

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ КРАЕВЫХ НАГРУЗКАХ

Е.Д. Мордовин

ЗАО «Завод Тамбовполимермаш»; zaoskb@rambler.ru

Представлена членом редколлегии профессором В.И. Коноваловым

Ключевые слова и фразы: амплитудные и местные значения компонентов напряженно-деформированного состояния; байонетные затворы; обобщенные функции напряжений и прогиба; периодические краевые нагрузки; функции частных решений; цилиндрические оболочки.

Аннотация: Описана методика, предназначенная для расчета амплитудных и местных перемещений и напряжений в коротких и полубесконечных цилиндрических оболочках при периодических краевых нагрузках, имеющих место, например, в байонетных затворах форматоров-вулканизаторов пневматических шин и другой технике (подводных лодок, космических кораблей, аппаратов в химической промышленности и др.).

Напряженно-деформированное состояние короткой цилиндрической оболочки при краевой периодической нагрузке рассмотрено в работе [1]. В данной статье рассматривается циклическое напряженно-деформированное состояние коротких оболочек, используемых, например, в оборудовании с быстродействующими затворами байонетного типа. Байонетные затворы пресс-форм форматоров-вулканизаторов, в отличие от затворов другой техники, должны быть не только прочными, но и жесткими на изгиб и растяжение. Материал излагается в матричной форме, удобной для программирования расчета на современных ЭВМ.

Циклические воздействия на одном краю оболочки оказывают влияние на напряженно-деформированное состояние другого ее края (полубесконечная оболочка рассмотрена в работе [2]). Автор полагает, что такая методика может использоваться при внедрении в производство новых конструкций форматоров-вулканизаторов [3].

Согласно [1] представим обобщенную функцию напряжений плоской задачи $\Phi(\alpha)$ и обобщенную функцию прогиба $W(\alpha)$ в следующем виде

$$\begin{aligned} \Phi(\alpha) &= c_1 f_1(\alpha) - c_2 f_2(\alpha) + c_3 F_1(\alpha) + c_4 F_2(\alpha) + \\ &+ c_5 f_3(\alpha) + c_6 f_4(\alpha) + c_7 F_3(\alpha) - c_8 F_4(\alpha); \\ W(\alpha) &= c_1 f_2(\alpha) + c_2 f_1(\alpha) - c_3 F_2(\alpha) + c_4 F_1(\alpha) - \\ &- c_5 f_4(\alpha) + c_6 f_3(\alpha) + c_7 F_4(\alpha) + c_8 F_3(\alpha), \end{aligned} \quad (1)$$

где c_1, c_2, \dots, c_8 – постоянные, определяемые из граничных условий на краях оболочки; $f_i(\alpha)$ и $F_i(\alpha)$ – функции частных решений уравнения, представленного в [1]:

$$\begin{aligned} f_1(\alpha) &= e^{-kam} \cos k\alpha; & f_2(\alpha) &= e^{-kam} \sin k\alpha; \\ f_3(\alpha) &= e^{kam} \cos k\alpha; & f_4(\alpha) &= e^{kam} \sin k\alpha; \\ F_1(\alpha) &= e^{-Kam} \cos K\alpha; & F_2(\alpha) &= e^{-Kam} \sin K\alpha; \\ F_3(\alpha) &= e^{Kam} \cos K\alpha; & F_4(\alpha) &= e^{Kam} \sin K\alpha, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} k &= s(m+1)/2m; & K &= s(m-1)/2m; \\ s &= \sqrt{\chi r/2\delta}; & m &= \sqrt{4\psi + \sqrt{16\psi^2 + 1}}; & m > 1; \\ \psi &= (pn/s\sqrt{2})^2; & \chi &= \sqrt{12(1-v^2)}, \end{aligned} \quad (3)$$

α – независимая переменная величина вдоль образующей оболочки, $0 \leq \alpha \leq l/r$, r – радиус срединной поверхности оболочки; δ – толщина стенки оболочки; l – длина оболочки; v – коэффициент Пуассона материала оболочки; p – порядковые номера членов ряда Фурье [1], $p = 1, 2, \dots$; n – количество распределенных периодических нагрузок на краю оболочки.

