

МОДЕЛЬ СЕРДЕЧНО-СОСУДИСТОЙ СИСТЕМЫ, ОРИЕНТИРОВАННАЯ НА СОВРЕМЕННУЮ ИНТЕНСИВНУЮ ТЕРАПИЮ

С.В. Фролов¹, С.Н. Маковеев¹, Д.Ш. Газизова², В.А. Лищук²

*Кафедра «Биомедицинская техника» (1), ГОУ ВПО «ТГТУ»,
Научный центр сердечно-сосудистой хирургии им. А.Н. Бакулева
РАМН, Москва (2)*

Представлена членом редколлегии профессором В.И. Коноваловым

Ключевые слова и фразы: гемодинамика; интенсивная терапия; сердечно-сосудистая система; среда LabView.

Аннотация: Представлено математическое описание сердечно-сосудистой системы с пульсирующим сердцем и реализация математической модели в среде LabView. Сердечно-сосудистая система представляется в виде последовательно соединенных четырнадцати упругих камер. Показано, что результаты моделирования совпадают с клиническими наблюдениями.

Обозначения

A, B – матрицы коэффициентов, определяющих связи между камерами;	q – вектор-столбец, характеризующий суммарные потоки, втекающие в упругую камеру и вытекающую из нее, см ³ /с;
a_i – параметр гистерезисной функции, описывающий работу клапанов сердца, тор;	q_i^* – обратный поток, закрывающий выходной клапан сердца, см ³ /с;
C_i – эластичность сосудов, см ³ /тор;	$q_{вх}$ – входной поток в камеру, см ³ /с;
$E_{PE,i} / E_{SE,i}$ – коэффициент жесткости для последовательных/параллельных элементов миокарда сердца, тор;	$q_{вых}$ – выходной поток из камеры, см ³ /с;
$f_i(t, n)$ – функция, обеспечивающая плавный переход от сокращения миокарда к пассивному состоянию;	R – вектор-столбец сопротивлений сосудов, см ³ /(тор·с);
$g(\Delta P_{i,j}, a_i)$ – гистерезисная функция;	R_i – сопротивление сосудов, см ³ /(тор·с);
h_i – средняя толщина стенки сердца, см;	S_i – площадь поперечного сечения миокарда, см ² ;
k – число камер;	$S_{PE,i} / S_{SE,i}$ – площадь поперечного сечения последовательных / параллельных элементов миокарда сердца, см ² ;
$K_{C,i}$ – коэффициент Старлинга;	t – время, с;
l_i – длина сосуда, см;	$t_{кд}$ – время окончания диастолы, с;
L – вектор-столбец инерционностей, тор·с ² /см ³ ;	$t_{кс}$ – время окончания систолы, с;
L – инерционность потока крови, тор·с ² /см ³ ;	T – период сердечных сокращений, с;
m – число потоков между камерами;	$T_{рс,i}$ – длительность периода расслабления миокарда, с;
n – номер сердечного цикла;	$T_{сис}$ – длительность систолы, с;
P(t) – вектор-столбец, характеризующий давления в камерах, тор;	U_i – ненапряженный объем, см ³ ;
$P_{вх}$ – давление на входе в камеру, тор;	$U_{C,i}$ – параметр линейной аппроксимации гетерометрической зависимости, см ³ ;
$P_{вых}$ – давление на выходе из камеры, тор;	V_i – объем i -й камеры, см ³ ;
$\Delta P_{i,j}$ – перепад давлений, тор;	

$V_{0,i}$ – объем расслабленного сердца, см^3 ;	η_i – коэффициент вязкости миокарда сердца, тор·с;
$V_{\text{SE0},i}$ – объем сферы, образованной из ненапряженных элементов SE сердца, см^3 ;	θ_i – коэффициент сокращения сердца;
α – коэффициент, определяющий принадлежность момента времени к систоле или диастоле;	μ_i – динамическая вязкость крови, тор·с;
$\varepsilon_i(t)$ – относительное растяжение элементарной полоски миокарда;	ξ – коэффициент распределения периферической проводимости;
$\varepsilon_{\text{SE},i}(t)$ – относительное растяжение последовательного эластичного элемента;	ρ_i – проводимость, $\text{см}^3/(\text{тор}\cdot\text{с})$;
	ρ_i^* – проводимость открытого входного и выходного клапанов сердца, $\text{см}^3/(\text{тор}\cdot\text{с})$;
	ω_i – объем псевдополости желудочка, см^3 .

