

Процессы и аппараты химических и других производств. Химия

УДК 532.517.2

ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ЦЕНТРОБЕЖНЫХ ПОЛЯХ МНОГОКАМЕРНОГО ДИСКОВОГО АППАРАТА

А.А. Коптев, В.Б. Коптева

Кафедра «Техника и технологии машиностроительных производств»,
ГОУ ВПО «ТГТУ»; postmaster@kma.tstu.ru

Представлена членом редколлегии профессором В.И. Коноваловым

Ключевые слова и фразы: безразмерные переменные; многокамерные центробежные аппараты; уравнение Навье–Стокса.

Аннотация: Рассматривается решение уравнений Навье–Стокса движения жидкости в зазорах между дисками, вращающимися с различными угловыми скоростями. С помощью подстановки системы уравнений Т. Кармана уравнение Навье–Стокса приводится к безразмерному виду. Решение последних найдено численным интегрированием.

Обозначения

A, B – постоянные интегрирования;	p – давление, Н/м ² ;
a, b – постоянные в конце интервала интегрирования;	r – радиальная координата, м;
C – коэффициент давления;	u – радиальная скорость, м/с;
G – безразмерная окружная скорость;	ϑ – окружная скорость, м/с;
G', G'' – производные окружной скорости;	w – осевая скорость, м/с;
H – безразмерная осевая скорость;	ε – безразмерная осевая координата;
H' – безразмерная радиальная скорость;	z_{0i} – расстояние между дисками, м;
H'', H''' – производные осевой (радиальной) скорости;	ε_{0i} – безразмерное расстояние между дисками;
P – безразмерное давление;	ρ – плотность жидкости, кг/м ³ ;
P' – производная безразмерного давления;	ν – кинематическая вязкость, м ² /с;
	φ – окружная координата, рад;
	ω – угловая скорость диска, с ⁻¹ .

Рассмотрим течение жидкости в многокамерном аппарате, схематично изображенном на рис. 1. Верхний диск вращается с заданной угловой скоростью ω , нижний диск неподвижен. Скорости вращения средних дисков изменяются за счет сил окружного трения от 0 до ω . Полагаем, что внешний радиус дисков R значительно больше расстояния между ними $R \gg z_0$. Течение жидкости считаем установившимся и ламинарным вследствие малости z_0 . Диски погружены в жидкость. Для начала полагаем, что расстояния между дисками одинаковые.

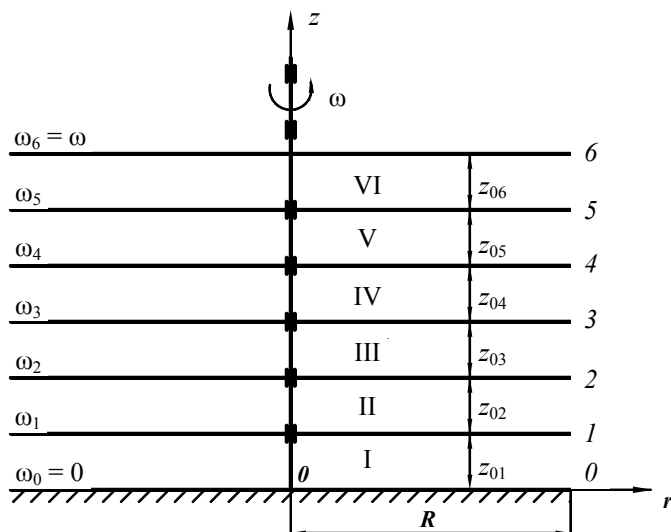


Рис. 1. Схема расположения дисков

Если принять значение безразмерной угловой скорости первого диска, расположенного вблизи неподвижного, равным единице, $G = 1$, то для последующего диска безразмерная угловая скорость $G(\varepsilon_0)$ подлежит численному определению в зависимости от ε_0 . Картина течения жидкости в зоне I нами рассмотрена в работе [6], остается определить закономерности течения жидкости во второй и последующих зонах.

Итак, найдем гидродинамическую обстановку в зоне II. Для установившегося движения ньютоновской несжимаемой жидкости используем уравнения Навье–Стокса в цилиндрической системе координат r, φ, z .

В связи с осесимметричностью задачи производные по окружной координате $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$. Тогда уравнение Навье–Стокса принимает вид

$$\begin{cases} u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\vartheta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right]; \\ u \frac{\partial \vartheta}{\partial r} + \frac{u \vartheta}{r} + w \frac{\partial \vartheta}{\partial z} = \nu \left[\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} - \frac{\vartheta}{r^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right]; \\ u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] \end{cases} \quad (1)$$

и уравнение неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (2)$$

Приведем систему дифференциальных уравнений (1) к безразмерному виду подстановкой, аналогичной подстановке Т. Кармана [1],

$$\begin{cases} u = \omega r H'(\varepsilon); \\ \vartheta = \omega r G(\varepsilon); \\ w = -2\sqrt{\omega \nu} H(\varepsilon); \\ p = C \frac{\rho \omega^2 r^2}{2} - 2\rho \omega \nu P(\varepsilon), \end{cases} \quad (3)$$

где ε – безразмерная аксиальная координата,

$$\varepsilon = z \sqrt{\frac{\omega}{\nu}}. \quad (4)$$

Таким образом, мы получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} H''' = C + H'^2 - G^2 - 2HH''; \\ G'' = 2(H'G - HG'); \\ P' = H'' + 2HH', \end{cases} \quad (5)$$

где штрихами обозначены производные по ε . Уравнение неразрывности (2) удовлетворяется тождественно.

Отметим, что при этом начало безразмерной осевой координаты ε_0 расположено на поверхности первого диска, и она направляется в сторону ведущего диска b (см. рис. 1). Следует отметить, поскольку первый диск и последующие находятся в состоянии динамического равновесия, это означает, что интегральный момент вязкого трения о него со стороны зоны II уравнивается таковым со стороны зоны I, или

$$G'_1 = G'_2. \quad (6)$$

Численные значения G'_1 со стороны зоны I мы можем взять в таблицах [6], а значит по (6) имеем G'_2 .

