

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЙ УПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ И ТЕМПЕРАТУРЫ НА ФОРМУ СИГНАЛОВ МАГНИТОСТРИКЦИОННЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

О.Н. Пчелинцева, Е.С. Демин, С.Б. Демин

*Кафедра «Электроника и электротехника»,  
ГОУ ВПО «Пензенская государственная технологическая академия»;  
dstabor@yandex.ru*

*Представлена членом редколлегии профессором В.И. Коноваловым*

**Ключевые слова и фразы:** магнитострикционные преобразователи перемещений; математическое моделирование; температура; упругие напряжения.

**Аннотация:** Исследованы влияния упругих напряжений и температуры на выходные параметры магнитострикционных преобразователей перемещений с использованием метода математического моделирования. Выработаны рекомендации по улучшению их метрологических и эксплуатационных характеристик.

---

## Введение

Механические напряжения – остаточные  $\sigma_{\text{ост}}$  и нагрузочные  $P_x$ , температура  $T$  окружающей среды являются основными дестабилизирующими факторами при работе магнитострикционных преобразователей перемещений (МПП). Они вызывают дрейф электрических, магнитных, магнитострикционных параметров МПП, отражаясь на их технических и эксплуатационных характеристиках [1–6]. Основываясь на известных отдельных экспериментальных данных, получим математические модели акустических и электрических сигналов данного вида преобразователей механических величин на ультразвуковых волнах (УЗВ) кручения в условиях влияния упругих деформаций  $P_x$  и температуры  $T$  и оценим величину их влияния с целью выработки рекомендаций по улучшению метрологических и эксплуатационных показателей приборов.

### 1. Моделирование воздействий упругих напряжений

Чувствительность магнитострикционных материалов к продольным напряжениям  $P_x$  (сжатие, растяжение) известна и впервые рассматривалась в работах В. Брауна, Ш. Кирхнера, О. Буклея, Н.С. Акулова и др. Согласно этих работ, с ростом продольных напряжений в сечении  $S_x$  звукопровода МПП  $\sigma_n = P_x/S_x$  экспоненциально увеличивается магнитная восприимчивость  $\chi$  материала, намагниченность  $J$ , стремясь к своему пределу – насыщению  $J_s$ .

Можно предположить, опираясь на результаты экспериментальных исследований магнитострикционных ферромагнетиков группы NiCoFe ряда авторов, что изменение магнитной восприимчивости  $\chi$  под действием силовой продольной нагрузки  $P_x$  растяжения изменяется по зависимости

$$\chi_P = \pm [\chi_0 + \sigma_{\text{гист}}(1 + k_{\text{пр}})^2], \quad (1)$$

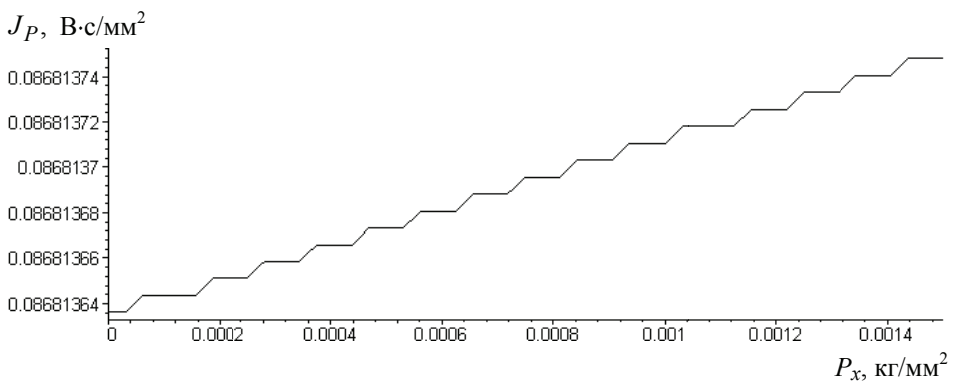
где  $\chi_0$  – начальное значение магнитной восприимчивости материала звукопровода МПП;  $\sigma_{\text{гист}}$  – коэффициент потерь на гистерезис;  $k_{\text{пр}}$  – коэффициент продольного напряжения;  $\sigma_{\text{п}} \leq [\sigma_{\text{доп}}]$  – продольное напряжение в пределах допустимых значений  $\sigma_{\text{доп}}$  на разрушение (разрыв).