Производные от функций (2) представим в виде:

$$\begin{aligned} f_1'(\alpha) &= -k[mf_1(\alpha) + f_2(\alpha)]; & f_1''(\alpha) &= k^2[(m^2 - 1)f_1(\alpha) + 2mf_2(\alpha)]; \\ f_2'(\alpha) &= -k[mf_2(\alpha) - f_1(\alpha)]; & f_2''(\alpha) &= k^2[(m^2 - 1)f_2(\alpha) - 2mf_1(\alpha)]; \\ f_3'(\alpha) &= k[mf_3(\alpha) - f_4(\alpha)]; & f_3''(\alpha) &= k^2[(m^2 - 1)f_3(\alpha) - 2mf_4(\alpha)]; \\ f_4'(\alpha) &= k[mf_4(\alpha) + f_3(\alpha)]; & f_4''(\alpha) &= k^2[(m^2 - 1)f_4(\alpha) + 2mf_3(\alpha)]; \\ f_1'''(\alpha) &= -k^3[(m^2 - 3)mf_1(\alpha) + (3m^2 - 1)f_2(\alpha)]; \\ f_2'''(\alpha) &= -k^3[(m^2 - 3)mf_2(\alpha) - (3m^2 - 1)f_1(\alpha)]; \\ f_3'''(\alpha) &= k^3[(m^2 - 3)mf_3(\alpha) - (3m^2 - 1)f_4(\alpha)]; \\ f_4'''(\alpha) &= k^3[(m^2 - 3)mf_4(\alpha) + (3m^2 - 1)f_3(\alpha)]. \end{aligned} \quad (4)$$

Обозначим через $J_1 f_i(\alpha)$, $J_2 f_i(\alpha)$ ($i = 1, 2, 3, 4$), соответственно, результаты первого и второго интегрирования функций (2):

$$\begin{aligned} J_1 f_1(\alpha) &= -[mf_1(\alpha) - f_2(\alpha)]/k(m^2 + 1); \\ J_1 f_2(\alpha) &= -[mf_2(\alpha) + f_1(\alpha)]/k(m^2 + 1); \\ J_1 f_3(\alpha) &= [mf_3(\alpha) + f_4(\alpha)]/k(m^2 + 1); \\ J_1 f_4(\alpha) &= [mf_4(\alpha) - f_3(\alpha)]/k(m^2 + 1); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_2 f_1(\alpha) &= \left[(m^2 - 1) f_1(\alpha) - 2m f_2(\alpha) \right] / k^2 (m^2 + 1)^2; \\
J_2 f_2(\alpha) &= \left[(m^2 - 1) f_2(\alpha) + 2m f_1(\alpha) \right] / k^2 (m^2 + 1)^2; \\
J_2 f_3(\alpha) &= \left[(m^2 - 1) f_3(\alpha) + 2m f_4(\alpha) \right] / k^2 (m^2 + 1)^2; \\
J_2 f_4(\alpha) &= \left[(m^2 - 1) f_4(\alpha) - 2m f_3(\alpha) \right] / k^2 (m^2 + 1)^2.
\end{aligned} \tag{5}$$

Аналогичные формулы производных и интегралов функций $F_i(\alpha)$ получим, если в (4) и (5) заменим параметр k на K и $f_i(\alpha)$ на $F_i(\alpha)$.

При $\alpha = 0$, согласно (2), (4) и (5), имеем:

$$\begin{aligned}
f_1(0) = 1; \quad f_2(0) = 0; \quad f_3(0) = 1; \quad f_4(0) = 0; \\
F_1(0) = 1; \quad F_2(0) = 0; \quad F_3(0) = 1; \quad F_4(0) = 0;
\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
f_1'(0) = -km; \quad f_2'(0) = k; \quad f_3'(0) = km; \quad f_4'(0) = k; \\
f_1''(0) = k^2(m-1); \quad f_2''(0) = -2mk^2; \\
f_3''(0) = k^2(m^2-1); \quad f_4''(0) = 2mk^2; \\
f_1'''(0) = -k^3m(m^2-3); \quad f_2'''(0) = k^3(3m^2-1); \\
f_3'''(0) = k^3m(m^2-3); \quad f_4'''(0) = k^3(3m^2-1);
\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
J_1 f_1(0) = -m/k(m^2+1); \quad J_1 f_2(0) = -1/k(m^2+1); \\
J_1 f_3(0) = m/k(m^2+1); \quad J_1 f_4(0) = -1/k(m^2+1); \\
J_2 f_1(0) = (m^2-1)/k^2(m^2+1)^2; \quad J_2 f_2(0) = 2m/k^2(m^2+1)^2; \\
J_2 f_3(0) = (m^2-1)/k^2(m^2+1)^2; \quad J_2 f_4(0) = -2m/k^2(m^2+1)^2.
\end{aligned} \tag{8}$$

Аналогичные формулы производных и интегралов для функций $F_i(\alpha)$ получим, если в (7) и (8) заменим k на K и $f_i(\alpha)$ на $F_i(\alpha)$.