Для решения системы дифференциальных уравнений (5) в области II граничные условия будут: при $z = 0$ или $\varepsilon = 0$:

$$w = 0; \quad u = 0; \quad \vartheta = \omega_1 r, \quad (7)$$

на основании непроницаемости диска и прилипания жидкости к поверхности диска.

Тогда по уравнениям (3) получим при $\varepsilon = 0$:

$$H(0) = 0; \quad H'(0) = 0; \quad G(0) = 1, \quad (8)$$

$G'(0)$ найдем по уравнению (6).

Если обозначим $H''(0) = A$, то искомым является коэффициент давления C и для численного определения коэффициентов A и C достаточно граничных условий при $\varepsilon = \varepsilon_0$, а именно:

$$H(\varepsilon_0) = 0, \quad H'(\varepsilon_0) = 0. \quad (9)$$

Задача становится замкнутой.

Поскольку система дифференциальных уравнений (5) нелинейна, то возможно не единственное их решение на отдельных интервалах изменения безразмерного расстояния между дисками ε_0 . В табл. 1, 2 представлены значения начальных параметров как функции безразмерного параметра ε_0 . До значения $\varepsilon_0 < 14,7264$ существует одно решение (первое), при $\varepsilon_0 > 14,7264$ нами найдены еще два решения (второе, третье) в добавление к первому, то есть при $\varepsilon_0 > 14,7264$ имеем три решения.

Нас интересовало, в первую очередь, значение безразмерных окружных скоростей $G(\varepsilon_0)$, то есть на поверхностях вращающихся дисков. Расчеты показывают, что значения $G(\varepsilon_0)$ изменяются незначительно.

Таблица 1

Начальные параметры. Первое решение
при $H(0) = 0$, $H'(0) = 0$, $G(0) = 1$, $H(\varepsilon_0) = 0$, $H'(\varepsilon_0) = 0$

ε_0	$H''(0) = A$	$G'(0) = B$	C	$H''(\varepsilon_0) = a$	$G'(\varepsilon_0) = b$	$G(\varepsilon_0)$
1	2	3	4	5	6	7
0,2	-0,046666	5,000034	2,299989	-0,053334	5,000167	2,000000
0,4	-0,093317	2,500274	2,299824	-0,106661	2,501340	2,000000
0,6	-0,139876	1,667592	2,299113	-0,159959	1,671187	2,000000
0,8	-0,186146	1,252193	2,297205	-0,213162	1,260686	1,999996
1,0	-0,231754	1,004278	2,293214	-0,266138	1,020754	1,999977
1,2	-0,307756	0,914779	2,426661	-0,358368	0,949025	2,088487
1,4	-0,348092	0,778596	2,388184	-0,408292	0,830080	2,072842
1,6	-0,384797	0,680993	2,349652	-0,456422	0,753454	2,060087
1,8	-0,416586	0,608963	2,308332	-0,501715	0,705298	2,048537
2,0	-0,442335	0,555005	2,263227	-0,542911	0,676672	2,036985
2,2	-0,461348	0,514480	2,214856	-0,578669	0,661051	2,024566
2,4	-0,473588	0,484335	2,165014	-0,607827	0,653391	2,010806
2,6	-0,479759	0,462441	2,116325	-0,629733	0,649921	1,995724
2,8	-0,481177	0,447244	2,071608	-0,644445	0,648122	1,979839
3,0	-0,479467	0,437454	2,033256	-0,652723	0,646632	1,964030
3,2	-0,474798	0,430852	1,999815	-0,653335	0,642505	1,946516
3,4	-0,473136	0,430618	1,981166	-0,655690	0,643752	1,937162
3,6	-0,471870	0,432902	1,971104	-0,655038	0,644580	1,929717
3,8	-0,471679	0,437107	1,967621	-0,652786	0,645491	1,924740
4,0	-0,472902	0,442723	1,970266	-0,650028	0,646959	1,922528
4,2	-0,475608	0,449320	1,977896	-0,647779	0,649357	1,923143
4,4	-0,479681	0,452542	1,989322	-0,646680	0,652923	1,926454
4,6	-0,484895	0,464104	2,003432	-0,647160	0,657772	1,932198
4,8	-0,490971	0,471779	2,019248	-0,649425	0,663903	1,940017
5,0	-0,516563	0,479397	2,077319	-0,682427	0,701768	1,983917
5,2	-0,504614	0,486829	2,052945	-0,659250	0,679586	1,960260
5,4	-0,510753	0,493095	2,067649	-0,665020	0,687260	1,970152
5,6	-0,518703	0,500804	2,085930	-0,674792	0,698549	1,983932
5,8	-0,525495	0,507245	2,101367	-0,683940	0,708672	1,996136
6,0	-0,531978	0,513290	2,115896	-0,693559	0,718907	2,008192
6,2	-0,538090	0,518929	2,129443	-0,703331	0,729030	2,019862
6,4	-0,543794	0,524164	2,141989	-0,712792	0,738851	2,030966
6,6	-0,549078	0,529005	2,153550	-0,722280	0,748219	2,041381
6,8	-0,553941	0,533462	2,164154	-0,731057	0,757010	2,051018
7,0	-0,558393	0,537552	2,173851	-0,739197	0,765151	2,059840
7,2	-0,562450	0,541290	2,182685	-0,746627	0,772595	2,067836
7,4	-0,566133	0,544694	2,190709	-0,753322	0,779329	2,075024
7,6	-0,569462	0,547780	2,197970	-0,759284	0,785362	2,081437
7,8	-0,572455	0,550563	2,204509	-0,764541	0,790719	2,087120
8,0	-0,575131	0,553057	2,210365	-0,769132	0,795434	2,092120
8,2	-0,577508	0,555276	2,215575	-0,773109	0,799554	2,096491
8,4	-0,579597	0,557229	2,220160	-0,776517	0,803113	2,100275

