УДК 519.81

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД СИНТЕЗА МОДЕЛЕЙ ВЫБОРА НА ОСНОВЕ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК

Ю.В. Бугаев, И.Е. Медведкова, Б.Е. Никитин, А.С. Чайковский

Кафедра «Информационные технологии моделирования и управления», ГОУ ВПО «Воронежская государственная технологическая академия»; chaikovsky@mail.ru

Представлена членом редколлегии профессором В.И. Коноваловым

Ключевые слова и фразы: метод максимального правдоподобия; метод экстраполяции экспертных оценок; функция обобщенного критерия.

Аннотация: Предлагается метод нахождения точечных статистических оценок коэффициентов функции обобщенного критерия многокритериальных альтернатив по результатам экспертного ранжирования малой обучающей выборки. Данный метод может применяться при произвольной стратегии экспертного ранжирования как на порядковой, так и на более сильных или слабых шкалах.

Введение

При решении задачи выбора на множестве недоминируемых альтернатив в процессе проектирования и оптимизации функционирования технических и технологических систем количество рассматриваемых вариантов может быть слишком велико для того, чтобы у лица, принимающего решения (**ЛПР**), была возможность непосредственно к этому набору применить какой-либо механизм выбора оптимального варианта. Большинство же известных процедур предполагает вовлечение в процесс сравнения и оценки всего имеющегося набора альтернатив, и поэтому в данной ситуации они не пригодны.

Эффективным способом решения этой проблемы является метод экстраполяции экспертных оценок (**МЭЭО**), предложенный в [1, 2]. В нем на основе экспертного сравнения альтернатив из некоторой небольшой обучающей выборки строится система равенств и неравенств, описывающая область возможных значений вектора коэффициентов функции обобщенного критерия (**ОК**).

Один из вариантов МЭЭО [3] предполагает, что в оценивании альтернатив могут участвовать несколько экспертов, расхождения в их мнении интерпретируются как случайные ошибки, а итоговые оценки коэффициентов ОК определяются на основе метода максимального правдоподобия (**ММП**). При этом использованы допущения известной модели Терстоуна–Мостеллера [4], в которой экспертные оценки интерпретируются как реализации некоторых случайных, нормально распределенных величин. В таком виде МЭЭО может быть использован как механизм голосования при коллективном выборе. В настоящее время, по-видимому, нет других процедур голосования, итог которых был бы определен результатом ранжирования малой выборки вариантов. Следовательно, данный подход представляется перспективным направлением в построении процедур сужения множества не худших вариантов до приемлемых размеров.

Обоснование метода и описание вычислительных процедур для простейших вариантов групповой экспертизы было дано одним из авторов настоящей статьи в [5]. Попытки обобщения метода на случай произвольной стратегии экспертного сравнения альтернатив выборки показали, что при этом задача поиска оценок коэффициентов ОК становится весьма сложной в вычислительном плане, и поэтому возникла необходимость в выработке приближенных методов ее решения.

Метод максимального правдоподобия в экстраполяции экспертных оценок

Исходной предпосылкой для МЭЭО является существование функции ОК

$$F(x,b) = \sum b_h f_h(x) = \mathbf{b}^T f(x), \tag{1}$$

где $f_h(x)$ – известные функции; b_h – неизвестные параметры (веса). Согласно определению ОК, альтернатива x не хуже альтернативы y $(x \geq y)$ тогда и только тогда, когда $F(x) \geq F(y)$. ОК может субъективно оцениваться экспертом на интуитивном уровне. На основе экспертного сравнения альтернатив из обучающей выборки строится система равенств и неравенств, описывающая область возможных значений вектора $\mathbf{b}$ коэффициентов функции (1).

В общем случае результат ранжирования обучающей выборки из m альтернатив каждым r-м экспертом можно представить в виде матричного неравенства

$$\mathbf{C}^{(r)}\mathbf{w} \geq 0, \tag{2}$$

где $\mathbf{w}$ – вектор ценностей (полезностей) альтернатив; $\mathbf{C}^{(r)}$, $r = 1,\ldots,n$ – матрица, отображающая вариант упорядочения, выбранный r-м экспертом (структурная матрица r-го упорядочения); n – число экспертов. Способ построения матриц $\mathbf{C}^{(r)}$ покажем на следующем примере.

