УДК 534:62-13

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ВЫБОРА РАСЧЕТНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ ОБРАБАТЫВАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ РОТОРНЫХ МАШИН

В.И. Галаев, Ю.В. Кулешов

*Кафедра «Теоретическая механика», ГОУ ВПО «ТГТУ»;
virgo 244@mail.ru*

Представлена членом редколлегии профессором В.И. Коноваловым

Ключевые слова и фразы: виброактивность; вынужденные колебания; динамическая модель; жесткость; изгиб; обрабатывающая система; роторная машина; свободные колебания; частота.

Аннотация: Предлагается критерий разделения обрабатывающей системы роторных машин на механическую систему с сосредоточенными или распределенными параметрами по величинам отклонений ее соответствующих первых собственных частот колебаний, вычисленных в предположении абсолютной жесткости валов и с учетом их изгиба.

Создание и внедрение машин с научно обоснованными параметрами является одним из факторов, определяющих эффективность производства и уровень качества выпускаемой продукции. Среди большого разнообразия технологического оборудования, выпускаемого для различных отраслей промышленности, значительной является доля роторных машин. В частности, в легкой промышленности машины указанного типа (строгальные, мездрильные) являются основным орудием механической обработки кожевенного полуфабриката.

Существенную значимость имеет задача обеспечения производительности и надежности роторных машин, так как значительными являются расходы, связанные с потерей работоспособности или качественного функционирования машин. Так, например, рациональность использования кожевенного сырья, доля которого в себестоимости готовых кож составляет 80…85 %, во многом зависит от качества проведения такой важнейшей операции механической обработки кожевенного полуфабриката как операция строгания. Следует отметить, что производственные дефекты на готовой коже составляют около 60 % от общего количества дефектов, которые определяют сортность кожи. В практике строгания часто встречается дефект типа «лестница», проявляющийся в виде вибрационных волн на обработанной поверхности, которые полностью не устраняются при последующих операциях.

Качество динамического функционирования роторных машин зависит от многих конструкторских и технологических факторов. Решение даже частных вопросов данной проблемы позволит приблизить возможность управления эксплуатационными показателями при конструировании роторных машин на основе изучения и использования связей указанных выше факторов и показателей машин.

Как показывает практика, возникновение колебаний рабочих органов роторных машин является основной причиной, лимитирующей возможность повышения скоростных режимов и качества осуществления технологической операции. В связи с этим, только раскрытие взаимосвязей выходных параметров машины с качеством выполняемой ею операции позволит находить такие решения, когда износ, деформация рабочих органов и т.д. будут оказывать минимальное влияние на эксплуатационные показатели роторной машины. Это, в свою очередь, предполагает исследования по выявлению и устранению факторов, вызывающих недопустимые величины вибраций рабочих органов и обрабатывающей системы роторных машин, под которой понимается система двух горизонтально расположенных валов с упругим слоем между ними, являющимся обрабатываемым материалом.

Один из валов, наиболее виброактивный и имеющий бóльшую угловую скорость, предназначен для непосредственной обработки материала; второй вал предназначен для транспортировки материала, а также служит в качестве опорной поверхности, на которой происходит процесс обработки. Исследование динамических свойств обрабатывающей системы сводится к расчетам ее свободных и вынужденных колебаний и выбору параметров, обеспечивающих стабильность качества обработки материала.

Решение задачи определения динамических характеристик вращающихся валов и обрабатывающей системы роторных машин позволяет установить или целесообразность их рассмотрения как механических систем с распределенными параметрами (учитывается изгиб валов), или достаточность анализа колебаний (с точки зрения точности определения частот и амплитуд колебаний) в предположении абсолютной жесткости валов.

В зависимости от того, рассматриваются ли валы как абсолютно жесткие или учитывается их изгиб, различаются методы расчета и снижения вибронагруженности валов и обрабатывающей системы; при этом, получаемые результаты различаются как количественно, так и по их доступности для качественного анализа. Учитывая, что решение задачи оценки виброактивности рабочих органов роторных машин должно быть получено уже на стадии проектирования, становится понятным важность установления критерия разделения указанных систем на механические системы с сосредоточенными или распределенными параметрами. Кроме того, практический интерес представляет задача определения динамических характеристик обрабатывающей системы, у которой учитывается изгиб одного из валов, а другой вал считается жестким из соображений обеспечения цилиндрической формы поверхности, на которой обрабатывается материал.

