабочем колесе N_k ; мощности $N_{тр}$, затрачиваемой на преодоление трения в уплотнителях и подшипниках,

$$N_e = N_{сж} + N_{бл} + N_k + N_{тр},$$

где [1]

$$N_{сж} = PS \frac{m}{m-1} \left[\left(\frac{P_n}{P} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right],$$

$$S = S_T \lambda. \quad (1)$$

Максимально возможная быстрота действия характеризуется геометрическим объемом рабочей полости ЖВН, получаемым в предположении, что внутренняя поверхность жидкостного кольца цилиндрическая, а торцевой зазор между лопатками и боковыми крышками отсутствует (рис. 1),

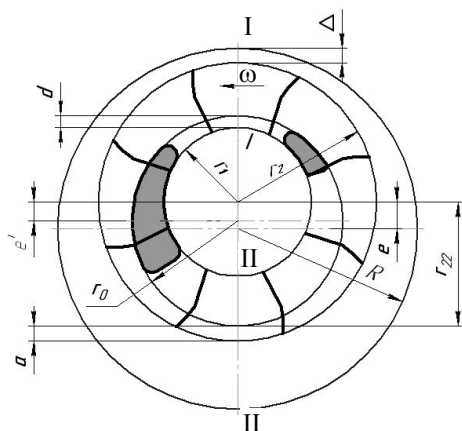


Рис. 1. Принципиальная схема ЖВН

$$S_T = \pi r_2^2 b_0 \psi \left(1 - (r_1/r_2)^2 \right) n,$$

$$\psi = \frac{\pi r_2 \left(1 - (r_1/r_2)^2 \right) - sz}{\pi r_2^2 \left(1 - (r_1/r_2)^2 \right)}.$$

Коэффициент быстроты действия λ в формуле (1) характеризует потери быстроты действия ЖВН, связанные с изменением геометрии жидкостного кольца, образованием «мертвой зоны» (пространство между втулкой рабочего

колеса и внутренней поверхностью жидкостного кольца в верхнем сечении вакуум-насоса) (рис. 2), перетеканием и натеканием газовой фазы в торцевых зазорах и испарением (конденсацией) рабочей жидкости в ячейки рабочего колеса.

В результате обработки экспериментальных данных была получена следующая эмпирическая зависимость

$$\lambda = \frac{(-50e^{-2,2\bar{p}} + 36)(1 - e^{-0,3(\bar{q}+1)})}{30},$$

где \bar{p} – безразмерная величина давления всасывания, $\bar{p} = \frac{P_{вс}}{P_{атм}}$; \bar{q} – безразмерная

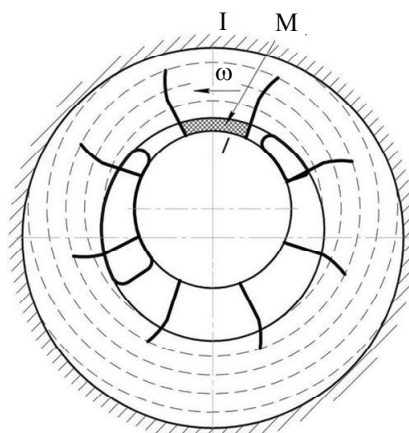


Рис. 2. «Мертвая зона» ЖВН

величина расхода дополнительно подаваемой рабочей жидкости, $\bar{q} = \frac{q_0}{q_{дпрж}}$. Для

определения значений параметров \bar{p} и \bar{q} использовался программный продукт Maple 8.

Для определения $N_{бл}$ в безлопаточном пространстве, необходимо знать закон изменения v_ϕ от ϕ , который определяется с использованием двумерной модели течения жидкости, основанной на уравнениях Навье–Стокса и неразрывности (2), решаемых численным методом [3–5],

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{1}{\rho} X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right); \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial v}{\partial y} &= \frac{1}{\rho} Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right); \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где t – время, с; p – давление, Па; x, y – координаты частицы жидкости; u – компонента радиальной скорости, м/с; v – компонента окружной скорости, м/с.