Пример 1. Пусть имеем выборку из 4 альтернатив $A_1,\ldots,A_4$. Предположим, что первый эксперт проранжировал выборку на порядковой шкале следующим образом: $A_2 \succeq A_1 \succeq A_3 \succeq A_4$. В соответствии с данным упорядочением имеем систему неравенств для ценностей альтернатив: $w_2 - w_1 \geq 0$; $w_1 - w_3 \geq 0$; $w_3 - w_4 \geq 0$. Таким образом, матрица $\mathbf{C}^{(1)}$, отображающая структуру упорядочения первого эксперта, будет иметь вид

$$\mathbf{C}^{(1)} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Предположим теперь, что второй эксперт предложил то же ранжирование на порядковой шкале, но дополнительно указал, что, по его мнению, разность $(w_2 - w_1)$ превосходит величину $(w_1 - w_3)$, то есть использовал более сильную шкалу, чем первый эксперт. Это означает, что справедливо неравенство $(w_2 - w_1) - (w_1 - w_3) = -2w_1 + w_2 + w_3 \geq 0$. Следовательно, матрица $\mathbf{C}^{(2)}$, отображающая структуру упорядочения второго эксперта, будет иметь вид

$$\mathbf{C}^{(2)} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Суть применения ММП основывается на предположении о независимости и нормальности распределения результатов экспертного оценивания. Тогда значение экспертной оценки полезности i-й альтернативы w_i интерпретируется как некая случайная величина с математическим ожиданием a_i. Будем также считать выборку однородной, в силу чего оцененные полезности имеют одинаковую дисперсию σ^2, которую можно интерпретировать, как величину разногласия мнений экспертов. Каждый предложенный вариант ранжирования (2) интерпретируется, как некое случайное событие, вероятность которого вычисляется по формуле

$$P_r(\theta) = \int_{D_r} g(x, a, \sigma) dx, \tag{3}$$

$$D_r = \left\{ x \in E^m \;\middle|\; \mathbf{C}^{(r)} x \geq 0 \right\},$$

где $g(x, a, \sigma)$ – плотность m-мерного нормального распределения вида

$$g(x, a, \sigma) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} \sigma^m} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} (x-a)^T (x-a) \right]. \tag{4}$$

На основе этих данных строится функция правдоподобия

$$L(k_1, k_2, \ldots, k_s, \theta) = \frac{n!}{k_1! \cdots k_s!} P_1^{k_1}(\theta) \cdots P_s^{k_s}(\theta), \tag{5}$$

где k_r – количество экспертов, выбравших r-й вариант упорядочения; $\theta = (a_1, \ldots, a_m, \sigma)^T$ – вектор оцениваемых параметров. В результате ее максимизации (5) находятся точечная оценка вектора **a**, математических ожиданий ценностей w и параметра σ.

Подобным же способом можно найти ММП оценки коэффициентов функции ОК, ранжирующего альтернативы адекватно экспертизе. Пусть вектор $\mathbf{x}^i$ соответствует векторной критериальной оценке i-й альтернативы, и пусть имеем, известную с точностью до коэффициентов, функцию ОК (1). Наложив ограничения $F(\mathbf{x}^i, b) = a_i$, и определив соответствующую точку условного максимума функции правдоподобия, можно получить ММП оценки коэффициентов b_h.

Успех решения этой задачи, в первую очередь, зависит от удачного выбора процедуры вычисления интегралов (3), в которых область интегрирования в общем случае представляет собой многогранный конус. В работе [5] показано, что при полном упорядочении выборки из m элементов кратность интеграла (3) будет равна $(m-1)$. За счет замены переменных кратность можно понизить до $(m-2)$. Это означает, что при использовании детерминированных процедур численного интегрирования задачу поиска оценок коэффициентов ОК при $m > 6$ нельзя решить за приемлемое время с точностью, необходимой для применения методов оптимизации по параметру.

В случае более сложной стратегии ранжирования, по сравнению с полным упорядочиванием, например при сравнении разностей в полезности (в примере 1 к подобному ранжированию прибегает второй эксперт), мы будем иметь весьма сложную область интегрирования, и уже при $m = 4$ придется подбирать специальные приемы решения задачи, индивидуальные для каждого результата экспертизы.