По аналогичному закону (1) изменяется намагниченность материала звукопровода МПП  $J_P = \pm [J + \sigma_{\text{гист}}(1 + k_{\text{пр}})^2]$ , где  $J$  – начальная намагниченность материала, то есть с ростом растягивающих напряжений  $P_x$  намагниченность материала возрастает по экспоненте (рис. 1), что подтверждается экспериментальными данными [1, 3, 4].

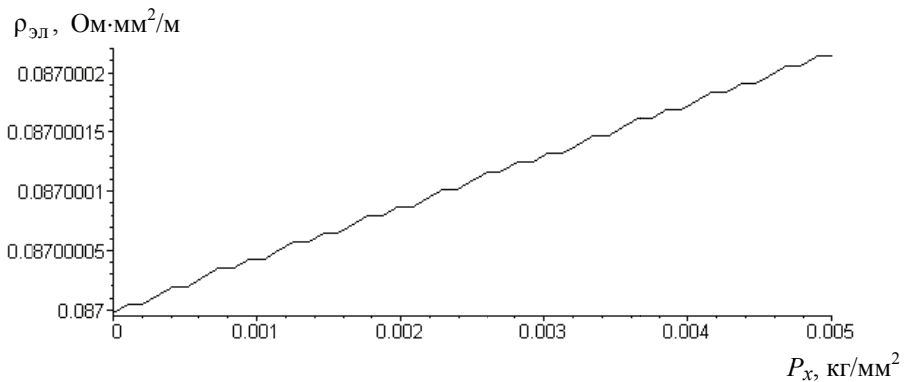
Согласно [1, 7] рост продольных напряжений  $\sigma_{\text{п}}$  вызывает слабое приращение удельного электрического сопротивления  $\rho_{\text{эл}}$  до величины (рис. 2)

$$\rho_{\text{эл}P} = \rho_{\text{эл}}[1 + k_p(\sigma_{\text{п}} - \sigma_{\text{ост}})], \quad (2)$$

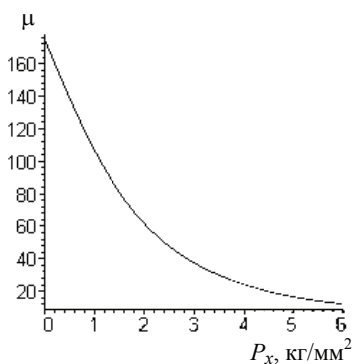
где  $k_p$  – коэффициент пропорциональности продольного напряжения.



**Рис. 1. Характер изменения намагниченности  $J_P$  материала при продольных напряжениях  $\sigma_{\text{п}} \leq [\sigma_{\text{доп}}]$**



**Рис. 2. Модель изменения  $\rho_{\text{эл}}$  для никеля Ni под действием упругих растяжений  $P_x$**



**Рис. 3. Модель изменения  $\mu$  в никеле Ni под действием упругих растяжений  $P_x$**

Под действием  $P_x$  не остаются постоянными значения магнитной проницаемости  $\mu$  материала звукопровода МПП и коэффициента магнитострикции  $\lambda$  [3, 8]. Их значения изменяются по зависимостям (рис. 3):

$$\mu_P = \mu(1 - k_{пр}); \quad \lambda_P = \pm [\lambda(1 + k_{пр})]. \quad (3)$$

Исследование полученных моделей (1) – (3) показывает, что с ростом остаточных напряжений  $\sigma_{ост}$  в материале звукопровода МПП диапазон изменений значений параметров  $\chi_P, J_P, \rho_{элP}, \mu_P, \lambda_P$  заметно уменьшается. Поэтому, на практике для уменьшения значений  $\sigma_{ост}$  заготовок звукопроводов МПП их подвергают обжигу.

## 2. Моделирование воздействий температуры

Заметный дрейф вышеперечисленных параметров МПП наблюдается под действием температуры  $T$  окружающей среды в диапазоне от  $T \geq 40$  °С, вызывая отклонения от заданных выходных характеристик прибора.