Для определения постоянных c_1, c_2, \dots, c_8 , входящих в решение (1), необходимо иметь систему из восьми уравнений, содержащих граничные условия. В качестве граничных условий данной задачи удобнее использовать статические параметры:

$$\begin{aligned}
N(\alpha) = -\frac{p^2 n^2}{r^2} \Phi(\alpha); \quad S(\alpha) = \frac{pn}{r^2} \Phi'(\alpha); \quad M(\alpha) = \frac{\delta}{\chi r^2} [W''(\alpha) - \nu p^2 n^2 W(\alpha)]; \\
Q(\alpha) = -\frac{\delta}{\chi r^3} [W'''(\alpha) - (2-\nu) p^2 n^2 W'(\alpha)],
\end{aligned} \tag{9}$$

где $N(\alpha)$, $S(\alpha)$, $Q(\alpha)$ – интенсивности нормального, касательного и приведенного по Кирхгофу поперечного усилий соответственно; $M(\alpha)$ – интенсивность меридионального изгибающего момента.

Для всех функций (9) имеются в виду их амплитудные значения по полярному углу φ (см. [1]). Рассматриваемое меридиональное сечение принимается лежащим в плоскости симметрии участка распределенной периодической нагрузки ($\varphi = 0$), вследствие чего функция $S(\alpha)$ считается нечетной относительно угла φ , остальные – четными.

Расчетная схема оболочки дана на рис. 1, а. Положительные направления параметров (9) показаны на рис. 1, в. Соотношения (9) справедливы для $n \geq 4$. На краях оболочки (рис. 1, а, б) при $\alpha = 0$ и $\alpha = \alpha_l = l/r$ параметры (9) имеют вид, соответственно:

$$\begin{aligned} N_p^0 &= -\frac{p^2 n^2}{r^2} \Phi(0); \quad S_p^0 = \frac{pn}{r^2} \Phi'(0); \quad M_p^0 = \frac{\delta}{\chi r^2} [W''(0) - \nu p^2 n^2 W(0)]; \\ Q_p^0 &= -\frac{\delta}{\chi r^3} [W'''(0) - (2 - \nu) p^2 n^2 W'(0)]; \\ N_p^l &= -\frac{p^2 n^2}{r^2} \Phi(\alpha_l); \quad S_p^l = \frac{pn}{r^2} \Phi'(\alpha_l); \quad M_p^l = \frac{\delta}{\chi r^2} [W''(\alpha_l) - \nu p^2 n^2 W(\alpha_l)]; \\ Q_p^l &= -\frac{\delta}{\chi r^3} [W'''(\alpha_l) - (2 - \nu) p^2 n^2 W'(\alpha_l)]. \end{aligned} \quad (10)$$

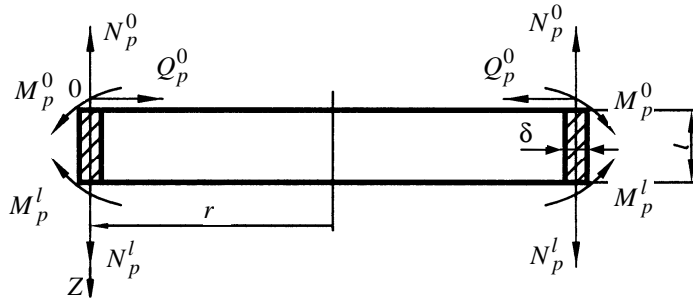
Положительные направления параметров (10) показаны на рис. 1, а, б.