Продолжение табл. 1

1	2	3	4	5	6	7
8,6	-0,581408	0,558924	2,224140	-0,779400	0,806148	2,103510
8,8	-0,582951	0,560369	2,227535	-0,781801	0,808694	2,106232
9,0	-0,584229	0,561566	2,230348	-0,783746	0,810771	2,108460
9,2	-0,585243	0,562516	2,232581	-0,785256	0,812394	2,110209
9,4	-0,585987	0,563214	2,234223	-0,786335	0,813565	2,111476
9,6	-0,586452	0,563650	2,235249	-0,786976	0,814272	2,112247
9,8	-0,586614	0,563803	2,235608	-0,787148	0,814810	2,112485
10,0	-0,586405	0,563608	2,235148	-0,786743	0,814077	2,112063
10,2	-0,585865	0,563104	2,233959	-0,785828	0,813130	2,111058
10,4	-0,584797	0,562106	2,231607	-0,784085	0,811309	2,109110
10,6	-0,583089	0,560510	2,227847	-0,781338	0,808425	2,106015
10,8	-0,580541	0,558128	2,222237	-0,777265	0,804142	2,101408
11,0	-0,576940	0,554761	2,214312	-0,771531	0,798110	2,094902
11,2	-0,572239	0,550365	2,203974	-0,764067	0,790257	2,086407
11,4	-0,566794	0,545270	2,192005	-0,755442	0,781182	2,076559
11,6	-0,561253	0,540084	2,179836	-0,746687	0,771973	2,066531

Таблица 2

Начальные параметры. Второе решение
при $H(0) = 0$, $H'(0) = 0$, $G(0) = 1$, $H(\varepsilon_0) = 0$, $H'(\varepsilon_0) = 0$

ε_0	$H''(0) = A$	$G'(0) = B$	C	$H''(\varepsilon_0) = a$	$G'(\varepsilon_0) = b$	$G(\varepsilon_0)$
16,0	-0,637693	0,611455	2,348535	-0,869380	0,901178	2,204229
15,8	-0,637729	0,611489	2,348616	-0,869440	0,901241	2,204294
15,6	-0,637591	0,611360	2,348309	-0,869214	0,901002	2,204046
15,4	-0,637310	0,611099	2,347687	-0,868757	0,900521	2,203544
15,2	-0,636913	0,610729	2,346806	-0,868111	0,899839	2,202833
15,0	-0,636394	0,610246	2,345656	-0,867267	0,898949	2,201905
14,8	-0,635657	0,609559	2,344020	-0,866067	0,897682	2,200584
14,8	-0,634485	0,608467	2,341420	-0,864159	0,895670	2,198484
15,0	-0,634164	0,608168	2,340709	-0,863636	0,895119	2,197909
15,2	-0,634034	0,608047	2,340420	-0,863424	0,894896	2,197676
15,4	-0,633976	0,607993	2,340292	-0,863330	0,894796	2,197572
15,6	-0,633957	0,607976	2,340251	-0,863299	0,894764	2,197539
15,8	-0,633965	0,607983	2,340268	-0,863312	0,894777	2,197552
16,0	-0,633991	0,608007	2,340325	-0,863353	0,894822	2,197599

Графически отдельные функции начальных параметров показаны на рис. 2–6.

Для практических расчетов удобно положить безразмерную окружную скорость ведущего диска $G(\varepsilon_0) = 1 = \text{const}$.

Пересчет величин (см. табл. 1, 2) осуществим следующим образом. Обозначим значение $S = \sqrt{G(\varepsilon_0)}$, тогда остальные функции должны быть:

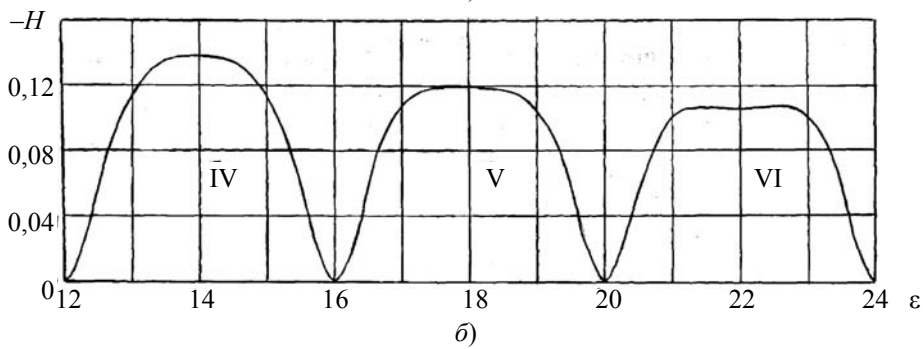
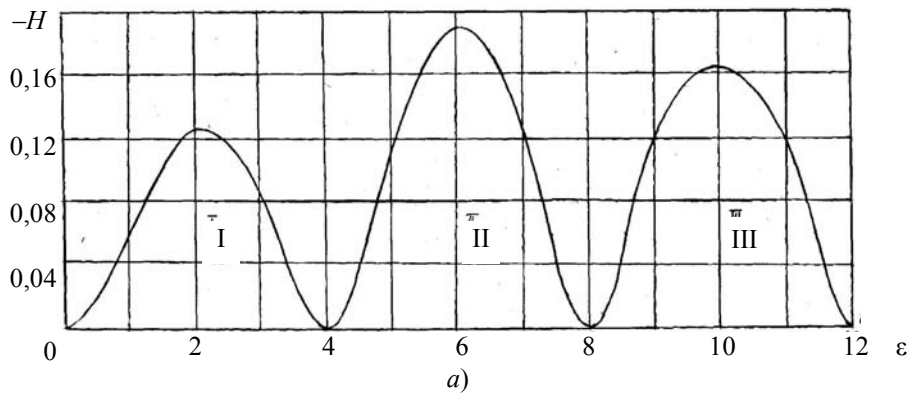


Рис. 2. Зависимость безразмерной осевой скорости H от безразмерной осевой координаты ε при безразмерных зазорах между дисками $\varepsilon_0 = 4$ по зонам: a – I, II, III; b – IV, V, VI