Характер этих изменений связан, прежде всего, с тепловыми деформациями кристаллической решетки материала звукопровода МПП, перераспределением волновой и электрической энергии в акустических и электрических цепях первичного и вторичного преобразователей приборов. Для описания тепловых процессов в МПП введем показатель температурного изменения параметра  $k_T = (1 - T/T_{гр})$ , где  $T, T_{гр}$  – текущее и граничное (точка Кюри  $T_K$ , точка плавления  $T_{пл}$ ) значения температуры.

Для теоретического предсказания хода тепловых процессов в технических объектах известна термодинамическая теория Л.Д. Ландау [9]. Ее использование для магнитострикционных ферромагнетиков достаточно трудно из-за определения ряда термодинамических коэффициентов. Поэтому, используя известные результаты экспериментальных исследований [1–6], получим математические модели теплового дрейфа основных параметров МПП и проведем их исследование.

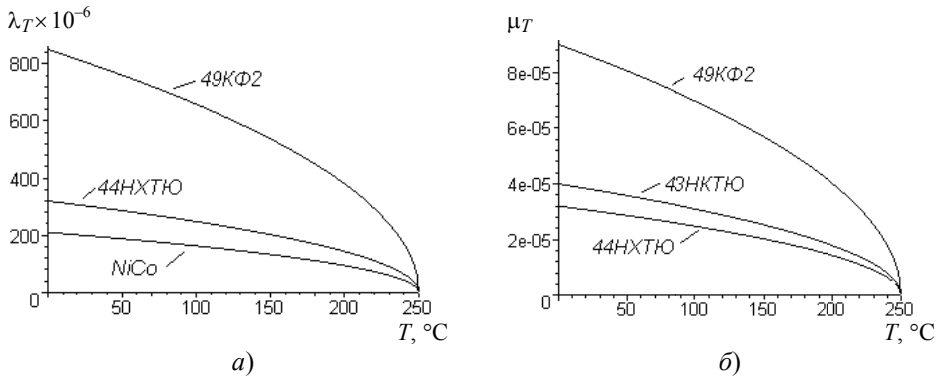
Известно, что с повышением температуры  $T$  среды изменяется коэффициент магнитострикции  $\lambda$  в известных пределах [8]. Эти изменения могут быть описаны выражением (рис. 4, а)

$$\lambda_T = \pm \lambda k_T^{-2} = \pm [\lambda \sqrt{1 - T/T_K}]. \quad (4)$$

По аналогии с (4) изменяется магнитная проницаемость  $\mu$  материала звукопровода МПП под действием температуры  $T$  окружающей среды (рис. 4, б)

$$\mu_T = \mu k_T^{-3} = \mu \sqrt[3]{1 - T/T_K}. \quad (5)$$

Модуль упругости  $E$  металлических магнитострикционных ферромагнетиков изменяется с ростом температуры  $T \geq 200$  °С. Например, до  $T = 800$  °С его значение в материалах группы NiCoFe и их сплавах плавно уменьшается на 20...30 %, а далее резко снижается в окрестностях точки  $T_{пл}$  [1, 4]. Этот процесс может быть описан выражением вида  $E_T = E \sqrt[3]{1 - T/T_{пл}}$ , но во внимание может не приниматься, так как при  $T > 150$  °С коэффициент магнитострикции  $\lambda$  указанной



**Рис. 4. Модели зависимостей:**  
 а –  $\lambda_T = f(T)$ ; б –  $\mu_T = f(T)$

группы материалов ничтожно мал и не позволяет осуществить устойчивое возбуждение и считывание УЗВ кручения в акустическом тракте МПП.

Под действием температуры  $T$  среды изменяется индукция насыщения  $B_s$  магнитострикционных ферромагнетиков по закону

$$B_{sT}(t) = B_s(t)k_T^{-2} = B_s(t)\sqrt{1 - T/T_K}, \quad (6)$$

что вызвано температурной перестройкой его магнитной текстуры.