Одним из наиболее важных рабочих органов роторных машин является быстровращающийся вал в упругих опорах. По собственным частотам этого вала, вычисленным с учетом его изгиба, и по их величинам отклонений от соответствующих собственных частот, полученных для жесткого вала, устанавливается целесообразность изменения параметров вала с целью снижения этих величин отклонений и удаления собственных частот от его частоты вращения.

Необходимость расчета собственных частот колебаний валов обусловлена следующими обстоятельствами. Во-первых, для обеспечения нормальной работы роторной машины требуется, чтобы отношение скорости вращения вала к его первой частоте изгибных колебаний не превышало 0,7 [1]. Во-вторых, вал, у которого незначительно различаются собственные частоты, вычисленные как для жесткого вала, так и для вала с учетом его изгиба, может быть сбалансирован на одной частоте вращения, что является достаточным для обеспечения его сбалансированности на других частотах вращения.

Критерием разделения вала на упругих опорах на жесткий или гибкий служат величины отклонений первых двух собственных частот колебаний, полученных в предположении абсолютной жесткости вала и с учетом его изгиба, а также соотношение между рабочей частотой вращения и третьей критической скоростью вращения (собственной частотой вала со свободными концами), при которой форма его колебаний связана с изгибом.

Собственные частоты колебаний жесткого вала на упругих опорах определяются по формулам:

$$P_1^{\text{ж}} = \sqrt{2c_1/m_1}\,; \qquad P_2^{\text{ж}} = \sqrt{6c_1/m_1}\,, \tag{1}$$

где c_1 – жесткость опор вала; m_1 – масса вала.

Для инженерных расчетов с хорошей точностью первые две собственные частоты изгибных колебаний вала были определены в работе [2] с помощью метода Рэлея [3]

$$P_1^{\text{и}} = P_1^{\text{ж}} Z_1\,; \qquad P_2^{\text{и}} = P_2^{\text{ж}} Z_2\,, \tag{2}$$

где

$$Z_1 = 6\sqrt{42(\beta_1+60)\Big/\left(31\beta_1^2+3024\beta_1+90720\right)};$$

$$Z_2 = 24\sqrt{14\,(\beta_1+240)\Big/\left(31\beta_1^2+12096\beta_1+1935360\right)};$$

β_1 – относительный коэффициент жесткости опор вала, $\beta_1 = c_1 l^3 \big/ E_1 I_1$; $E_1 I_1$, l – изгибная жесткость и длина вала соответственно. Формулы (2) позволяют провести качественную оценку влияния параметров вала на собственные частоты его изгибных колебаний.

Собственная частота колебаний вала со свободными концами, которой соответствует форма его колебаний, связанная с изгибом, равна [3]

$$P_{1\text{с}}^{\text{и}} = \frac{22{,}37}{l^2}\sqrt{E_1 I_1/\rho_1}\,, \tag{3}$$

где ρ_1 – масса единицы длины вала, $\rho_1 = m_1/l$.

При заданной величине β_1 величина Z_1 всегда меньше Z_2, то есть относительная разность $\left(P_1^{\text{ж}} - P_1^{\text{и}}\right)\big/P_1^{\text{ж}}$ между первыми собственными частотами вала, как жесткого и гибкого, всегда больше относительной разности $\left(P_2^{\text{ж}} - P_2^{\text{и}}\right)\big/P_2^{\text{ж}}$ между вторыми собственными частотами. В связи с этим, при исследовании возможности рассмотрения вала в процессе колебаний как жесткого следует ориентироваться на величину отношения первых собственных частот Z_1.