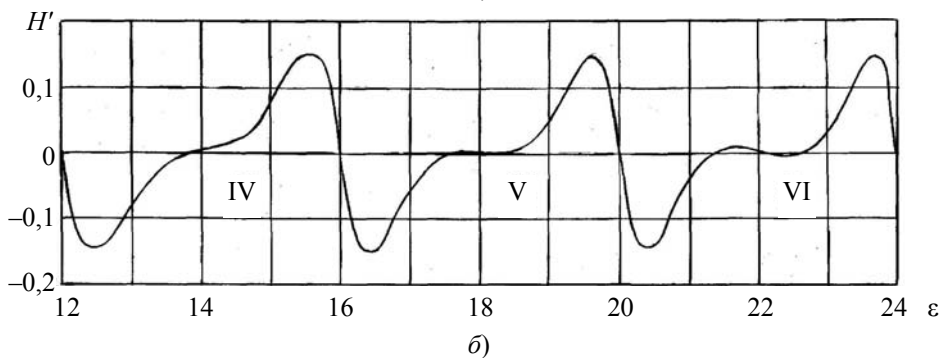
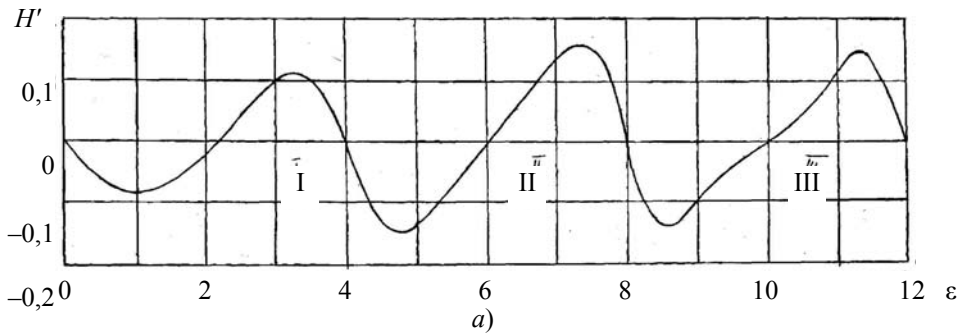
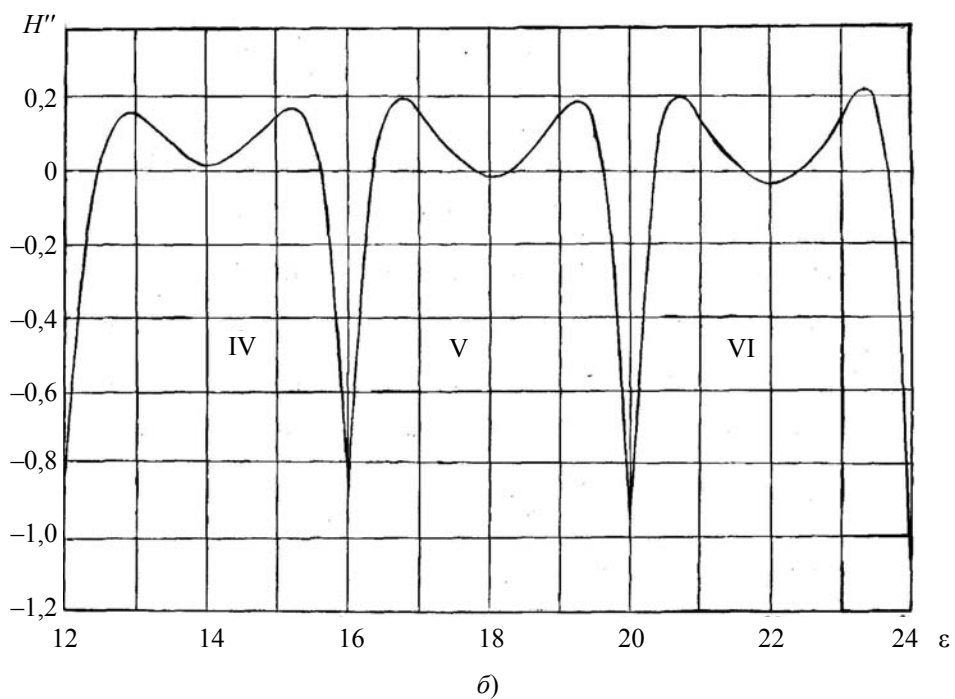
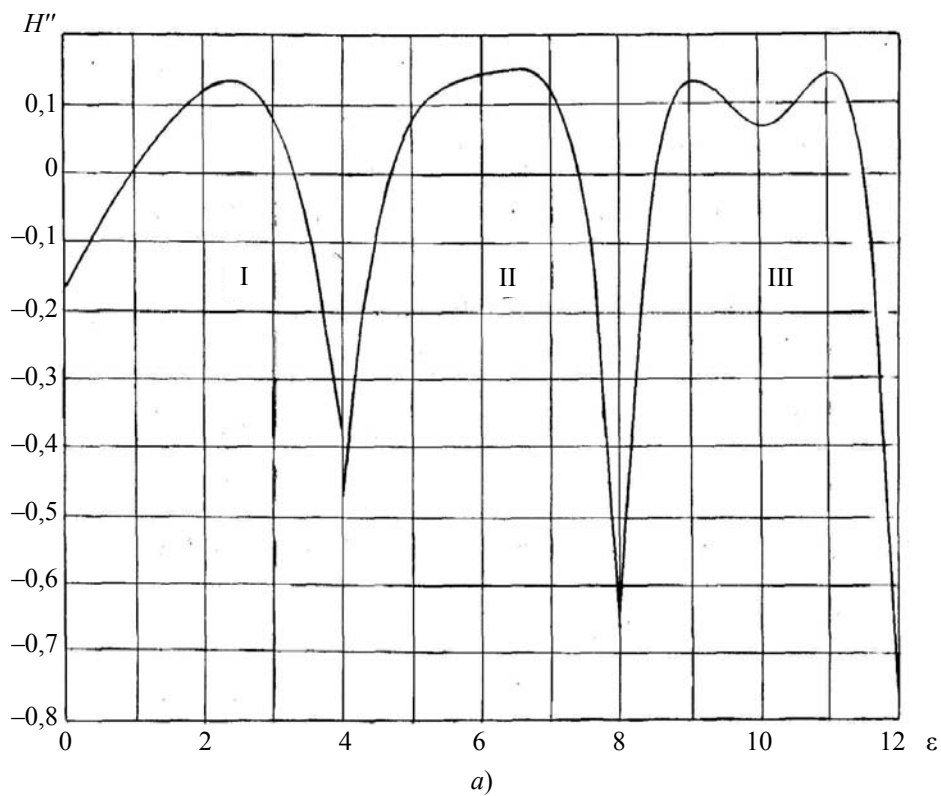