Нагревание постоянного магнита входного и выходного сигнальных преобразователей МПП до температуры  $T \ll T_K$ , вызывает дрейф остаточной намагниченности  $J_{oc}$ . Тогда можно предположить, что напряженность магнитного поля  $H_{o.nT}(t)$  в зонах прямого и магнитоупругого преобразований МПП будет изменяться по зависимости вида (рис. 5)

$$H_{o.nT}(t) = \frac{B_{sT}(t)}{\mu_0 \mu_T}. \quad (7)$$

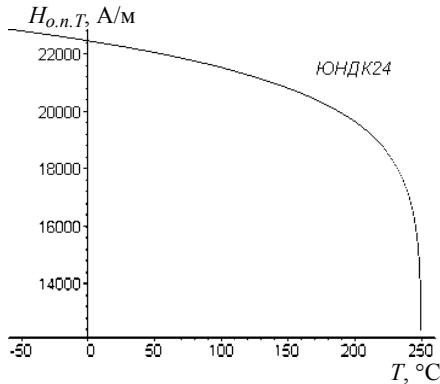
Наиболее сильной тепловой деформацией подвержен звукопровод МПП в продольном направлении. В результате изменения температуры  $\Delta T = T - T_{20}$ , ( $T_{20}$  – температура начальная,  $T_{20} = 20$  °C) первоначальная длина  $L$  звукопровода увеличивается пропорционально усредненному значению коэффициента  $\alpha_T$  температурного расширения материала по известной зависимости

$$\Delta L = L(1 + \alpha_T \Delta T). \quad (8)$$

Температурному дрейфу подвержено удельное электрическое сопротивление  $\rho_{эл}$  материала звукопровода, но в узком диапазоне значений [1]. Так, с ростом температуры  $T$  среды его значение изменяется по зависимости вида

$$\rho_{элT} = \rho_{эл}(1 + \alpha_{эл} \Delta T), \quad (9)$$

где  $\alpha_{эл}$  – температурный коэффициент электропроводности, обусловленный изменением межатомных расстояний узлов кристаллической решетки ферромагнетика под действием температуры среды.



**Рис. 5. Модель зависимости  $H_{o.nT} = f(T)$**

Наложение магнитного поля  $H_{o,n}(t)$  в зоне магнитоупругого преобразования МПП приводит к появлению гистерезиса магнитострикции материала звукопровода (рис. 6)

$$\lambda_H = |\lambda| \left\{ \frac{k_c}{H_c} \left[ \frac{H_{o,n}^2 - H_c}{K_H + (H_{o,n} - H_c)^2} \right] \right\} \quad (10)$$

и вызывает изменение его намагниченности в соответствии с выражением (рис. 7)

$$J_H = J_s \left[ \frac{H_{o,n} - H_c}{K_H + (H_{o,n} - H_c)^2} \right] k_o, \quad (11)$$

здесь  $k_c$  – коэффициент коэрцитивности;  $K_H$  – коэффициент напряженности магнитного поля;  $k_o$  – коэффициент пропорциональности;  $K_H$  – полярный коэффициент нагружения звукопровода МПП.

С учетом выражений (1) – (5), (9), (10) под действием внешних факторов влияния  $P_x$ ,  $T$  и  $H_{o,n}$  параметры  $\mu$ ,  $\rho_{эл}$  и  $\lambda$  материала звукопровода МПП изменяются по зависимостям (рис. 8):

$$\begin{aligned} \mu_{P,T} &= \mu (1 - k_{пр}) \sqrt{1 - T/T_K}; \\ \rho_{эл P,T} &= \rho_{эл} [1 + k_p (\sigma_n - \sigma_{ост}) (1 + a_T \Delta T)]; \\ \lambda_{P,T,H} &= \pm [\lambda (1 + \lambda_{пр})] \sqrt{1 - T/T_K} \lambda_H. \end{aligned} \quad (12)$$