На рис. 1 представлен график зависимости отношения частот Z_1 от относительного коэффициента жесткости β_1. При относительном коэффициенте жесткости $\beta_1 < 10$ возможно считать вал жестким в процессе колебаний, при этом

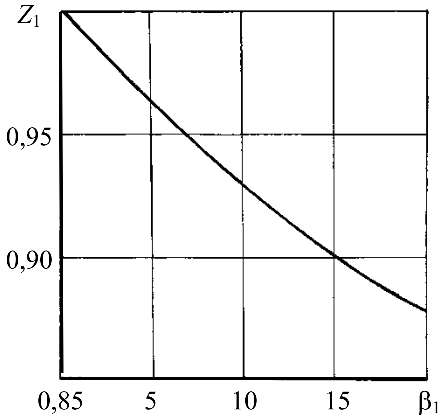

Рис. 1. Зависимость отношения первых собственных частот вала от относительного коэффициента жесткости его опор

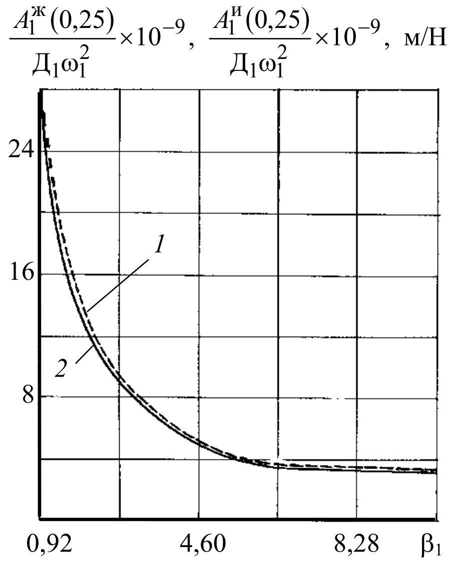

Рис. 2. Зависимость амплитуд вынужденных колебаний вала от относительного коэффициента жесткости его опор:
1 – с учетом изгиба вала;
2 – без учета изгиба вала

погрешность вычислений первой собственной частоты вала без учета его изгиба не превышает 7 %.

Указанное подтверждают графики зависимости амплитуд вынужденных колебаний вала от относительного коэффициента жесткости его опор для случая моментной неуравновешенности, создаваемой двумя силами, действующими в точках, отстоящих от опор вала на расстоянии 0,25l, со сдвигом фаз, равным 180° (рис. 2). Величины $A_1^{и}(0{,}25)$, $A_1^{ж}(0{,}25)$ представляют амплитуды колебаний вала в точках приложения неуравновешенных сил, вычисленные соответственно с учетом изгиба вала и в предположении его абсолютной жесткости; величины $Д_1$, ω_1 есть дисбаланс и угловая скорость вала соответственно [4].

Критериями разделения обрабатывающей системы на механическую систему с распределенными параметрами или с конечным числом степени свободы являются: во-первых, величины отклонений первых четырех собственных частот этой системы, вычисленных в предположении абсолютной жесткости валов, от соответствующих частот, полученных с учетом изгиба валов; во-вторых, соотношение между рабочей частотой вращения обрабатывающего вала и собственной частотой обрабатывающей системы, соответствующей первой форме синфазных изгибных колебаний валов со свободными концами.

Собственные частоты обрабатывающей системы в предположении абсолютной жесткости валов определяются из уравнений:

$$m_1 m_2 \omega^4 - [m_1(2c_2 + cl) + m_2(2c_1 + cl)]\,\omega^2 + 2(c_2 + c_1)cl + 4c_1c_2 = 0; \qquad (4)$$

$$24B_1B_2\omega^4 - 2[B_1(6c_2 + cl) + B_2(6c_1 + cl)]\,l^2\omega^2 + (c_1 + c_2)cl^5 + 6c_1c_2l^4 = 0, \qquad (5)$$

где c – жесткость единицы длины обрабатываемого материала; m_1, m_2, B_1, B_2 – массы и экваториальные моменты инерции валов соответственно; c_1, c_2 – жесткости опор валов.