Исключая коэффициенты в правой части уравнений (10), подставляя вместо $\Phi(0)$, $W(0)$ и $\Phi(\alpha_l)$, $W(\alpha_l)$ значения функций $\Phi(\alpha)$, $W(\alpha)$ (1) и их производных (4) при $\alpha = 0$ и $\alpha = \alpha_l = l/r$, и группируя члены при одинаковых постоянных c_i , получаем в развернутом виде систему из восьми уравнений с восемью неизвестными c_1, c_2, \dots, c_8 , записанную в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & a_{17} & a_{18} \\ -a_{21} & -a_{22} & -a_{23} & -a_{24} & a_{25} & a_{26} & a_{27} & a_{28} \\ -a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & -a_{35} & a_{36} & a_{37} & a_{38} \\ a_{41} & -a_{42} & -a_{43} & -a_{44} & -a_{45} & a_{46} & a_{47} & a_{48} \\ a_{51} & -a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} & a_{57} & -a_{58} \\ a_{61} & -a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} & a_{67} & -a_{68} \\ a_{71} & a_{72} & -a_{73} & a_{74} & -a_{75} & a_{76} & a_{77} & a_{78} \\ a_{81} & a_{82} & -a_{83} & a_{84} & -a_{85} & a_{86} & a_{87} & a_{88} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \\ c_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_0^* \\ S_0^* \\ M_0^* \\ Q_0^* \\ N_l^* \\ S_l^* \\ M_l^* \\ Q_l^* \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} N_0^* &= -\frac{r^2}{p^2 n^2} N_p^0; \quad S_0^* = \frac{r^2}{pn} S_p^0; \quad M_0^* = \frac{\chi r^2}{\delta} M_p^0; \quad Q_0^* = \frac{\chi r^3}{\delta} Q_p^0; \\ N_l^* &= -\frac{r^2}{p^2 n^2} N_p^l; \quad S_l^* = \frac{r^2}{pn} S_p^l; \quad M_l^* = \frac{\chi r^2}{\delta} M_p^l; \quad Q_l^* = -\frac{\chi r^3}{\delta} Q_p^l; \end{aligned}$$



a)

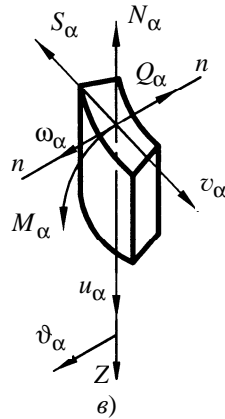
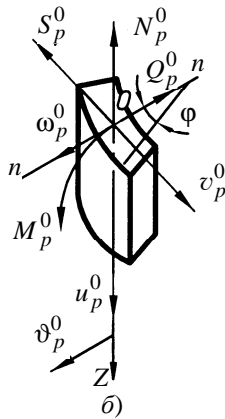


Рис. 1. Расчетная схема цилиндрической оболочки при периодических краевых нагрузках:

a – оболочка; *б, в* – положительные направления амплитудных и местных статических и кинематических параметров соответственно при $\alpha = 0, \varphi = 0$ и $\alpha \neq 0, \varphi \neq 0$