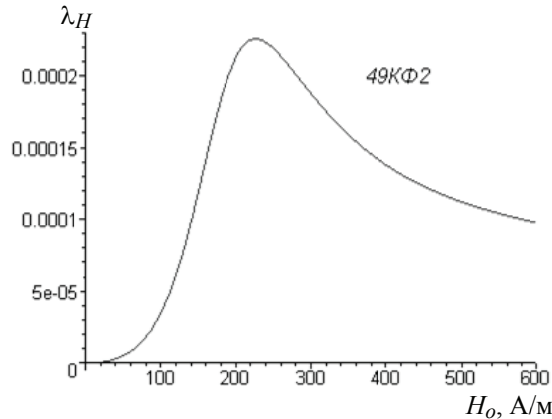


Рис. 6. Модель зависимости  $\lambda_H = f(H_o)$

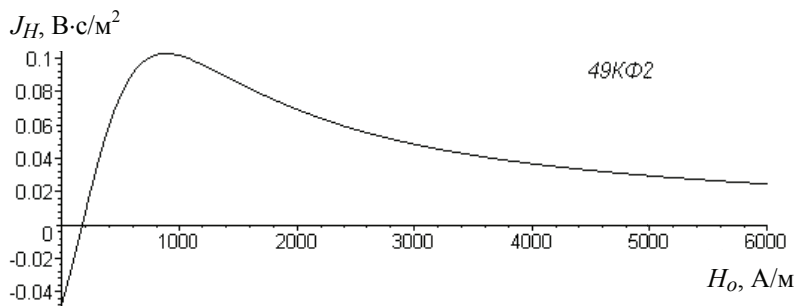
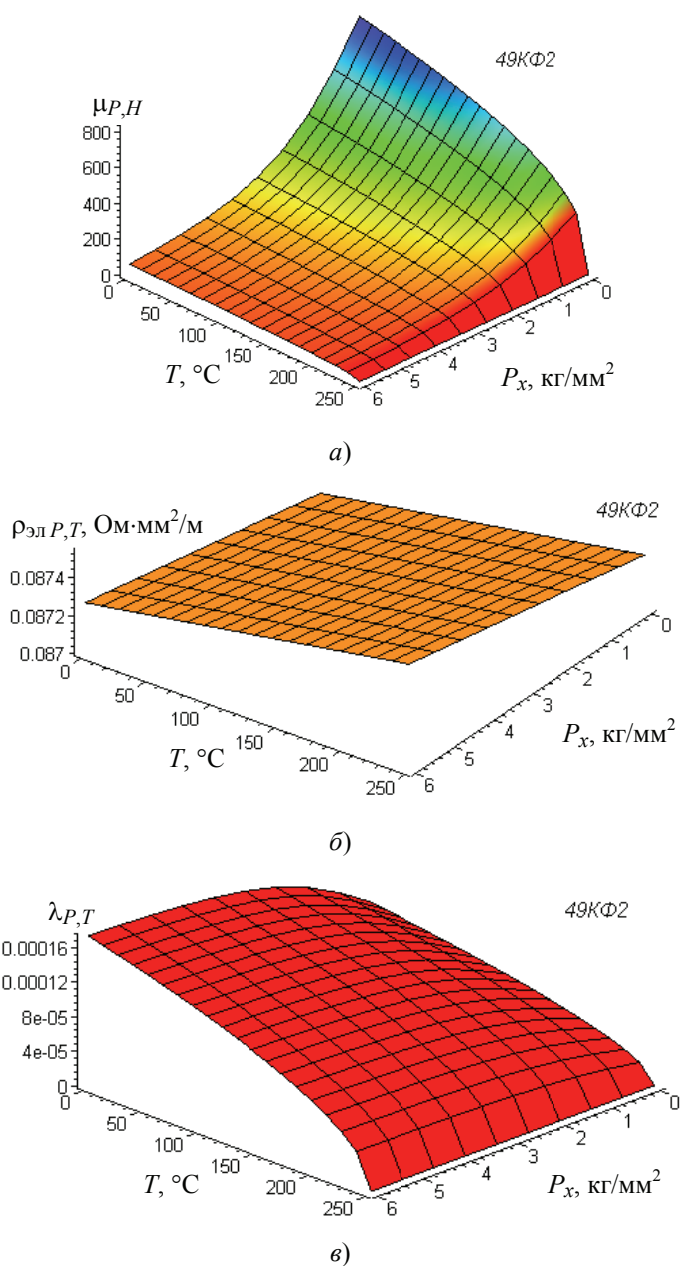


Рис. 7. Модель зависимости  $J_H = f(H_o)$



**Рис. 8. Модели зависимостей:**

$a - \mu_{P,H} = f(P_x, T); \quad б - \rho_{элP,T} = f(P_x, T); \quad в - \lambda_{P,T} = f(P_x, T)$

### 3. Совместное влияние факторов $P_x, T$ на выходные параметры МПП

Изменение параметров (12) материала звукопровода МПП вызывает дрейф амплитуд опорной  $\sigma_x(t)$  и проходной  $\sigma_{xx}(t)$  УЗВ кручения, отражаясь на метрологических характеристиках приборов. Поэтому, эти изменения выходных сигналов должны быть исследованы и оценены.