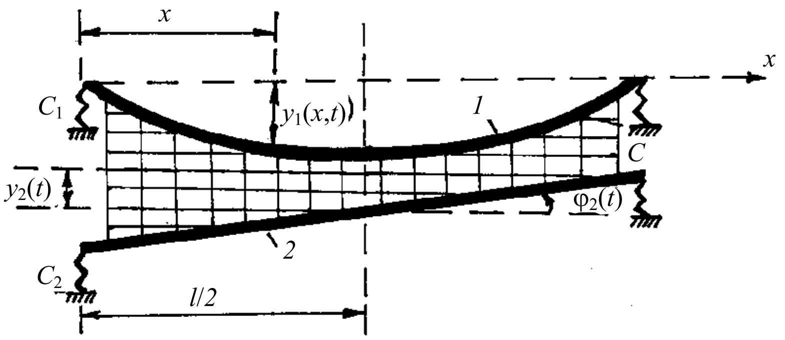

Рис. 3. Динамическая модель свободных колебаний валов с упругой связью

Уравнения для определения собственных частот обрабатывающей системы с учетом изгиба обоих валов приведены в работе [5].

Чтобы иметь возможность оценить поведение одного из валов обрабатывающей системы как жесткого или с учетом изгиба, необходимо получить уравнения для определения собственных частот указанной системы в случае, для которого расчетная динамическая модель обрабатывающей системы представлена на рис. 3.

Кинетическая и потенциальная энергия системы равны:

$$T = \frac{1}{2}\int_0^l \rho_1 \left[\frac{\partial y_1(x,t)}{\partial t}\right]^2 dx + \frac{1}{2} m_2 [\dot{y}_2(t)]^2 + \frac{1}{2} B_2 [\dot{\varphi}_2(t)]^2 + T_0; \tag{6}$$

$$\Pi = \frac{1}{2}\int_0^l E_1 I_1 \left[\frac{\partial^2 y_1(x,t)}{\partial x^2}\right]^2 dx + \frac{1}{2} c_1 \left[y_1(0,t)^2 + y_1(l,t)^2\right] + c_2 \left[y_2(t)^2 + \frac{l^2 \varphi_2(t)^2}{4}\right] +$$

$$+\frac{1}{2}\int_0^l c[y_1(x,t) - y_2(t) - (l/2 - x)\varphi_2(t)]^2 dx + \Pi_0,$$

где $y_1(x,t)$, $y_2(t)$ – динамические смещения сечения вала *1* и центра масс вала *2* в плоскости колебаний соответственно; $\varphi_2(t)$ – угол поворота вала *2* в указанной плоскости; T_0, Π_0 – выражения, содержащие слагаемые, не зависящие от переменных $y_1(x,t)$, $y_2(t)$, $\varphi_2(t)$.

Уравнения движения системы в горизонтальной плоскости имеют вид:

$$E_1 I_1 \frac{\partial^4 y_1(x,t)}{\partial x^4} + \rho_1 \frac{\partial^2 y_1(x,t)}{\partial t^2} + c\left[y_1(x_1,t) - y_2(t) - \left(\frac{l}{2} - x\right)\varphi_2(t)\right] = 0; \tag{7}$$

$$m_2 \ddot{y}_2(t) + (2c_2 + cl) y_2(t) - c\int_0^l y_1(x,t)dx = 0; \tag{8}$$

$$B_2 \ddot{\varphi}_2(t) + (6c_2 + cl) l^2 \varphi_2(t)/12 - cl\int_0^l y_1(x,t)dx/2 + c\int_0^l x y_1(x,t)dx = 0. \tag{9}$$

Граничные условия: $y_1^{\mathrm{II}}(0,t)=y_1^{\mathrm{II}}(l,t)=0,\ y_1^{\mathrm{III}}(0,t)=-\alpha_1 y_1(0,t),\ y_1^{\mathrm{I}}(l/2,t)=0$ – при определении частот симметричных колебаний; $y_1^{\mathrm{II}}(0,t)=0,\quad y_1^{\mathrm{III}}(0,t)= =-\alpha_1 y_1(0,t),\ y_1(l/2,t)=y_1^{\mathrm{II}}(l/2,t)=0$ – при определении частот асимметричных колебаний, где $\alpha_1=c_1/E_1I_1$.

Решение системы уравнений (7) – (9) ищем в виде $y_1(x,t)=A_1(x)\sin\omega t$, $y_2(t)=A_2\sin\omega t,\ \varphi_1(t)=Д_2\sin\omega t.$ Выполнив преобразования, предусмотренные в указанных уравнениях, получим следующие уравнения собственных частот колебаний исследуемой системы.