Применение метода статистических испытаний

Как известно [6], порядок погрешности численного интегрирования при использовании метода статистических испытаний (метод Монте-Карло) зависит не от кратности вычисляемого интеграла, а лишь от числа случайных точек. Кроме того, данный метод можно применять при интегрировании по областям практически любой сложной структуры.

Вместе с тем погрешность этого метода обычно больше, чем у детерминированных процедур. Поэтому он применяется в тех случаях, когда большая точность не столь важна. Например, точность численного интегрирования при определении вероятностей (3) в любом случае будет, как минимум, на порядок выше, чем точность итоговой статистической оценки, полученной по малой обучающей выборке.

Эти соображения позволяют применить названный метод для поиска точечных оценок коэффициентов ОК. Однако в этом случае вычисление интегралов (3) является лишь вспомогательной задачей. Для организации поиска максимума функции правдоподобия необходимо разрешить следующие проблемы.

1. Наличие случайной составляющей в процедуре вычисления интегралов неизбежно приведет к тому, что значение функции будет вычислено со случайной погрешностью, что, в свою очередь, негативно отразится на точности решения и скорости сходимости.

2. Необходимо обеспечить достаточно высокую точность интегрирования функции (5), а для этого надо, по крайней мере, иметь оценку этой точности при заданном количестве случайных реализаций N.

Первая проблема преодолевается достаточно легко. В работе [6] описан метод вычисления интегралов $I(\lambda)$, зависящих от параметра λ. Суть метода состоит в том, что при всех значениях $\lambda = \lambda^1, \ldots, \lambda^q$ для вычисления интегралов используется один и тот же набор случайных чисел. Если при этом подынтегральная функция непрерывно зависит от λ, то все значения оценок $\widehat{I}\left(\lambda^e\right)$ будут располагаться на гладкой поверхности. Кроме того, при дополнительных допущениях существует оценка погрешности вычисления $\widehat{I}(\lambda)$, справедливая одновременно для всех λ из некоторой ограниченной области. В работе [6] приводится пример использования значений $\widehat{I}\left(\lambda^i\right)$ для численного вычисления производной $I'(\lambda)$ и интерполяции. Следовательно, эти оценки можно применять для решения задачи оптимизации по параметру.

Вторая проблема сложнее. При вычислении интегралов методом Монте-Карло часто применяют специальные приемы уменьшения дисперсии оценки $\widehat{I}$. Ниже перечислены наиболее распространенные из них [6].

1. *Вычисление главной части*. Этот прием основан на поиске подходящей аппроксимации для подынтегральной функции, легко вычисляемой аналитически, а остаток аппроксимации определяется методом Монте-Карло.

2. *Интегрирование по части области*. В этом подходе метод Монте-Карло применяется для интегрирования по некоторой небольшой части области, а инте-

грал по основной части вычисляется аналитически или с помощью детерминированных процедур.

3. *Метод существенной выборки*. В этом способе разыгрывание случайных точек происходит согласно специально подобранной плотности распределения. Названный метод наиболее подходит для вычисления несобственных интегралов. В принципе он применим и в нашем случае.

Предположим, что заданы структурная матрица $\mathbf{C}^{(r)}$ r-го экспертного упорядочения выборки из m альтернатив, вектор $\mathbf{a}$ математических ожиданий ценности альтернатив и параметр σ. Тогда, для определения оценки вероятности (3) методом статистических испытаний, надо получить набор из N нормально распределенных независимых m-мерных случайных векторов $\mathbf{X}^{(j)}$ с параметрами $\mathbf{a}$ и σ. Далее подсчитывается число K векторов, для которых выполняется неравенство $\mathbf{C}^{(r)}\mathbf{X}^{(j)} \geq 0$ (для каждой компоненты полученного произведения). Отношение K/N будет искомой оценкой $\widehat{P}_r$ вероятности (3). Вычисление этой оценки необходимо повторить k_r раз по числу экспертов, выбравших r-й вариант упорядочения, используя для этого каждый раз новый набор векторов $\mathbf{X}^{(j)}$, независимый от остальных наборов.