Рис. 3. Зависимость безразмерной радиальной скорости H' от безразмерной осевой координаты ε при безразмерных зазорах между дисками $\varepsilon_0 = 4$ по зонам: a – I, II, III; b – IV, V, VI



**Рис. 4. Зависимость производной H'' по ε от безразмерной осевой координаты ε при безразмерных зазорах между дисками $\varepsilon_0 = 4$ по зонам:
 a – I, II, III; b – IV, V, VI**

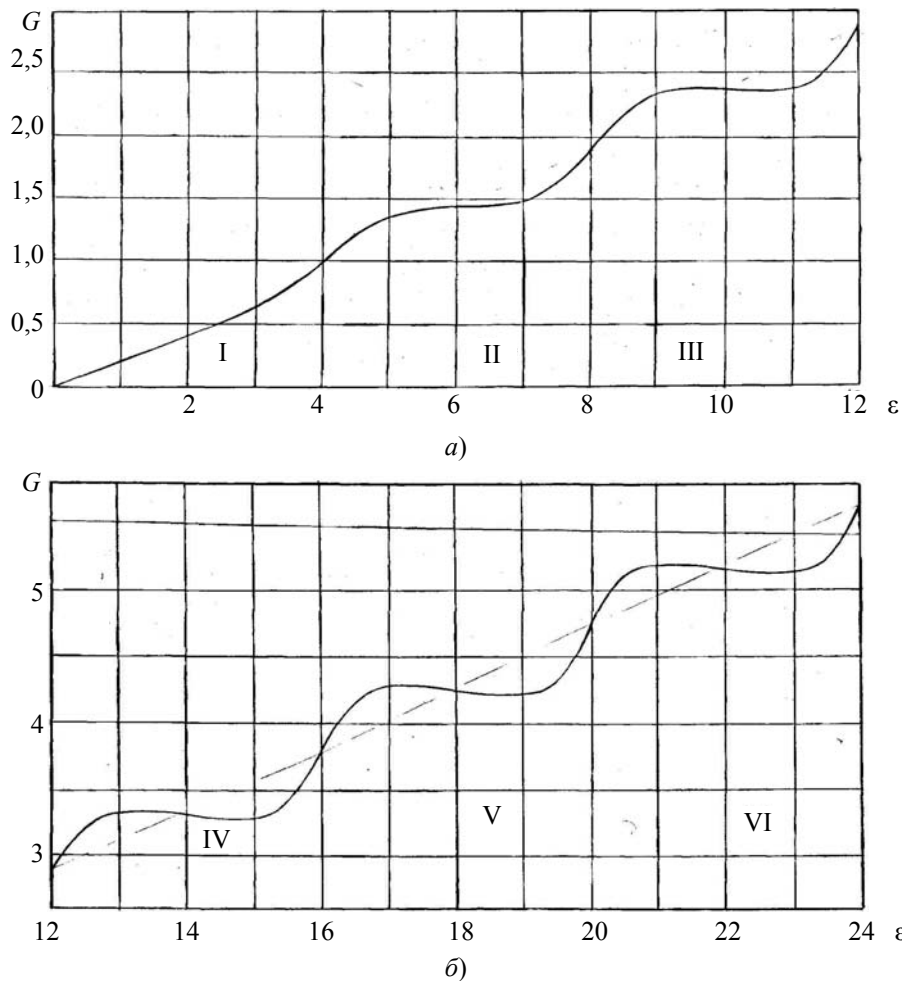


Рис. 5. Зависимость безразмерной окружной скорости G от безразмерной осевой координаты ε при безразмерных зазорах между дисками $\varepsilon_0 = 4$ по зонам: a – I, II, III; b – IV, V, VI

$$\begin{aligned}
 h &= \frac{H}{S}; \quad g = \frac{G}{S}; \quad c = \frac{C}{S^4}; \\
 \dot{h} &= \frac{H'}{S^2}; \quad \dot{g} = \frac{G'}{S^2}; \quad l = S\varepsilon; \\
 \ddot{h} &= \frac{H''}{S^3}; \quad \ddot{g} = \frac{G''}{S^3}; \quad \partial l = S\partial\varepsilon; \\
 \ddot{\dot{h}} &= \frac{H'''}{S^4},
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

где точки означают производные по l , а штрихи – производные по ε .

Покажем, как получены производные в (10). Возьмем, например, первое выражение в (10), $h = \frac{H}{S}$, продифференцируем его по l

$$\frac{\partial h}{\partial l} = \dot{h} = \frac{\partial H}{S \partial l} = \frac{\partial H}{SS \partial \varepsilon} = \frac{1}{S^2} \frac{\partial H}{\partial \varepsilon} = \frac{H'}{S^2}.$$