Уравнения частот симметричных колебаний имеют вид:

$$\lambda\left\{\lambda^4[2\alpha_2+\alpha-\xi(\lambda^4+\alpha)]+\alpha^2\right\}\left[\lambda^3\left(\mathrm{sh}\frac{\lambda}{2}\cos\frac{\lambda}{2}+\sin\frac{\lambda}{2}\mathrm{ch}\frac{\lambda}{2}\right)-2\beta_1\mathrm{ch}\frac{\lambda}{2}\cos\frac{\lambda}{2}\right]+$$

$$+2\alpha^2\beta_1\left(\mathrm{sh}\frac{\lambda}{2}\cos\frac{\lambda}{2}+\mathrm{ch}\frac{\lambda}{2}\sin\frac{\lambda}{2}\right)=0 \quad \text{при } \rho_1\omega^2-c>0; \tag{10}$$

$$\theta\left\{\alpha^2-4\theta^4[2\alpha_2+\alpha-\xi(\alpha-4\theta^4)]\right\}\left[2\theta^3(\mathrm{sh}\,\theta+\sin\theta)+\beta_1(\mathrm{ch}\,\theta+\sin\theta)\right]-$$

$$-\alpha^2\beta_1(\mathrm{sh}\,\theta+\sin\theta)=0 \quad \text{при } \rho_1\omega^2-c<0; \tag{11}$$

где $\lambda^4=\dfrac{(\rho_1\omega^2-c)l^4}{E_1I_1},\ \alpha=\dfrac{cl^4}{E_1I_1},\ \beta_1=\dfrac{c_1l^3}{E_1I_1},\ \alpha_2=\dfrac{c_2l^3}{E_1I_1},\ \xi=\dfrac{m_2}{\rho_1 l},\ \theta=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sqrt[4]{\dfrac{(c-\rho_1\omega^2)l^4}{E_1I_1}}.$

Уравнения частот асимметричных колебаний имеют вид:

$$\lambda\left\{\lambda^4[6\alpha_2+\alpha-\gamma(\lambda^4+\alpha)]+\alpha^2\right\}\left[\lambda^3\left(\sin\frac{\lambda}{2}\mathrm{ch}\frac{\lambda}{2}-\cos\frac{\lambda}{2}\mathrm{sh}\frac{\lambda}{2}\right)-2\beta_1\mathrm{sh}\frac{\lambda}{2}\sin\frac{\lambda}{2}\right]+$$

$$+6\alpha^2\beta_1\left(\sin\frac{\lambda}{2}\mathrm{ch}\frac{\lambda}{2}-\mathrm{sh}\frac{\lambda}{2}\cos\frac{\lambda}{2}\right)=0 \quad \text{при } \rho_1\omega^2-c>0; \tag{12}$$

$$\theta\left\{\alpha^2-4\theta^4[6\alpha_2+\alpha-\gamma(\alpha-4\theta^4)]\right\}\left[2\theta^3(\mathrm{sh}\,\theta-\sin\theta)+\beta_1(\mathrm{ch}\,\theta-\cos\theta)\right]-$$

$$-3\alpha^2\beta_1(\mathrm{sh}\,\theta-\sin\theta)=0 \quad \text{при } \rho_1\omega^2-c<0, \tag{13}$$

где $\gamma=\dfrac{12B_2}{\rho_1 l^3}$.

Как частные случаи, из уравнений (10) – (13) при определенных предположениях относительно жесткостных характеристик обрабатывающей системы роторных машин могут быть получены известные уравнения собственных частот элементов этой системы.

Эффективность совершенствования роторных машин заключается в глубоком анализе динамических процессов, происходящих в рабочих органах машин, который должен быть положен в основу расчетов их рациональных конструкций. Данные аналитических расчетов вибронагруженности обрабатывающей системы роторных машин являются источником информации о качестве их функционирования на этапе проектирования и в процессе работы, позволяют выявить основные взаимосвязи между качеством технологической операции и параметрами, характеризующими конструкцию и методы эксплуатации машин, заложить оптимальные показатели во вновь проектируемой машине.