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= a_{13} = a_{15} = a_{17} = 1; & a_{12} &= a_{14} = a_{16} = a_{18} = 0; \\
 a_{21} &= a_{25} = km; & a_{22} &= a_{26} = k; & a_{23} &= a_{27} = Km; & a_{24} &= a_{28} = K; \\
 a_{31} &= a_{35} = 2k^2m; & a_{32} &= a_{36} = k^2(m^2 - 1) - \nu p^2 n^2; & a_{33} &= a_{37} = 2Km; \\
 a_{34} &= a_{38} = K^2(m^2 - 1) - \nu p^2 n^2; \\
 a_{41} &= a_{45} = k^3(3m^2 - 1) - (2 - \nu)p^2 n^2 k; \\
 a_{42} &= a_{46} = k^3 m(m^2 - 3) - (2 - \nu)p^2 n^2 km; \\
 a_{43} &= a_{47} = K^3(3m^2 - 1) - (2 - \nu)p^2 n^2 K; \\
 a_{44} &= a_{48} = K^3 m(m^2 - 3) - (2 - \nu)p^2 n^2 Km; \\
 a_{51} &= f_1(\alpha_l); & a_{52} &= f_2(\alpha_l); & a_{53} &= F_1(\alpha_l); & a_{54} &= F_2(\alpha_l); \\
 a_{55} &= f_3(\alpha_l); & a_{56} &= f_4(\alpha_l); & a_{57} &= F_3(\alpha_l); & a_{58} &= F_4(\alpha_l); \\
 a_{61} &= f_1'(\alpha_l); & a_{62} &= f_2'(\alpha_l); & a_{63} &= F_1'(\alpha_l); & a_{64} &= F_2'(\alpha_l); \\
 a_{65} &= f_3'(\alpha_l); & a_{66} &= f_4'(\alpha_l); & a_{67} &= F_3'(\alpha_l); & a_{68} &= F_4'(\alpha_l);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{71} &= f_2''(\alpha_l) - \nu p^2 n^2 f_2(\alpha_l); & a_{72} &= f_1''(\alpha_l) - \nu p^2 n^2 f_1(\alpha_l); \\
a_{73} &= F_2''(\alpha_l) - \nu p^2 n^2 F_2(\alpha_l); & a_{74} &= F_1''(\alpha_l) - \nu p^2 n^2 F_1(\alpha_l); \\
a_{75} &= f_4''(\alpha_l) - \nu p^2 n^2 f_4(\alpha_l); & a_{76} &= f_3''(\alpha_l) - \nu p^2 n^2 f_3(\alpha_l); \\
a_{77} &= F_4''(\alpha_l) - \nu p^2 n^2 F_4(\alpha_l); & a_{78} &= F_3''(\alpha_l) - \nu p^2 n^2 F_3(\alpha_l); \\
a_{81} &= f_2'''(\alpha_l) - (2-\nu)p^2 n^2 f_2'(\alpha_l); & a_{82} &= f_1'''(\alpha_l) - (2-\nu)p^2 n^2 f_1'(\alpha_l); \\
a_{83} &= F_2'''(\alpha_l) - (2-\nu)p^2 n^2 F_2'(\alpha_l); & a_{84} &= F_1'''(\alpha_l) - (2-\nu)p^2 n^2 F_1'(\alpha_l); \\
a_{85} &= f_4'''(\alpha_l) - (2-\nu)p^2 n^2 f_4'(\alpha_l); & a_{86} &= f_3'''(\alpha_l) - (2-\nu)p^2 n^2 f_3'(\alpha_l); \\
a_{87} &= F_4'''(\alpha_l) - (2-\nu)p^2 n^2 F_4'(\alpha_l); & a_{88} &= F_3'''(\alpha_l) - (2-\nu)p^2 n^2 F_3'(\alpha_l).
\end{aligned}$$

В случае отсутствия каких-либо краевых периодических воздействий на оболочку вместо них в матрицу (11) подставляются нули.

Нормальное окружное усилие, окружной изгибающий и крутящий моменты определяются, соответственно, по формулам:

$$\begin{aligned}
N(\varphi) &= \frac{1}{r^2} \Phi''(\alpha); & M(\varphi) &= \frac{\delta}{\chi r^2} [\nu W''(\alpha) - p^2 n^2 W(\alpha)]; \\
H &= (1-\nu) \frac{\delta}{\chi r^2} p n W'(\alpha),
\end{aligned} \tag{12}$$

где $0 \leq \alpha \leq l/r$.

Значения постоянных c_1, c_2, \dots, c_8 , входящих в решение (1), можно найти, решая матричное уравнение (11) с использованием обратной матрицы,

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \\ c_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{21} & D_{31} & D_{41} & D_{51} & D_{61} & D_{71} & D_{81} \\ D_{12} & D_{22} & D_{32} & D_{42} & D_{52} & D_{62} & D_{72} & D_{82} \\ D_{13} & D_{23} & D_{33} & D_{43} & D_{53} & D_{63} & D_{73} & D_{83} \\ D_{14} & D_{24} & D_{34} & D_{44} & D_{54} & D_{64} & D_{74} & D_{84} \\ D_{15} & D_{25} & D_{35} & D_{45} & D_{55} & D_{65} & D_{75} & D_{85} \\ D_{16} & D_{26} & D_{36} & D_{46} & D_{56} & D_{66} & D_{76} & D_{86} \\ D_{17} & D_{27} & D_{37} & D_{47} & D_{57} & D_{67} & D_{77} & D_{87} \\ D_{18} & D_{28} & D_{38} & D_{48} & D_{58} & D_{68} & D_{78} & D_{88} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} N_0^* \\ S_0^* \\ M_0^* \\ Q_0^* \\ N_l^* \\ S_l^* \\ M_l^* \\ Q_l^* \end{pmatrix}, \tag{13}$$

где $D_{ij} = A_{ij} / \Delta$; $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$; A_{ij}, M_{ij}, Δ – алгебраическое дополнение элемента a_{ij} , минор элемента a_{ij} и определитель квадратной матрицы соответственно.