В этом случае глубина зоны перемагничивания звукопровода  $Z_{\omega}$  на рабочих частотах  $f = 0,2 \dots 4,5$  МГц МПП составит

$$Z_{\omega P, T} = (2\pi/C_o) \sqrt{\rho_{\text{эл}P, T} \mu_{P, T} / \omega}, \quad (13)$$

где  $C_o$  – скорость электромагнитной волны в вакууме;  $\omega$  – угловая частота.

Под действием факторов влияния  $P_x, T$  удлиняется звукопровод МПП радиуса  $R$  на величину  $\Delta L$  (8), вызывая соответствующее изменение его активного сопротивления

$$r_{P, T} = \rho_{\text{эл}P, T} \Delta L / (\pi R^2),$$

а значит, изменяется и значение тока записи

$$i_{x, P, T}(t) = U(t) / r_{P, T}, \quad (14)$$

где  $U(t)$  – напряжение, прикладываемое к звукопроводу МПП в момент записи (рис. 9)

Это вызовет изменение напряженности кругового  $H_{\text{хк}}(t)$  и результирующего (геликоидального)  $H_{\text{хг}}(t)$  полей, создавая в сечениях звукопровода зоны преобразования МПП магнитострикционные напряжения разных знаков в виде УЗВ кручения (рис. 10)

$$\pm \sigma_{x, o}(t) = \sum \lambda_{P, T, H} E_T K_{\mu}'' \int_{-\tau_{\text{п}}/2}^{+\tau_{\text{п}}/2} H_{\text{хг}P, T}(t) e^{-a} dt, \quad K_{\mu}'' = K_{\mu} \mu_{P, H}, \quad (15)$$

здесь  $a$  – показатель времени перемагничивания;  $K_{\mu}$  – коэффициент магнитной проницаемости;  $\tau_{\text{п}}$  – время преобразования упругой волны, которая, распространяясь в сторону выходного сигнального преобразователя, испытывает частотные затухания  $\beta_o = \beta_{\text{ч}}$  на временном интервале  $T_x'' = l_x'' / v_{\text{в}}$ ,  $l_x'' = l_x(1 + \alpha_T \Delta T)$  преобразования физической величины.

В результате на выводах выходного сигнального преобразователя индуктивного типа МПП наводится ЭДС индукции  $e_x''(t)$ , которая усиливается в  $K_y$  раз до требуемого значения выходного напряжения  $U_x''(t) = K_y e_x''(t)$  (рис. 11).