Сложность методов обследования, диагностики и лечения резко возросла за последние 15–20 лет. В еще большей степени увеличилось число терапевтических и профилактических средств. Все это вместе взятое выдвинуло перед медицинской наукой и практикой проблему автоматизированного обеспечения решений врача как предпосылку индивидуальной, наилучшей для каждого больного, а возможно и единственно совместимой с его жизнью, тактики лечения. Врач постоянно принимает ответственные решения. В значительном числе случаев они касаются сердечно-сосудистой системы (ССС) больного.

Для обеспечения этой задачи разрабатывается ряд автоматизированных информационных систем для диагностики и терапии кардиологических больных [1]. Основу этих информационных систем составляет математическая модель ССС. Нами предлагается математическая модель ССС в виде камерной цепи, упрощенно отображающей структуру сосудистого русла человека, которая представлена в виде последовательно соединенных упругих камер и реализована в среде LabView. С помощью этой модели врач определяет основные клинико-физиологические показатели кровообращения [2], такие как сердечный индекс, артериальное давление, легочное артериальное давление и др. Представленная математическая модель ССС позволяет определять эти показатели неинвазивно, то есть без установки катетеров в сосуды. Отличие разработанной модели ССС заключается в том, что она реализована в среде LabView, позволяющей проводить идентификацию параметров модели под конкретного пациента. Каждая камера (рис. 1) характеризуется соответственно входным $q_{\text{вх}}(t)$ и выходным $q_{\text{вых}}(t)$ потоками (объемными кровотоками), объемом $V(t)$ и давлением $P(t)$.

В состав этой цепи входит модель пульсирующего сердца, которая состоит из четырех камер. Структура модели кровообращения показана на рис. 2.

Правый и левый желудочки представлены камерами, имеющими входные и выходные клапаны. Входные клапаны описываются нелинейными элементами релейного типа, а выходные – нелинейными элементами релейного типа с гистерезисом.

Для практики и научных исследований представляет интерес гемодинамика всех главных сосудистых русел большого и малого кругов – артериального, венозного, легочно-артериального, легочно-венозного. В данной модели отображаются все эти русла. Главные русла сосудистой системы отображены, по возмож-

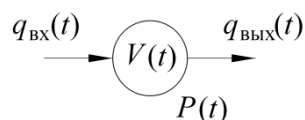


Рис. 1. Упругая камера (компаратмент)

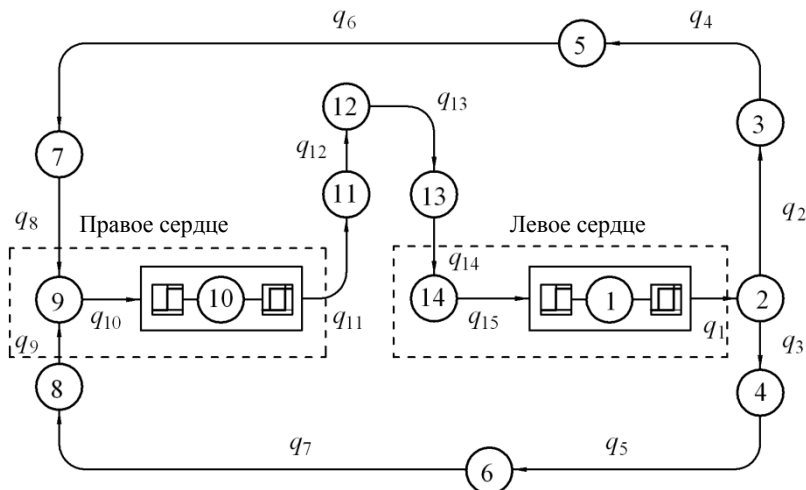


Рис. 2. Камерная структура модели кровообращения:

1 – левый желудочек с входным и выходным клапанами; 2 – центральная артериальная камера; 3 – артерии верхней части тела; 4 – артерии нижней части тела; 5 – капилляры верхней части тела; 6 – капилляры нижней части тела; 7 – вены головы и рук; 8 – вены нижней части тела; 9 – правое предсердие; 10 – правый желудочек с входным и выходным клапанами; 11 – проксимальная легочно-артериальная камера; 12 – дистальная легочно-артериальная камера; 13 – легочные вены; 14 – левое предсердие

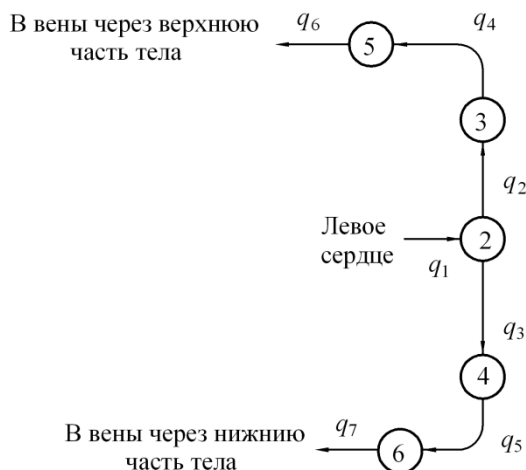


Рис. 3. Построение артериального русла:

2 – центральная артериальная камера; 3 – камера, отображающая артериальные сосуды верхней части тела; 4 – камера, отображающая артериальные сосуды нижней части тела; 5 – капилляры верхней части тела; 6 – капилляры нижней части тела

сти минимальным количеством камер. Такое представление модели дает возможность проводить ее экспериментальную проверку, так как клинический контроль обычно проводят путем слежения за давлением с помощью катетера в каждом из перечисленных сосудистых русел, а также измеряя объемы и кровотоки с помощью неинвазивных методов. Модель артериальной системы представлена на рис. 3. Это – минимальное число камер, позволяющее образовать камерную цепь, в которой могли бы возникнуть два взаимодействующих колебания, имитирующие пульсовые волны в верхней и нижней частях артериальной системы.

При построении математического описания сосудистой системы допускались упрощающие предпосылки. В модели не учитываются тканевые давления, которые изменяются относительно медленно и могут быть учтены эквивалентным изменением параметров сосудов. Модель не описывает влияние дыхания, так как предполагается, что контроль гемодинамики человека может легко проводиться при временно задержанном или ослабленном дыхании. Модель не учитывает влияния на сосудистое давление силы тяжести. Во многих задачах физиологии и медицины человека можно предположить горизонтально лежащим – в таких условиях во всех участках сердечно-сосудистой системы вклад силы тяжести в давление крови одинаково мал.

Уравнение материального баланса

Объем крови в камере определяется входным и выходными расходами. Уравнение, связывающее объем и расход в дифференциальной форме, выглядит следующим образом

$$\frac{dV(t)}{dt} = q_{\text{вход}}(t) - q_{\text{выход}}(t). \quad (1)$$

Введем к обозначениям функций и параметров модели нижние индексы, указывающие камеры и потоки между ними в соответствии с рис. 2. Конкретизируя уравнение (1) для всех участков сосудистой системы, получим:

$$\dot{\mathbf{V}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{q}(t), \quad (2)$$

где $\mathbf{A} =$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$\dot{\mathbf{V}}(t)$, $\mathbf{q}(t)$ представлены k - и m -мерными вектор-столбцами: $[\dot{V}_i(t)]_1^k$ и $[q_j(t)]_1^m$ соответственно.

Описание ССС в матричном виде используется во многих работах. К сожалению, в клинике контроль ограничивает детальность модели уравнениями 2–3 порядка. В последнее время внедрение развитого мониторинга, томокомпьютеров и ультразвуковой аппаратуры значительно расширило возможности контроля. Это позволило вернуться к матричному описанию. Условием такого возвращения является ориентация модели на современный клинический контроль.

Его значимость – оперативная подстройка (идентификация) структуры модели и сердечно-сосудистой системы больного.

Уравнение потока

При моделировании динамических процессов в крупных сосудах следует учитывать инерционные свойства потока крови и гидравлическое сопротивление. Уравнение движения несжимаемой жидкости без учета гравитации и тканевого давления будет выглядеть следующим образом [3]

$$L \frac{dq(t)}{dt} + Rq(t) = P_{\text{âô}}(t) - P_{\text{âô}}(t). \quad (3)$$

Инерционные свойства потока крови учитываются только для камер артериального и легочно-артериального русла (2–4, 11, 12). В остальных камерах учитывается только сопротивление потоку, то есть коэффициент $L = 0$.