Зная крайние периодические нагрузки и используя (13), можно на ЭВМ вычислить постоянные c_1, c_2, \dots, c_8 . Подставив найденные значения c_i в решение (1) и используя функции (2), их производные (4) и интегралы (5), находят значения функций $\Phi(\alpha), W(\alpha)$, их производных $\Phi'(\alpha), \Phi''(\alpha), W'(\alpha), W''(\alpha), W'''(\alpha)$ и интегралов $J_1 \Phi(\alpha), J_2 \Phi(\alpha)$ при $0 \leq \alpha \leq l/r$. Далее определяют амплитудные зна-

чения статических (9), (12) и кинематических (14) параметров при тех же значениях α ($0 \leq \alpha \leq l/r$):

$$\begin{aligned} \omega(\alpha) &= \frac{\chi}{E\delta^2} W(\alpha); \quad \vartheta(\alpha) = \frac{\chi}{E\delta^2 r} W'(\alpha); \quad u(\alpha) = -\frac{1}{E\delta r} \left[\nu \Phi'(\alpha) + p^2 n^2 J_1 \Phi(\alpha) \right]; \\ v(\alpha) &= \frac{pn}{E\delta r} \left[(2 + \nu) \Phi(\alpha) - p^2 n^2 J_2 \Phi(\alpha) \right], \end{aligned} \quad (14)$$

где E – модуль упругости Юнга материала оболочки; $\omega(\alpha)$, $u(\alpha)$ и $v(\alpha)$ – составляющие перемещения соответственно в радиальном, осевом и окружном направлениях; $\vartheta(\alpha)$ – угол поворота нормали к срединной поверхности оболочки в меридиональной плоскости.

Местные компоненты перемещений и усилий в произвольной точке кольцевого сечения могут быть определены по формулам:

$$\omega^*(\alpha) = \omega(\alpha) \cos pn\varphi; \quad \vartheta^*(\alpha) = \vartheta(\alpha) \cos pn\varphi;$$

$$u^*(\alpha) = u(\alpha) \cos pn\varphi; \quad v^*(\alpha) = v(\alpha) \sin pn\varphi;$$

$$N^*(\alpha) = N(\alpha) \cos pn\varphi; \quad M^*(\alpha) = M(\alpha) \cos pn\varphi; \quad Q^*(\alpha) = Q(\alpha) \cos pn\varphi; \quad (15)$$

$$N^*(\varphi) = N(\alpha) \cos pn\varphi; \quad M^*(\varphi) = M(\alpha) \cos pn\varphi; \quad S^*(\alpha) = S(\alpha) \sin pn\varphi;$$

$$H^* = H \sin pn\varphi.$$

Напряженное состояние оболочки зависит от интенсивности внутренних силовых факторов (9) и (12).

Максимальные амплитудные значения напряжений рассчитываются по известным формулам сложного сопротивления:

$$\begin{aligned} \sigma(\alpha) &= N(\alpha)/\delta \pm 6M(\alpha)/\delta^2; \quad \sigma(\varphi) = N(\varphi)/\delta \pm 6M(\varphi)/\delta^2; \\ \tau(\alpha) &= S(\alpha)/\delta \pm 6H/\delta^2, \end{aligned} \quad (16)$$

где $\tau(\alpha)$ – касательное напряжение, знак (+) соответствует напряжениям на внутренней поверхности оболочки. Напряжения $\sigma(\alpha)$ действуют в осевом, а $\sigma(\varphi)$ – в окружном направлениях.

Местные напряжения в произвольной точке кольцевого сечения определяются по формулам:

$$\sigma^*(\alpha) = \sigma(\alpha) \cos pn\varphi; \quad \sigma^*(\varphi) = \sigma(\varphi) \cos pn\varphi; \quad \tau^*(\varphi) = \tau(\alpha) \sin pn\varphi. \quad (17)$$

При периодических краевых воздействиях затухание напряженного состояния вдоль меридиана происходит медленнее, чем при осесимметричном краевом эффекте, и по-иному решается вопрос об отнесении оболочки к классу «коротких» или «длинных». При допущении 5%-й погрешности расчета оболочку можно считать полубесконечной, если $e^{-Km\alpha_i} \leq 0,05$. Логарифмируя обе части данного неравенства по основанию e , находим $\alpha_l \geq \ln 0,05/(-Km)$. Так как $\alpha_l = l/r$, то $l \geq r \ln 0,05/(-Km)$.