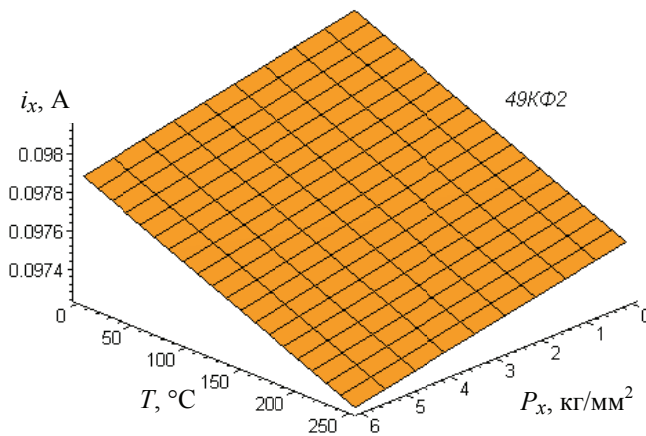
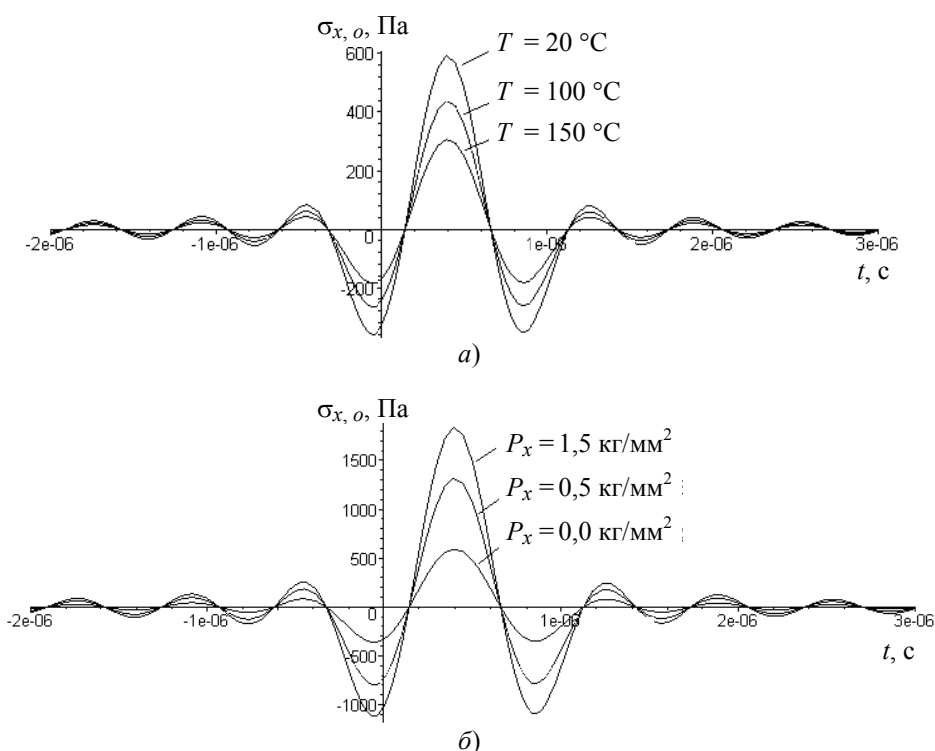
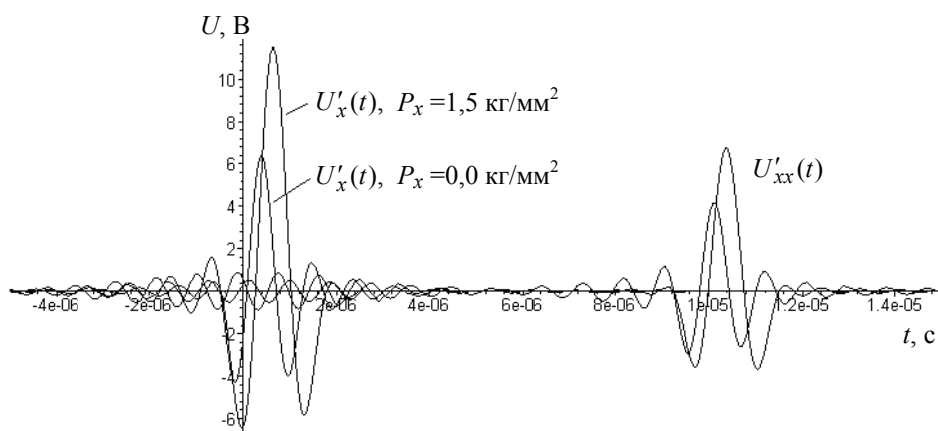


Рис. 9. Модель зависимости  $i_x = f(P_x, T)$



**Рис. 10. Модели акустических сигналов  $\sigma_{x,o}(t)$  в условиях влияния:**

*a* – температуры  $T$ ; *б* – растягивающих усилий  $P_x$



**Рис. 11. Модели сигналов считывания МПП начальной  $U'_x(t)$  и конечной  $U''_{xx}(t)$  амплитуды под влиянием растягивающих усилий  $P_x$  для ферросплава 49КФ2 на интервале преобразований  $L_x = 0,4$  м при  $K_y = 250$**

### Заключение

Результаты исследований на основе разработанных математических моделей показывают, что влияние температуры ведет к уменьшению значений магнитных и магнитострикционных показателей МПП, сохраняя работоспособность в диапазо-



не до  $T = 120 \dots 150$  °С. Упругие растягивающие напряжения  $P_x = 0,5 \dots 1,5$  кг/мм<sup>2</sup> наоборот приводят к существенному увеличению амплитуды выходного сигнала МПП за счет изменения магнитострикционных параметров материала звукопровода, и могут служить компенсационной мерой по температурному дрейфу параметров прибора, улучшая его метрологические и эксплуатационные характеристики. Электрические параметры МПП в указанном диапазоне значений  $P_x$  и  $T$  изменяются не существенно и на выходных параметрах прибора практически не сказываются, что подтверждается физическим экспериментом.