Обозначим $\widehat{P}_{r,h}$ – оценка вероятности (3), полученная при h-м повторении. Тогда расчетное значение функции правдоподобия будет равно

$$\widehat{L}(k_1, k_2, ..., k_s, \theta) = \frac{n!}{k_1! \cdot \cdot k_s!} \prod_{r=1}^{s} \prod_{h=1}^{k_r} \widehat{P}_{r,u} \,. \quad (6)$$

Альтернативой к описанному методу является одновременное вычисление всех вероятностей (3) за одно разыгрывание набора случайных точек. Обозначим P – вероятность сложного события, означающего, что при экспертизе каждое r-е упорядочение встретилось ровно k_r раз. Для получения ее оценки необходимо разыграть Nn независимых m-мерных случайных векторов $\mathbf{X}^{(j)}$, сгруппировать их по n штук, и в каждой группе подсчитать число K' векторов, для которых неравенство $\mathbf{C}^{(r)}\mathbf{X}^{(j)} \geq 0$ выполняется k_r раз. Отношение K'/N будет оценкой $\widehat{P}$. Расчетное значение функции правдоподобия в этом случае будет равно

$$\widehat{L}(k_1, k_2, ..., k_s, \theta) = \frac{n!}{k_1! \cdot \cdot k_s!} \widehat{P} \,.$$

Чтобы выбрать лучший вариант, оценим среднюю погрешность и трудоемкость каждого из них.

Обозначим N' – число различных случайных точек, используемых для вычисления оценки $\widehat{P}$. Известна формула дисперсии этой оценки

$$D[\widehat{P}] = \frac{P(1-P)}{N'} \,. \quad (7)$$

Для вычисления дисперсии оценки, найденной первым способом, выведем формулу дисперсии произведения независимых оценок.

Пусть мы имеем некоторую систему случайных независимых величин $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_n$. Известна формула $D[\nu_i] = M[\nu_i^2] - (M[\nu_i])^2$. Воспользовавшись известным фактом, что совместная функция распределения независимых случайных величин равна произведению индивидуальных функций распределения, несложно получить выражение для дисперсии случайной величины $\nu = \nu_1 \nu_2 \cdots \nu_n$

$$D[\nu] = M[\nu_1^2] M[\nu_2^2] \cdots M[\nu_n^2] - \left(M[\nu_1]\right)^2 \left(M[\nu_2]\right)^2 \cdots \left(M[\nu_n]\right)^2 . \qquad (8)$$

Допустим теперь, что $p_1, p_2, \ldots, p_n$ – вероятности n независимых случайных событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$ и $\widehat{p}_1, \widehat{p}_2, \ldots, \widehat{p}_n$ – соответствующие оценки. Введем систему случайных независимых величин $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$, таких что $\xi_i = 1$, если событие A_i произошло и $\xi_i = 0$ в противном случае.

Имея выборку $\xi_i^1, \xi_i^2, \ldots, \xi_i^{N_i}$ величины ξ_i, запишем

$$\nu_i = \widehat{p}_i = \frac{\sum\limits_j \xi_i^j}{N_i} .$$

Известны формулы $M[\widehat{p}_i] = p_i$; $D[\widehat{p}_i] = \dfrac{p_i(1-p_i)}{N_i}$. Отсюда

$$M[(\widehat{p}_i)^2] = \frac{p_i(1-p_i)}{N_i} + p_i = \frac{p_i(1-p_i) + N_i p_i}{N_i} = \frac{z_i + N_i p_i}{N_i} ,$$

где $z_i = p_i(1-p_i)$.

Теперь воспользуемся формулой (8)

$$D[\nu] = \frac{(z_1 + N_1 p_1)(z_2 + N_2 p_2) \cdots (z_n + N_n p_n) - p_1^2 p_2^2 \cdots p_n^2}{N_1 N_2 \cdots N_n} .$$

В полученном выражении можно оставить только члены порядка $1/N_i$, отбросив все произведения чисел N_i. Тогда для получения результата нужно перемножить первый член каждой скобки на вторые слагаемые всех остальных скобок. В результате получим искомую формулу

$$D[\widehat{p}_1 \cdots \widehat{p}_n] = (p_1 \cdots p_n)^2 \sum_i \frac{1-p_i}{p_i N_i} . \qquad (9)$$

Сравним значения, вычисляемые по формулам (7) и (9). Полагая, что в (9) все N_i одинаковые, а в (7) $P = p_1 p_2 \cdots p_n$, $N' = N_i$, получим

$$\frac{D[\widehat{P}]}{D[\widehat{p}_1 \cdots \widehat{p}_n]} = \frac{(1 - p_1 \cdots p_n)}{(p_1 \cdots p_n) \sum \dfrac{1-p_i}{p_i}} .$$

При малых и примерно одинаковых значениях p_i это отношение приблизительно равно $\dfrac{n}{p_i^{n-1}}$. Следовательно, первый метод дает значительно меньшую погрешность, чем второй.