Полученные эпюры изменения абсолютной скорости жидкости в безлопаточном пространстве с достаточной степенью точности подтверждаются экспериментально [1].

Для вычисления значения средней скорости жидкости $v_{\phi ср}$ по полученным эпюрам при произвольном угле поворота ϕ используется интерполяционный многочлен Лагранжа, имеющий вид

$$v_{\phi ср}(\phi) = \sum_{i=1}^n v_i \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{(\phi - \phi_j)}{(\phi_i - \phi_j)}.$$

Известно [1], что

$$N_{бл} = M\omega,$$

где M – момент сил трения жидкости в безлопаточном пространстве

$$M = \int_0^{2\pi} \frac{\rho v_{\phi ср}^2 \lambda_r}{8} \left(r_2 + \frac{h}{2} \right)^2 (2h + b) d\phi.$$

В безлопаточном пространстве течение жидкости принимают эквивалентным течению в открытом криволинейном замкнутом канале прямоугольного сечения. Смачиваемый периметр такого канала – $2h + b$ (h – высота безлопаточного пространства при угле поворота рабочего колеса φ , м, $h = e + \Delta - e \cos \varphi$), а коэффициент гидравлического трения для турбулентного режима течения определяют по формуле

$$\lambda_{\Gamma} = 0,11 \left(\frac{K_{\Sigma}}{4R_{\Gamma}} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25},$$

где K_{Σ} – эквивалентная шероховатость внутренней поверхности корпуса, м, $K_{\Sigma} = (0,1 \dots 0,2) \cdot 10^{-3}$; R_{Γ} – гидравлический радиус, м, $R_{\Gamma} = hb / (2h + b)$; Re – число Рейнольдса, $\text{Re} = 4v_{\text{ф ср}} R_{\Gamma} \frac{\rho}{\mu}$.

Потери мощности $N_{\text{к}}$ в рабочем колесе

$$N_{\text{к}} = \frac{q_0 H_{\text{T}} (1 - \eta_{\text{к}} k_{\eta}) \rho}{102},$$

где $q_0 = 60\pi(r_2^2 - r_{22}^2)b_0 n \psi$; H_{T} – теоретический напор, создаваемый рабочим колесом насоса, м, $H_{\text{T}} = H_{\text{T}\infty} / (1 + n_{\text{л}})$ ($H_{\text{T}\infty}$ – теоретический напор, создаваемый рабочим колесом, имеющим бесконечное число лопаток, м, $H_{\text{T}\infty} = (v_2^2 / g) - [2\omega^2 e' r_{22} \text{ctg}(\beta_2) / (\pi g)]$; e' – эксцентриситет внутренней поверхности жидкостного кольца, м; r_{22} – расчетный радиус внутренней поверхности жидкостного кольца, м).

Для учета влияния конечного числа лопаток рабочего колеса на напор, создаваемый рабочим колесом, использованы поправки Пфлейдерера [1]

$$\Pi = \frac{H_{\text{T}}}{H_{\text{T}\infty}} = 1 / (1 + n_{\text{л}}).$$

Коэффициент, учитывающий влияние конечного числа лопаток на напор $n_{\text{л}}$, определяется по формуле

$$n_{\text{л}} = \frac{\Psi_{\text{л}} r_2}{z J},$$

где $\Psi_{\text{л}} = (0,55 \dots 0,68) + 0,6 \sin \beta_2$; J – статистический момент рабочей ячейки отно-

сительно оси рабочего колеса, м², $J = r_2^2 \left(1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right) / 2$.

Мощность трения в подшипниках и уплотнителях $N_{\text{тр}}$ зависит от потерь в уплотнителях и, как показывают экспериментальные исследования, не превышает 1–1,5 % от мощности на валу.