#### *Список литературы*

1. Белов, К.П. Упругие, тепловые и электрические свойства металлов / К.П. Белов. – М. : Гостехиздат, 1951. – 315 с.
2. Бергман, Л. Ультразвук и его применение в науке и технике : пер. с нем. / Л. Бергман ; под. ред. В.С. Григорьева. – М. : Изд-во иностр. лит., 1957. – 727 с.
3. Поливанов, К.М. Ферромагнетики. Основы теории технического применения / К.М. Поливанов. – М.-Л. : Госэнергоиздат, 1957. – 256 с.
4. Кифер, И.И. Испытание ферромагнитных материалов / И.И. Кифер. – М. : Энергия, 1969. – 360 с.
5. Ультразвук. Маленькая энциклопедия / под ред. И.П. Голяминой. – М. : Сов. энцикл., 1979. – 400 с.
6. Демин, С.Б. Магнитострикционные системы для автоматизации технологического оборудования : монография / С.Б. Демин. – Пенза, Информ.-изд. центр ПГУ, 2002. – 182 с.
7. Лившиц, Б.Г. Физические свойства металлов и сплавов / Б.Г. Лившиц, В.С. Крапошин, Я.Л. Линецкий. – М. : Металлургия, 1980. – 380 с.
8. Белов, К.П. Магнитострикционные явления и их технические приложения / К.П. Белов. – М. : Наука, 1987. – 160 с.
9. Ландау, Л.Д. Электродинамика сплошных сред / Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц. – М. : Гостехиздат, 1957. – 342 с.

---

## **Mathematical Modeling of Elastic Pressure and Temperature Effects on the Form of Signals of Magnetostrictive Converters of Movements**

**O.N. Pchelintseva, E.S. Demin, S.B. Demin**

*Department «Electronics and Electrical Engineering»,  
Penza State Technological Academy;  
dstabor@yandex.ru*

**Key words and phrases:** elastic pressure; magnetostrictive converters of movements; mathematical modeling; temperature.

**Abstract:** The paper studies the influence of elastic pressure and temperature on output parameters of magnetostrictive converters of movements using the technique of mathematical modeling. Recommendations on the improvement of their metrological and operational characteristics are developed.

## **Mathematische Modellierung der Einwirkungen der elastischen Spannungen und der Temperatur auf die Form der Signale der magnetostriktiven Umformer der Umstellungen**

**Zusammenfassung:** Es sind die Einwirkungen der elastischen Spannungen und der Temperatur auf die Ausgangsangaben der magnetostriktiven Umformer der Umstellungen mit der Benutzung der Methode der mathematischen Modellierung untersucht. Es sind die Empfehlungen für die Verbesserung ihrer Metrologisch- und Gebrauchseigenschaften erarbeitet.

---

## **Modélage mathématique des actions des tensions élastiques et de la température sur la forme des signaux des transformateurs magnétostrictifs des déplacements**

**Résumé:** Sont étudiées les influences des tensions élastiques et de la température sur les paramètres de sortie des transformateurs magnétostrictifs des déplacements avec l'utilisation de la méthode du modélage mathématique. Sont élaborées des recommandations pour le perfectionnement de leurs caractéristiques métrologiques et celles d'exploitations.

---

**Авторы:** *Пчелинцева Ольга Николаевна* – аспирант кафедры «Электроника и электротехника»; *Демин Евгений Станиславович* – лаборант кафедры «Электроника и электротехника»; *Демин Станислав Борисович* – доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Электроника и электротехника», ГОУ ВПО «Пензенская государственная технологическая академия».

**Рецензент:** *Слесарев Юрий Николаевич* – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Прикладная математика и информатика», ГОУ ВПО «Пензенская государственная технологическая академия».

---