Список литературы

1. Маслов, Г.С. Расчеты колебаний валов / Г.С. Маслов. – М. : Машиностроение, 1981. – 456 с.
2. Галаев, В.И. Определение собственных частот изгибных колебаний валов строгальных машин методом Рэлея / В.И. Галаев, В.В. Карамышкин // Межвузовский сборник научных трудов «Динамика и идентификация механических систем» / Иванов. гос. ун-т. – Иваново, 1985. – С. 119–124.
3. Бабаков, И.М. Теория колебаний / И.М. Бабаков. – М : Наука, 1968. – 560 с.
4. Галаев, В.И. Динамические характеристики системы ножевой вал – полуфабрикат – прижимной вал строгальных машин. Сообщение 2 / В.И. Галаев, В.В. Карамышкин // Изв. вузов. Технология легкой пром-сти. – 1987. – № 1. – С. 128–131.
5. Галаев, В.И. Свободные колебания двух валов с упругой связью / В.И. Галаев, Ю.В. Кулешов, А.Ю. Тарасов // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 1997. – Т. 3, № 3. – С. 311–314.

Analytical Method of Selecting Calculation Dynamic Model and Natural Frequencies of Vibrations of Processing System of Rotor Devices

V.I. Galayev, Yu.V. Kuleshov

Department "Theoretical Mechanics", TSTU;
virgo 244@mail.ru

Key words and phrases: dynamic model; curve; free vibrations; forced vibrations; frequency; processing system; rigidity; rotor device; vibroactivity.

Abstract: The paper proposes the criterion of dividing processing system of rotor devices into mechanical system with centered and distributed parameters by values of deviations of its corresponding initial natural frequencies of vibrations calculated with supposed absolute rigidity of valves and their curve.

References

1. Maslov, G.S. Shaft oscillations calculations / G.S. Maslov. – M. : Mashinostroenie, 1981. – 456 p.
2. Galaev, V.I. Own frequency determination of bend shaft oscillations in planing-machines thanks to Relay`s method / Galaev V.I., Karamyshkin V.V. // Inter higher school research papers «Dynamics and identification of mechnical systems» / Ivanov state university. – Ivanovo, 1985. – P. 119–124.
3. Babakov, I.M. Oscillations Theory / I.M. Babakov. – M. : Nauka, 1968. – 560 p.
4. Galaev, V.I. Dynamic system characteristics knife shaft – semimanufactured article – pressed shaft of planing machine. Information 2 / V.I. Galaev, V.V. Karamyshkin // Technology of light industry. – 1987. – No. 1. – P. 128–131.
5. Galaev, V.I. Free oscillations of two shafts with elastic bond / V.I. Galaev, Yu.V. Kuleshov, A.Yu. Tarasov // Transactions TSTU. – 1997. – Vol. 3, No. 3. – P. 311–314.

Analytische Methode der Wahl des dynamischen Rechenmodells und Selbstfrequenzen der Schwankungen des bearbeitenden Systems der Rotormaschinen

Zusamenfassung: Es wird das Kriterium der Teilung des bearbeitenden Systems der Rotormaschinen auf das mechanischen System mit den konzentrierten oder verteilten Parametern nach den Größen der Abweichen seiner entsprechenden ersten Selbstfrequenzen der Schwankungen vorgeschlagen.

Méthode analytique du choix du modèle dynamique de calcul des propres fréquences des oscillations du système de traitement des machines de rotor

Résumé: Est proposé le critère de la division du système de traitement des machines de rotor sur le système mécanique avec les paramètres coordonnés et répartis par les grandeurs des premières propres fréquences des oscillations calculées dans la supposition de la rigidité absolue des arbres et compte tenu de leur cambrure.

Авторы: ***Галаев Валентин Иванович*** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Теоретическая механика»; ***Кулешов Юрий Васильевич*** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Теоретическая механика», ГОУ ВПО «ТГТУ».

Рецензент ***Промтов Максим Александрович*** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Машины и аппараты химических производств» ГОУ ВПО «ТГТУ».