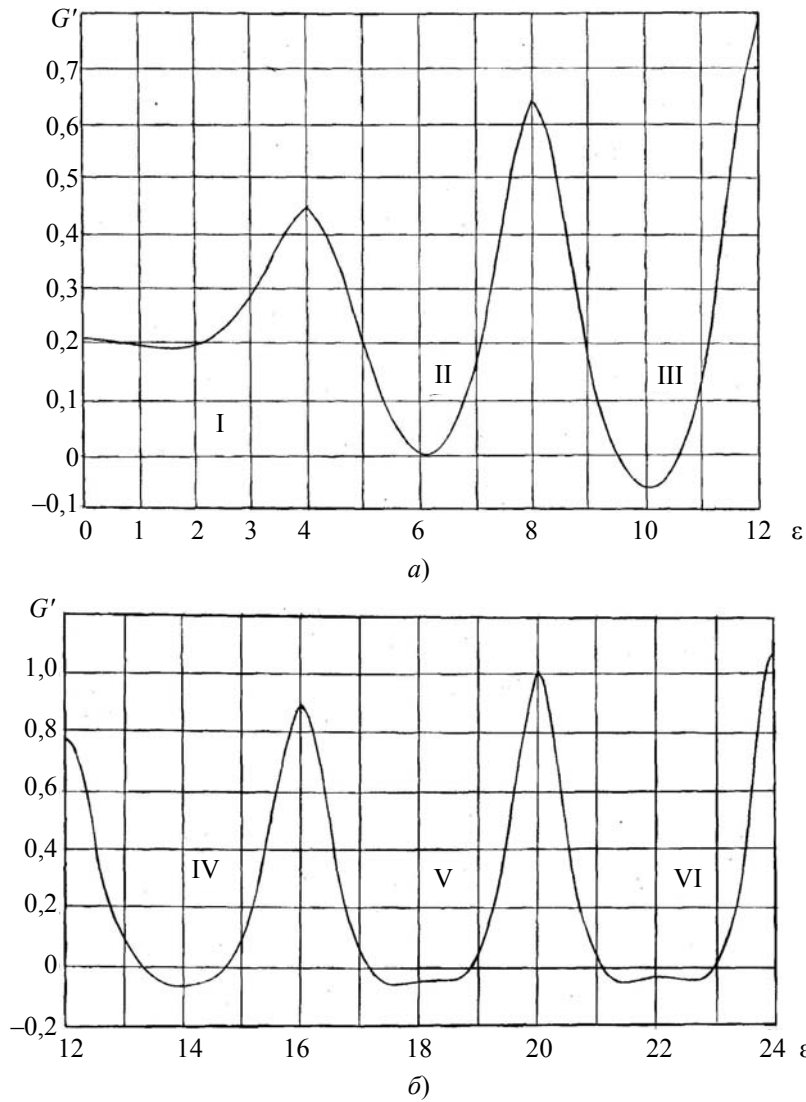


Рис. 6. Зависимость производной окружной скорости G' по ε от безразмерной осевой координаты ε при безразмерных зазорах между дисками $\varepsilon_0 = 4$ по зонам: а – I, II, III; б – IV, V, VI

Остальные равенства (10) получаем аналогичным образом.
Подставив (10) в систему дифференциальных уравнений (5), получим

$$S^4 \ddot{h} = S^4 C + S^2 \dot{h} S^2 \dot{h} - S^4 g^2 - 2ShS^3 \ddot{h}; \quad (11)$$

$$S^4 \ddot{g} = 2(S^2 \dot{h} S^2 g - ShS^3 \dot{g}) .$$

Разделив все члены уравнений (11) на S^4 , окончательно получим:

$$\ddot{h} = C + \dot{h}^2 - g^2 - 2h\ddot{h}, \quad (12)$$

$$\ddot{g} = 2(\dot{h}g - h\dot{g}) .$$

Уравнения (12) аналогичны уравнениям (5).

Для проверки описанного выше алгоритма и изменений параметров по камерам (зонам) мы провели численные расчеты многокамерной конструкции. Было принято, что расстояния между дисками одинаковые и в безразмерном виде $\varepsilon_0 = 4$, принимаем также для первого диска безразмерную окружную скорость $G(\varepsilon_0) = 1$.

Результаты интегрирования зоны I даны в работе [6]. Значения для II и III зон представлены в табл. 3, 4. Мы проинтегрировали и дальше для IV, V, VI зон. Табличные значения переменных не представлены из-за громоздкости таблиц, даны только графические зависимости на рис. 2, б – 6, б.

Из графиков на рис. 2 наблюдаем, что, начиная со второго диска, экстремумы безразмерной осевой скорости $H(\varepsilon)$ от диска к диску уменьшаются.

Экстремумы безразмерной радиальной скорости $H'(\varepsilon)$, начиная с зоны II, остаются приблизительно одинаковыми (см. рис. 3).

Максимальные значения безразмерной функции $H''(\varepsilon)$ медленно растут в направлении роста номера зоны (см. рис. 4). Начиная с зоны III, возникают минимумы между двумя максимумами. На границах зон (на поверхностях дисков) происходит скачок значений $H''(\varepsilon_0)$. Это не противоречит логике решаемой задачи.

Безразмерная окружная скорость $G(\varepsilon)$ изменяется подобно синусоиде вдоль некоторой наклонной прямой (см. рис. 5). Функцию $G(\varepsilon)$ в каждой зоне приближенно можно записать $G(\varepsilon) = k\varepsilon + b + m \sin n\varepsilon$, где b, k, m, n – некоторые постоянные, различные для каждой зоны.

Таблица 3

Первое решение при $C = 1,970266$, $\varepsilon_0 = 4$ (зона II)

ε	H	H'	H''	G	G'
0,0	0,000000	0,000000	-0,472902	1,000000	0,442723
0,2	-0,008224	-0,076375	-0,296041	1,087384	0,425820
0,4	-0,028446	-0,121186	-0,157161	1,168595	0,382877
0,6	-0,055069	-0,141526	-0,051651	1,239510	0,324490
0,8	-0,083857	-0,143856	0,023752	1,297950	0,259523
1,0	-0,111780	-0,133681	0,074331	1,343290	0,194455
1,2	-0,136792	-0,115398	0,105792	1,376072	0,134525
1,4	-0,157618	-0,092267	0,123697	1,397668	0,083080
1,6	-0,173524	-0,066487	0,133050	1,410029	0,042491
1,8	-0,184123	-0,039340	0,137966	1,415505	0,014492
2,0	-0,189208	-0,011396	0,141402	1,416676	0,000570
2,2	-0,188637	0,017227	0,144884	1,416764	0,002177
2,4	-0,182270	0,046552	0,148221	1,418779	0,020973
2,6	-0,169982	0,076362	0,149175	1,426410	0,058607
2,8	-0,151501	0,105760	0,143105	1,443569	0,116416
3,0	-0,127841	0,132650	0,122621	1,474347	0,194716
3,2	-0,099110	0,153162	0,077335	1,522707	0,291681
3,4	-0,067412	0,161043	-0,006161	1,591905	0,401734
3,6	-0,036141	0,147088	-0,143850	1,683523	0,513330
3,8	-0,010862	0,098732	-0,353068	1,796006	0,606055
4,0	0,000000	0,000000	-0,650028	1,922528	0,646959