Для полубесконечной оболочки функции (1) будут состоять из слагаемых, содержащих только постоянные c_1 , c_2 , c_3 и c_4 , которые могут быть определены из системы четырех уравнений с четырьмя неизвестными

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ -a_{21} & -a_{22} & -a_{23} & -a_{24} \\ -a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & -a_{42} & -a_{43} & -a_{44} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_0^* \\ S_0^* \\ M_0^* \\ Q_0^* \end{pmatrix}. \quad (18)$$

В остальном расчет полубесконечной оболочки аналогичен рассмотренному расчету короткой цилиндрической оболочки.

Напряженно-деформированное состояние оболочек от действия распределенных периодических краевых нагрузок определяется наложением отдельных решений для каждого значения $\cos n\varphi$. Точность решения зависит от суммы удерживаемых членов ряда Фурье [1]. Для оболочек байонетных затворов пресс-форм форматоров-вулканизаторов при $n \geq 12$ достаточно удерживать члены под номерами $p = 1, 2, \dots, 15$.

Таким образом, зная краевые периодические воздействия на оболочки, можно исследовать их циклические напряженно-деформированные состояния. Настоящую методику можно использовать при проектировании байонетных затворов пресс-форм форматоров-вулканизаторов и другой техники.

Список литературы

1. Мордовин, Е.Д. Исследование напряженно-деформированного состояния замка байонетного затвора пресс-форм для шин : дис. ... канд. техн. наук : 01.02.06 : защищена 30.05.80 ; утв. 10.12.80 / Мордовин Евгений Дмитриевич. – М., 1979. – 161 с.
2. Львин, Я.Б. Расчет цилиндрической оболочки на циклические краевые воздействия (точное решение) / Я.Б. Львин // Инженерный сборник / Воронеж инженер.-строит. ин-т. – Воронеж, 1953. – Т. XVII. – С. 23–29.
3. Легостаев, В.Л. Форматоры-вулканизаторы XXI века / В.Л. Легостаев, Е.Д. Мордовин // Вопросы практической технологии изготовления шин : информ.-аналит. сб. / ООО «НТЦ «НИИШП». – М., 2006. – № 4. – С. 55–63.

Technique for Cylindrical Shells Calculation under Periodical Periphery Loads

E.D. Mordovin

ZAO "Tambovpolimermash"; zaoskb@rambler.ru

Key words and phrases: amplitude and local values of tense-deformed condition; bayonet locks; cylindrical shells; generalized functions of tension and deflection; periodical periphery loads; specific solution functions.

Abstract: The paper presents the technique designed for calculation of amplitude and local movements and tensions in short and semi-finite cylindrical shells under periodical periphery loads, which occur in bayonet locks of shaper vulcanizes of pneumatic tires and other equipment (chemical apparatuses, submarines, space aircrafts and others).

Methodik der Berechnung der zylindrischen Umhüllungen bei den periodischen Grenzbelastungen

Zusammenfassung: Es ist die für die Berechnung der Amplituden- und Lokalumstellungen und der Spannungen in den kurzen und halbinendlichen zylindrischen Umhüllungen bei den periodischen Grenzbelastungen, z.B. in den bajonetischen Sperrvorrichtungen der Reifenheizpressen der pneumatischen Reifen und anderer Technik (Apparate der chemischen Produktion, Unterseeboote, Raumschiffe u.a.) vorausbestimmte Methodik beschrieben.

Méthode du calcul des enveloppes cylindriques lors des charges de la contrée

Résumé: Est décrite la méthode destinée au calcul des déplacements d'amplitude et ceux locaux et des tensions dans les enveloppes cylindriques courtes et semi-infinies lors des charges de la contrée qui ont lieu, par exemple, dans les fermetures à baïonnette des pots de cuisson des pneus et d'autre technique (appareils de l'industrie chimique, sous-marins, vaisseaux cosmiques, etc).

Автор: *Мордовин Евгений Дмитриевич* – кандидат технических наук, доцент, ЗАО «Завод Тамбовполимермаш».

Рецензент: *Куликов Геннадий Михайлович* – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Прикладная математика и механика» ГОУ ВПО «ТГТУ».