Значения функции (5) могут быть очень малыми, поэтому вместо L удобно максимизировать функцию $\ln L$. Следовательно, для поиска решения задачи необходимо иметь оценку ошибки $\ln\widehat{L}$.

Пусть некая величина x известна с абсолютной погрешностью $\pm\Delta$. Имеем

$$x \pm \Delta = x\left(1 \pm \frac{\Delta}{x}\right) = x(1 \pm \delta).$$

Отсюда при малом δ

$$\ln(x \pm \Delta) = \ln x + \ln(1 \pm \delta) \approx \ln x \pm \delta .$$

Следовательно, абсолютная погрешность $\ln\widehat{L}$ примерно равна относительной погрешности $\widehat{L}$, которую легко получить из формулы (9)

$$\delta = \frac{\sqrt{D[\widehat{p}_1 \cdots \widehat{p}_n]}}{p_1 \cdots p_n} = \sqrt{\sum_i \frac{1 - p_i}{p_i N_i}} . \qquad (10)$$

Наконец, определим оптимальные значения N_i, необходимые для достижения заданной точности вычисления интегралов (3). Обычно в методе статистических испытаний неизвестные заранее значения p_i заменяют их оценками, полученными в результате предварительных прогонов. Далее, исходя из заданной точности, определяют необходимое число реализаций N.

В нашем случае надо знать несколько значений N_i, поэтому подберем их так, чтобы при заданном общем количестве реализаций, то есть $\sum_i N_i = N_0$, значение δ было минимально. Обозначим $c_i = \dfrac{1 - \widehat{p}_i}{\widehat{p}_i}$ и составим функцию Лагранжа

$$\Lambda = \sum_i \frac{c_i}{N_i} + \lambda\left(\sum_i N_i - N_0\right).$$

Составляем систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\Lambda}{\partial N_i} \equiv -\dfrac{c_i}{N_i^2} + \lambda = 0 \\ \dfrac{\partial\Lambda}{\partial\lambda} \equiv \left(\sum_i N_i - N_0\right) = 0 . \end{cases}$$

Отсюда получаем, что значения N_i должны быть пропорциональны $\sqrt{c_i}$, то есть

$$N_i^{\text{opt}} = \frac{N_0\sqrt{\dfrac{1 - \widehat{p}_i}{\widehat{p}_i}}}{\sum_j \sqrt{\dfrac{1 - \widehat{p}_j}{\widehat{p}_j}}} . \qquad (11)$$

Теперь, исходя из заданного значения относительной погрешности $\delta^{\text{контр}}$, несложно найти соответствующее значение N_0 из формул (10) и (11)

$$N_0^{\min} = \left(\frac{\sum_j \sqrt{\frac{1-\hat{p}_j}{\hat{p}_j}}}{\delta^{\text{контр}}} \right)^2 . \qquad (12)$$

Оптимизация и численные примеры

Процесс оптимизации должен протекать при оптимальном значении N_0, но для его определения необходимо знать достаточно точные оценки $\hat{p}_i$, которые изменяются в зависимости от оптимизируемых параметров a_i. Поэтому для подбора значения N_0, надо иметь хорошее начальное приближение к a_i. Для этого можно решить задачу оптимизации при сравнительно небольшом значении N_0, получить приближенное решение, а затем рассчитать оптимальные значения N_0 и N_i.