Тогда с учетом допущений и на основе уравнения (3) для всех участков сосудистой системы получается

$$\mathbf{L} \cdot \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{R} \cdot \mathbf{q}(t) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{P}(t), \quad (4)$$

где $\mathbf{L} = \text{diag}[0, L_2, L_3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L_{12}, 0, 0, 0]$, $\mathbf{R} = \text{diag}[R_1(t), R_2(t), \dots, R_{15}(t)]$ – диагональные матрицы, $\mathbf{P}(t)$, $\dot{\mathbf{q}}(t)$ представлены k - и m -мерными вектор-столбцами: $[P_i(t)]_1^k$ и $[\dot{q}_j(t)]_1^m$ соответственно;

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Сопротивления артериального, легочно-артериального русел и микрососудов большого круга кровообращения задаются коэффициентами $R_2(t), \dots, R_9(t), R_{12}(t), \dots, R_{14}(t)$ и определяются как величины, обратные проводимости

$$R_i(t) = \frac{1}{\rho_i(t)}, \quad i \in 2, \dots, 9; 12, \dots, 14. \quad (5)$$

Проводимость в системе описания сосуда во всех медицинских исследованиях не считается постоянной, а зависит от динамики. Поэтому в систему должно быть добавлено приоритетное уравнение, основанное на формуле Пуазейля [4]

$$\rho_i(t) = \frac{3}{128l_i\mu_i} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}} (V_x(t) + V_y(t)), \quad (6)$$

$$(i, x, y) \in \{(2,2,3); (3,2,4); (3,2,4); (4,3,5); (5,4,6); (6,5,7); (7,6,8); (8,7,9); (9,8,9); (12,11,12); (13,12,13); (14,13,14)\}$$

Описание работы клапанов сердца

Работа клапанов сердца описывается функцией времени $R_i(t)$, $i \in 1, 10, 11, 15$, которую можно рассматривать как переменное сопротивление клапана. Потоки крови между камерой сердца и сосудистой системой регулируются клапанами сердца. Клапан считается проводящим каналом с переменной проводимостью, нелинейно зависящий от значений функций кровообращения в его непосредственной окружности. В математическом описании протекания крови через клапан пренебрегаем инерционностью потока крови, так как она играет второстепенную роль (по сравнению с сопротивлением) в функционировании клапана.

Во многих работах клапан моделируется простым релейным элементом, открывающимся или закрывающимся в зависимости от перепада входного давления. Однако в реальном сердце наблюдается регургитация – течение крови через клапан в обратном направлении, непосредственно перед закрытием клапана. При моделировании клапана с описанием регургитации открытие клапана происходит в момент, когда возникает сколь угодно малый перепад давлений в направлении открытия. Открывшийся клапан остается полностью открытым до появления обратного потока крови через него, после чего его проводимость начинает уменьшаться и, когда в обратном направлении протек заданный объем, клапан окончательно скачком закрывается.

Для упрощения вычислений входные (атрио-вентрикулярные) клапаны моделируются простым релейным элементом. Для выходных (аортального и легочно-артериального) клапанов применена упрощенная модель, которая позволяет имитировать регургитацию.

Примем проводимость открытого клапана постоянной, равной ρ_i^* . Изменение проводимости $\rho_i(t)$ клапанов сердца можно выразить зависимостями

$$\rho_i(t) = \frac{1}{R_i(t)} = \begin{cases} \rho_i^*, & \text{а̃ñе̃е} P_{i-1}(t) \geq P_j(t), \\ 0, & \text{а̃ñе̃е} P_{i-1}(t) < P_j(t). \end{cases} \quad (7)$$

Здесь $P_{i-1}(t)$, $P_j(t)$ – давление крови до и после клапана соответственно.