Вышесказанное позволяет записать математическое выражение для нахождения удельной мощности потерь – одной из основных эксплуатационных характеристик вакуум-насоса – как функционала, определенного на функциях, характеризующих конструктивные параметры элементов ЖВН и его физические процессы в рабочей полости. Выбор этих функций по условию минимума функционала – удельной мощности потерь, представляет собой задачу оптимизации.

Функционал цели, как отношение эффективной мощности на валу ЖВН к действительной скорости действия, представляем в виде

$$N_{уд} = \frac{N_e}{S_T \lambda}. \quad (3)$$

Далее введем вектор-функцию нормированных параметров $\vec{x}\{x_0, \dots, x_n\}$, объединив их в следующей последовательности: $x_0 = r_2/r_{2\max}$; $x_1 = e/e_{\max}$; $x_2 = b/b_{\max}$; $x_3 = n/n_{\max}$; $x_4 = \beta_2/\beta_{2\max}$; $x_5 = P_{вс}/P_{вс\max}$; $x_6 = \Delta/\Delta_{\max}$; $x_7 = \bar{p}/\bar{p}_{\max}$; $x_8 = \bar{q}/\bar{q}_{\max}$.

Функционал цели (3) представим в виде функции

$$N_{уд} = N_{уд}(\vec{y}, \vec{x}(\theta)),$$

где y – вектор параметров, устанавливаемых на этапе технического задания на проектирование насоса.

Исходными данными для проведения оптимизации являются: y_4 – действительная скорость действия, y_5 – давление всасывания, с учетом физических свойств применяемой жидкости; y_1 – удельная вязкость; y_2 – плотность жидкости; y_3 – удельный вес. Остальные параметры, используемые в функции цели, варьируются в пределах ограничений вида

$$q_i \leq x_i \leq l_i; \quad i = 0, \dots, 8, \quad (4)$$

где q_i , l_i – минимальные и максимальные значения параметров, выбираемых в соответствии с физическим смыслом и конструктивными ограничениями.

Окончательно задача оптимизации, сформулированная выше, математически приобретает вид

$$N_{уд} = N_{уд}(\vec{x}(\theta)) \rightarrow \min$$

при ограничениях (4).

Приведенная выше функция цели имеет сложный нелинейный характер с функциональными ограничениями и линейными ограничениями, имеющими вид неравенств, что не позволяет применять методы линейного программирования для получения оптимальной конструкции ЖВН. Поэтому для получения минимума функции цели используется метод штрафных функций.

Решение задач оптимизации методом штрафных функций основано на сведении их к последовательности безусловных задач для функций, зависящих от параметра и обладающих следующими свойствами:

- в большей части допустимой области, определяемой ограничениями, искомые функции близки к целевой функции;
- при приближении к границе допустимой области или при выходе из нее функции достаточно быстро возрастают.

Степень близости и рост зависят от параметра функций и по мере его изменения в соответствующую сторону возрастают.

Для дальнейшего решения преобразуем ограничения (4) к виду $f_j(\vec{x}(\theta)) \geq 0$, $j = 0, \dots, 16$:

$$\begin{aligned} x_i - x_{i\min} &\geq 0; \\ x_{i\max} - x_i &\geq 0, \quad i = 0, \dots, 8. \end{aligned}$$

На основе функций $N_{уд}(\vec{x}(\theta))$ и $f_j(\vec{x}(\theta)) \geq 0$, $i = 0, \dots, 16$ строится функция $R(\vec{x}(\theta), K)$ следующего вида:

$$R(\bar{x}(\theta), K) = N_{\text{уд}}(\bar{x}(\theta)) + F(K, f_0(\bar{x}(\theta)), f_1(\bar{x}(\theta)), \dots, f_{16}(\bar{x}(\theta))),$$

где K – параметр, называемый коэффициентом штрафа; F – функция штрафа за нарушение ограничений.