Пример 2. Дана функция $y(x) = 6{,}2x - x^2$ и значения $x = 0{,}5; 1{,}5; 2{,}5; 3{,}5;$ $4{,}5; 5{,}5$. Каждое из данных шести значений функции $y(x)$ будем интерпретировать как величину ценности соответствующей альтернативы. Порядковые номера альтернатив соответствуют возрастающим значениям x. Проведем имитацию экспертного упорядочивания данного набора. Для этого на значение $y(x)$ наложим погрешность, и полученные числа упорядочим по убыванию. Повторив так шесть раз, мы получим следующую матрицу результатов «экспертизы»

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 3 & 4 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 5 & 3 & 4 & 5 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 5 \\ 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Здесь каждый столбец означает вариант упорядочения набора альтернатив с указанием их порядковых номеров по убыванию ценности. Каждое из этих упорядочений представим в виде соответствующей структурной матрицы:

$$\mathbf{C}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ldots, \mathbf{C}^{(6)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Значения $f_h(x)$ в формуле (1) будем считать равными $f_1(x) = x$; $f_2(x) = -x^2$.

Максимизируя функцию (5) по параметрам b_1, b_2 при условии $b_h \geq 0$, получим при пробном расчете с $N^{\text{нач.}} = 10^4$; $b_1 = 4{,}69112$; $b_2 = 0{,}72696$. Оценки вероятностей равны: $\widehat{p}_i$ = (0,1664; 0,0872; 0,0491; 0,1636; 0,1255; 0,0501).

Положив далее $\delta^{\text{контр}} = 0{,}01$, получим по формулам (12) и (11): $N_0^{\min} = 3659375$ и N_i = (428159; 618918; 841841; 432533; 504965; 832959).

Проведем основную часть оптимизации при найденных параметрах. В результате получим искомые значения коэффициентов ОК: $b_1 = 7{,}4325$; $b_2 = 1{,}1584$.

Оптимизация проводилась с помощью процедуры fminsearch системы MatLab. Численные эксперименты показали, что структура целевой функции $\ln \widehat{L}$ весьма удобна для минимизации, вблизи точки оптимума хорошо аппроксимируется квадратичной функцией, не имеет оврагов и прочих особенностей.

Очевидно, что функция ОК, найденная по результатам экспертизы на порядковой шкале, определена с точностью до линейного преобразования $(ay + c)$, $a > 0$. Для сопоставимости исходной и восстановленной функций подберем значения a и c так, чтобы добиться максимального совпадения их графиков (например, согласно принципу наименьших квадратов). Получим следующую функцию ОК

$$y1(x) = 0{,}83(7{,}4325x - 1{,}1584x^2) - 0{,}363 = 6{,}169x - 0{,}961x^2 - 0{,}363,$$

коэффициенты которой весьма близки к коэффициентам $y(x)$. Кроме того (это главное), найденная функция упорядочивает все альтернативы выборки так же, как эталонная функция $y(x)$.

Для сравнения на рис. 1 приведены графики обеих функций.

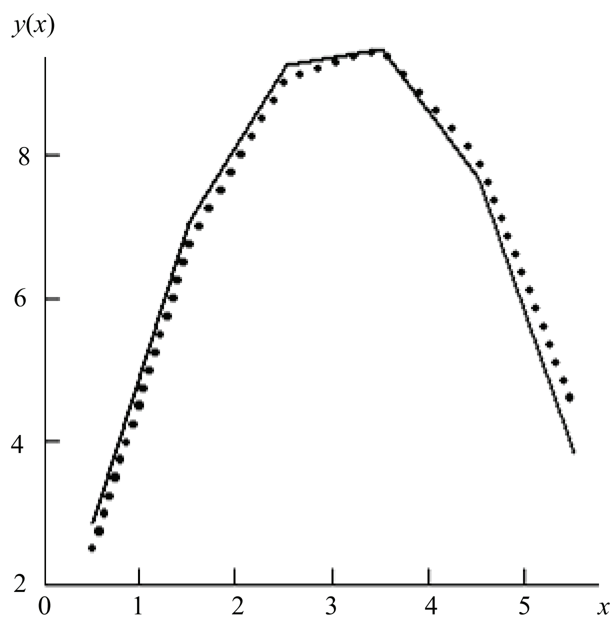

Рис. 1. Сравнение графиков эталонной функции и восстановленной с помощью ММП:
— – эталонная функция; ······ – восстановленная функция

Замечание. Ценность любого иллюстративного примера существенно повышается, если: во-первых, известно его решение, с которым можно сравнить ответ, найденный описываемым методом; во-вторых, если он имеет наглядное представление, например, графическое. Приведенный пример, разумеется, не имеет прикладного значения и предназначен лишь для демонстрации возможностей метода. Он выбран, поскольку обладает перечисленными достоинствами.