Таблица 4

Первое решение при $C = 5,565008$, $\varepsilon_0 = 4$ (зона III)

ε_0	H	H'	H''	G	G'
0,0	0,000000	0,000000	-0,660917	1,922528	0,646959
0,1	0,003004	-0,057164	-0,486556	1,986826	0,635287
0,2	-0,010894	-0,098148	-0,337263	2,048939	0,604215
0,4	-0,035602	-0,141390	-0,110504	2,160468	0,504905
0,6	-0,065013	-0,147978	0,032002	2,249480	0,383885
0,8	-0,093365	-0,133008	0,108249	2,314159	0,264581
1,0	-0,117544	-0,107827	0,137209	2,356340	0,160452
1,2	-0,136334	-0,080116	0,136198	2,379752	0,077343
1,4	-0,149728	-0,054380	0,119585	2,388735	0,016006
1,6	-0,158353	-0,032578	0,098424	2,387471	-0,025603
1,8	-0,163029	-0,014781	0,080619	2,379611	-0,050439
2,0	-0,164452	0,000240	0,071284	2,368249	-0,060928
2,2	-0,162986	0,014477	0,073024	2,356131	-0,057982
2,4	-0,158561	0,030301	0,085949	2,346025	-0,040443
2,6	-0,150670	0,049426	0,107295	2,341144	-0,000499
2,8	-0,138480	0,073261	0,130603	2,345555	0,053378
3,0	-0,121096	0,101056	0,144537	2,364388	0,140080
3,2	-0,098018	0,129297	0,131554	2,403722	0,258625
3,4	-0,069850	0,150248	0,066879	2,469839	0,406818
3,6	-0,039284	0,150485	-0,081436	2,567565	0,571121
3,8	-0,012378	0,109643	-0,350184	2,697248	0,718860
3,9	-0,003466	0,065421	-0,541100	2,771824	0,768659
4,0	0,000000	0,000000	-0,774659	2,849976	0,788240

Максимальные значения безразмерной функции $G'(\varepsilon)$ растут от зоны к зоне (см. рис. 6). Минимальные значения на отдельных участках зон III–VI принимают отрицательные значения. Значит, на этих участках функция безразмерной окружной скорости $G(\varepsilon)$ несколько падает. При переходе из зоны в зону, на их границах, имеем максимумы $G'(\varepsilon)$. Функция $G'(\varepsilon)$ в своих максимумах не имеет перегибов или скачков (рис. 7, а).

Одновременно безразмерная функция $H''(\varepsilon)$ в этих сечениях имеет скачки (рис. 7, б).

На рис. 2–7 изображены изменения функций по зонам при толщине дисков, равной «нулю». В реальности диски имеют определенную толщину. Если мы эту реальность учтем, то между зонами на изображении будут разрывы. Тогда каждая зона передвинется вместе с функциями параллельно себе. Внутри каждой зоны изменение параметров сохранит значение, решения в каждой зоне действительны.

В табл. 5 представлены безразмерные окружные скорости дисков G , безразмерные параметры B , b , A , a на обеих поверхностях дисков и коэффициент давления C в каждой зоне при безразмерном расстоянии между дисками $\varepsilon_0 = 4$.

Пересчет данных табл. 5 при условии, что ведущий диск (в нашем случае шестой) имеет безразмерную окружную скорость $G_6 = 1$, проводим по формулам (10). При этом $S = \sqrt{G_6} = \sqrt{5,638501} = 2,374553$.

Если было бы пять дисков, то для пяти зон коэффициент S был бы $S = \sqrt{G_5} = \sqrt{4,708738} = 2,169963$, и т.д. Результаты расчетов сведены в табл. 6.

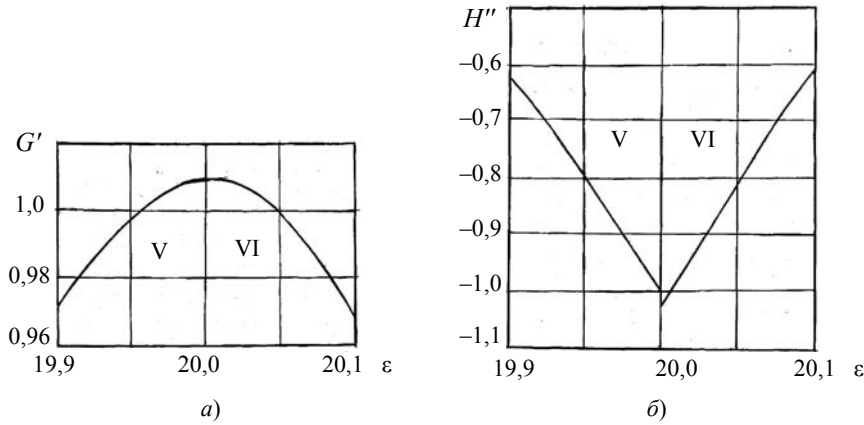


Рис. 7. Поведение безразмерных функций G' (а), H'' (б) от безразмерной осевой координаты ε вблизи границы V и VI зон

Таблица 5

Начальные параметры на поверхностях дисков

№ диска	0	1	2	3	4	5	6
G	0,000000	1,000000	1,922528	2,849976	3,779184	4,708738	5,638501
B	0,208611	0,442723	0,646959	0,788240	0,905175	1,009294	–
b	–	0,442723	0,646959	0,788240	0,905175	1,009175	1,104212
A	–0,177700	–0,472902	–0,660917	–0,798297	–0,914679	–1,018466	–
a	–	0,372927	–0,650028	–0,774659	–0,890290	–0,997263	–1,094286
Зона	–	I	II	III	IV	V	VI
C	–	0,187744	1,970266	5,565008	10,861978	17,883833	26,637045

Таблица 6

Начальные параметры на поверхностях дисков при $G_6 = 1$

№ диска	0	1	2	3	4	5	6
G	0,000000	0,177352	0,340964	0,505449	0,670246	0,835105	1,000000
B	0,014983	0,033066	0,0483205	0,058873	0,067606	0,075374	–
b	–	0,033066	0,0483205	0,058873	0,067606	0,075374	0,082472
A	–0,013272	–0,00353204	–0,049363	–0,059624	–0,068316	–0,076068	–
a	–	–0,027853	–0,048550	–0,057858	–0,066495	–0,074484	–0,081731
Зона	–	I	II	III	IV	V	VI
C	–	0,005905	0,061972	0,175040	0,341650	0,562514	0,837835

Безразмерное расстояние между дисками при этом будет $\varepsilon_0 = 4S = 9,498212$.