В нашем случае будем применять внешнюю функцию штрафа вида

$$F(\bar{x}(\theta), K) = K \sum_{i=0}^{16} k_i (\min\{0, f_i(\bar{x}(\theta))\})^2.$$

Значение функции во всех точках определяются численно, используя для вычисления интеграла метод Симпсона [3].

По предложенному алгоритму создана программа на языке программирования C++ в среде программирования CodeGear RAD Studio 2007, которая позволяет получить конкретные значения конструктивных параметров ЖВН для различных типоразмеров с минимальными затратами энергии. Метод оптимизации конструктивных параметров обеспечивает проведение автоматического перебора различных комбинаций типоразмеров ЖВН и отыскание типоразмера, удовлетворяющего заданным эксплуатационным критериям. Предложенный алгоритм оптимизации конструктивных параметров из условия минимальной удельной мощности может быть рекомендован для проектирования перспективных конструкций ЖВН.

Список литературы

1. Фролов, Е.С. Вакуумная техника / Е.С. Фролов, В.Е. Минайчев, А.Т. Александрова. – М. : Машиностроение, 1985. – 359 с.
2. Родионов, Ю.В. К вопросу оптимизации конструктивных параметров двухступенчатых жидкостно-кольцевых вакуумных насосов / Ю.В. Родионов, Ю.В. Воробьев // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2000. – Т. 6, № 2. – С. 274–280.
3. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. – М. : БИНОМ, Лаборатория знаний, 2006. – 636 с.
4. Патанкар, С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости : пер. с англ. / С. Патанкар ; пер. с англ. под ред. В.Д. Виленского. – М. : Атомиздат, 1984. – 152 с.
5. Лаврентьев, М.А. Проблемы гидродинамики и их математические модели / М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. – М. : Наука, 1973. – 416 с.

Optimization of Design Factors of Liquid-Ring Vacuum Pumps

Yu.V. Vorobyov¹, Yu.V. Rodionov¹, D.V. Nikitin¹, V.Yu. Popov², A.A. Nishchev¹

*Departments: “Theory of Mechanisms, Machines and Details of Machines” (1),
“Systems of Computer Aided Design” (2), TSTU;
tmm-dm@mail.nnn.tstu.ru*

Key words and phrases: action speed; coefficient of action speed; fluid velocity; power density.

Abstract: The paper presents the method of optimization of design factors of liquid ring vacuum pumps which is based on the choice of the functional providing minimum of specific capacity of liquid ring vacuum pump with regard for different physical factors.

Optimisierung der konstruktiven Parameter der Flüssigkeitspumpen

Zusammenfassung: Es ist die Methode der Optimierung der konstruktiven Parameter der Flüssigkeitspumpen, die auf die Wahl des das Minimum der bezogenen Leistung der Flüssigkeitspumpen mit Berücksichtigung der verschiedenen Faktoren gewährleitenden Funktionals gestützt wird, erarbeitet.

Optimisation des paramètres constructifs des pompes liquides circulaires à vide

Résumé: Est élaborée la méthode de l'optimisation des paramètres constructifs des pompes liquides circulaires à vide fondée sur le choix du fonctionnel assurant le minimum de la puissance spécifique des pompes liquides circulaires à vide compte tenue des facteurs physiques différents.

Авторы: *Воробьев Юрий Валентинович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Теория машин, механизмов и детали машин»; *Родионов Юрий Викторович* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Теория машин, механизмов и детали машин»; *Никитин Дмитрий Вячеславович* – аспирант кафедры «Теория машин, механизмов и детали машин»; *Попов Вадим Юрьевич* – студент; *Ницев Андрей Анатольевич* – соискатель кафедры «Теория машин, механизмов и детали машин», ГОУ ВПО «ТГТУ».

Рецензент: *Буланов Владимир Евгеньевич* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Прикладная механика и сопротивление материалов», ГОУ ВПО «ТГТУ».