Вывод

Разработан метод нахождения точечных оценок ММП коэффициентов функции обобщенного критерия многокритериальных альтернатив по результатам экспертного ранжирования малой обучающей выборки. Данный метод может применяться при произвольной стратегии экспертного ранжирования как на порядковой, так и на более сильных или слабых шкалах.

Список литературы

1. Пустыльник, Е.И. Использование линейной модели для экстраполяции экспертных оценок / Е.И. Пустыльник, В.В. Сысоев, М.С. Чирко // Сб. науч. тр. «Автоматизация проектирования» / Моск. Дом науч.-техн. пропаганды. – М., 1981. – С. 46–50.

2. Пустыльник, Е.И. Об одном методе экстраполяции экспертных оценок / Е.И. Пустыльник, В.В. Сысоев, М.С. Чирко // Экономика и математ. методы. – 1983. – Вып. 4. – С. 716–717.

3. Десятов, Д.Б. Принятие решений на основе экспертных оценок с использованием метода максимального правдоподобия / Д.Б. Десятов, В.В. Сысоев, М.С. Чирко // Сб. науч. тр. «Автоматизация проектирования производственных систем» / Воронеж. пед. ин-т. – Воронеж, 1984. – С. 32–36.

4. Шмерлинг, Д.С. Экспертные оценки. Методы и применение (обзор) / Д.С. Шмерлинг, С.А. Дубровский, Т.Д. Аржанова // Статистические методы анализа экспертных оценок. – М., 1977. – С. 290–322.

5. Бугаев, Ю.В. Экстраполяция экспертных оценок в оптимизации технологических систем / Ю.В. Бугаев // Изв. АН. Теория и системы управления. – 2003. – № 3. – С. 90–96.

6. Соболь, И.М. Численные методы Монте-Карло / И.М. Соболь. – М. : Наука, 1973. – 312 с.

Approximate Technique of Selection Models Synthesis Based on Expert Evaluation Extrapolation

Yu.V. Bugaev, I.E. Medvedkova, B.E. Nikitin, A.S. Chaikovsky

Department "Information Technologies for Modeling and Management", VSTA; chaikovsky@mail.ru

Key words and phrases: function of generalized criterion; method of expert evaluation extrapolation; method of maximum credibility.

Abstract: The method of dot statistical estimations calculating for factors of the generalized criterion function of multi-criteria alternatives by the results of expert ranging of small training sample is offered. The given method can be applied to any strategy of expert ranging on serial scale as well as strong or weak scales.

Annäherungsmethode der Synthese der Modelle der Auswahl auf Grund der Extrapolation der Experteneinschätzungen

Zusammenfassung: Es wird die Methode des Auffindens der punktförmigen Statistikeinschätzungen der Koeffizienten der Funktion des allgemeinen Kriteriums der vielkriterialen Alternativen nach den Resultaten der Expertenrangordnung der kleinen Lehrauswahl vorgeschlagen. Diese Methode kann bei der willkürlichen Strategie der Expertenrangordnung benutzt werden.

Méthode d'approche de la synthèse des modèles du choix à la base de l'extrapolation des estimations d'expert

Résumé: Est proposée la méthode de la recherche des estimations statistiques de point des coefficients des fonctions du critère des alternatives à multicritères d'après les résultats du rangement d'expert d'un petit entrainement éducatif. Cette méthode peut être appliquée lors de la stratégie facultative du rangement d'expert sur les échelles d'ordre faibles et fortes.

Авторы: ***Бугаев Юрий Владимирович*** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Информационные технологии моделирования и управления»; ***Медведкова Ирина Евгеньевна*** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Информационные технологии моделирования и управления»; ***Никитин Борис Егорович*** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Информационные технологии моделирования и управления»; ***Чайковский Андрей Сергеевич*** – аспирант кафедры «Информационные технологии моделирования и управления», ГОУ ВПО «ВГТА».

Рецензент: ***Абрамов Геннадий Владимирович*** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Информационные технологии моделирования и управления», ГОУ ВПО «ВГТА».