Положим, например, что число оборотов ведущего диска (шестого) составляет 1500 об/мин. В соответствии с табл. 6 частота вращения дисков: $n_5 = 1253$ об/мин, $n_4 = 1005$ об/мин, $n_3 = 758$ об/мин, $n_2 = 511$ об/мин, $n_1 = 266$ об/мин.

В заключении отметим, что рассмотренный алгоритм позволяет рассчитать гидродинамику многокамерного аппарата с любым числом дисков, в том числе и с различным расстоянием между ними.

Список литературы

1. Karman, Th. Über laminare und turbulente Reibung / Th. Karman. – ZAMM 1. – 1921. – P. 233 – 252.
2. Cochran, W.G. The flow due to a rotating disk / W.G. Cochran // Proc. Cambr. Phil. – 1934, Soc. 30. – P. 365–375.
3. Koptev, A.A. Die Flüssigkeitsströmung in den Zentrifugalfeldern unter der Wirkung der sich drehenden Scheiben / A.A. Koptev // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 1995. – Т. 1, № 1. – С. 65–75
4. Koptev, A.A. Die Flüssigkeitsströmung in den Zentrifugalfeldern unter der Wirkung der sich drehenden Scheiben. Blick auf das Karmanproblem aus der Urendlichkeit / A.A. Koptev // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 1996. – Т. 2, № 3. – С. 65–72.
5. Шлихтинг, Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1969. – 196 с.
6. Коптев, А.А. Движение жидкости в центробежных полях. Ч. 1 / А.А. Коптев. – М.: Машиностроение. – 2005. – 240 с.
7. Коптев, А.А. Движение жидкости в центробежных полях. Ч. 2 / А.А. Коптев. – М.: Машиностроение. – 2006. – 300 с.
8. Червяков, В.М. Определение энергозатрат в роторных аппаратах / В.М. Червяков, А.А. Коптев // Химнефтегазмаш. – 2005. – № 4. – С. 10–12.

Fluid Flow in Centrifugal Fields of Multi-Chamber Disk-Shaped Device

A.A. Koptev, V.B. Kopteva

*Department “Machinery and Technology of Mechanic Engineering”, TSTU;
postmaster@kma.tstu.ru*

Key words and phrases: multi-chamber centrifugal devices; Navier-Stokes equation; non-dimensional variables.

Abstract: The paper studies the solution to Navier-Stokes equations in cylindrical coordinate system and the fluid flow in gaps between disks rotating at different angle velocity. With the substitution of T. Carman’s equation system Navier-Stokes equation is set to non-dimensional type. The solution to the latter is found via numerical integration.

References

1. Karman, Th. About laminar and turbulent friction / Th. Karman. – ZAMM 1, 1921. – P. 233–252.
2. Cochran, W.G. Flow due to a rotating disc / W.G. Cochran // Proc. Cambr. Phil. – 1934, Soc. 30. – P. 365–375.

3. Koptev, A.A. Fluid flow in centrifugal fields under influence of rotary discs / A.A. Koptev // Transactions TSTU. – 1995. – Т. 1, № 1. – P. 65–75.
 4. Koptev, A.A. Fluid flow in centrifugal fields under influence of rotary discs. View in Karman problem out of infinity / A.A. Koptev // Transactions TSTU. – 1996. – Т. 2, № 3. – P. 65–75.
 5. Shlichting, G. Theory of boundary layer / G. Shlichting. – М. : Nauka, 1969. – 196 p.
 6. Koptev, A.A. Fluid flow in centrifugal fields. Part 1 / A.A. Koptev. – М. : Mashinostroenie. – 2005. – 240 p.
 7. Koptev, A.A. Fluid flow in centrifugal fields. Part 2 / A.A. Koptev. – М. : Mashinostroenie. – 2006. – 300 p.
 8. Tchervyakov, V.N. Power inputs determination in rotor-type apparatus / V.N. Tchervyakov, A.A. Koptev // Khimneftedasmash. – 2005. – № 4. – P. 10–12.
-

Flüssigkeitsströmung in den Zentrifugalfeldern des Mehrkammerscheibenapparates

Zusammenfassung: Es wird die Lösung der Gleichungen von Nawje-Stocks der Bewegung der Flüssigkeit in den Spalten zwischen den Scheiben, die sich mit verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten drehen, betrachtet. Mit Hilfe der Permutation des Gleichungssystems von T. Karman wird die Gleichung von Nawje-Stocks zur dimensionslosen Form geführt. Die Lösung der Letzten ist durch das quantitative Integrieren gefunden.

Ecoulement du liquide dans les champs centrifuges de l'appareil multichambre à disque

Résumé: Est examinée la résolution des équations de Nawje-Stocks dans un système cylindriques de coordonnées du mouvement du liquide dans les jets entre les disques tournant avec des vitesses d'angle différentes. A l'aide des systèmes des équations de T. Karman l'équation de Nawje-Stocks aboutit à une vue sans limite. La solution de ces dernières est trouvée par l'intégration numérique.

Авторы: *Коптев Андрей Алексеевич* – кандидат технических наук, профессор кафедры «Техника и технологии машиностроительных производств»; *Коптева Вера Борисовна* – старший преподаватель кафедры «Техника и технологии машиностроительных производств», ГОУ ВПО «ТГТУ».

Рецензент *Гатапова Наталья Цибиковна* – доктор технических наук, профессор, заведующая кафедрой «Химическая инженерия» ГОУ ВПО «ТГТУ».