Будем считать, что клапан откроется как только в нем возникает перепад давления в направлении открытия, то есть

$$P_{i-1}(t) - P_j(t) > 0. \quad (8)$$

Клапан остается открытым, пока выполняется условие

$$q_i(t) > -q_i^*. \quad (9)$$

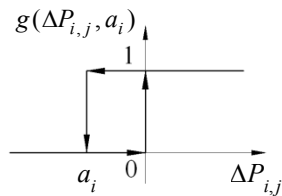


Рис. 4. Гистерезисная функция $g(\Delta P_{i,j}, a_i)$

Если обратный поток превысит заданное значение q_i^* , клапан закроется.

Легко убедиться, что условие (9) равноценно условию

$$P_{i-1}(t) - P_j(t) > -\frac{q_i^*}{\rho_i}. \quad (10)$$

Из вышесказанного следует, что данная модель клапана обладает гистерезисной характеристикой зависимости проводимости от перепада давления на нем. Для сокращенной записи функционирования клапана определим гистерезисную функцию $g(\Delta P_{i,j}, a_i)$ (рис. 4)

$$g(\Delta P_{i,j}, a_i) = \begin{cases} \frac{1}{2}(\text{sign}(\Delta P_{i,j}) + 1), & \text{если } \frac{d(\Delta P_{i,j})}{dt} \geq 0, \\ 2 & \\ \frac{1}{2}(\text{sign}(\Delta P_{i,j} - a_i) + 1), & \text{если } \frac{d(\Delta P_{i,j})}{dt} < 0. \end{cases} \quad (11)$$

Здесь $\Delta P_{i,j} = P_{i-1}(t) - P_j(t)$. Параметр гистерезисной функции определяется как

$$a_i = \begin{cases} 0, & \text{если } (i, j) \in \{(10,10); (15,1)\}, \\ -\frac{q_i^*}{\rho_i}, & \text{если } (i, j) \in \{(2,2); (11,11)\}. \end{cases} \quad (12)$$

С помощью функции $g(\Delta P_{i,j}, a_i)$ модель клапанов сердца можно записать в следующем виде

$$\rho_i(t) = \frac{1}{R_i(t)} = \rho_i^* g(\Delta P_{i,j}, a_i). \quad (13)$$

Таким образом, нулевое значение коэффициента a_i соответствует входным клапанам сердца, наличие гистерезиса $a_i \neq 0$ – выходным клапанам.

Уравнение, связывающее объем и давление

Зависимость между давлением $P(t)$ и объемом $V(t)$ в камере можно аппроксимировать следующим соотношением [4]

$$P_i(t) = \frac{1}{C_i} [V_i(t) - U_i], \quad i \in 2, \dots, 9; 11, \dots, 14. \quad (14)$$

Здесь одним из основных параметров, характеризующих участок сосуда, является его ненапряженный объем U_i , то есть объем крови, не вызывающий рас-

тяжение сосуда и, соответственно, повышения давления в нем. Этот параметр может быть получен экспериментально из зависимости давления в сосуде от его объема [4].

Давление в сердечной камере

Сердце моделируется четырьмя камерами – левыми предсердием и желудочком, и правыми предсердием и желудочком. Давления в предсердиях определяются по соотношению (14). Желудочки играют определяющую роль в обеспечении насосной функции сердца. Для их описания используется закон «сердца» Старлинга, исправленный и дополненный гомеометрическими отношениями Амосова, Сарнфа, Зонненблика [1].

Желудочки моделируются камерами, которые представляются сферами, имеющими мышечные стенки. Полоска рассматривается как структура, состоящая из сократительно-эластичных нитей (сократительные элементы SE и последовательные эластичные элементы SE), погруженных в эластичную среду (параллельные элементы PE). Учитывается вязкость миокарда. Циклическая деятельность сердца рассматривается как чередование систол и диастол, характеристиками которого является период сердечных сокращений $T = T(n)$ и длительность систолы $T_{\text{ñèñ}} = T_{\text{ñèñ}}(n)$.

Связь давления в полости желудочка сердца $P_i(t)$, $i = 1, 10$, с напряжением в стенке и размерами полости определяется законом Лапласа для тонкостенной сферы [1]:

$$P_i(t) = 2\sqrt[3]{\frac{4}{3}\pi} \frac{h_i}{\sqrt[3]{V_i(t)}} \left[E_{\text{PE},i} \frac{S_{\text{PE},i}}{S} \varepsilon_i(t) + E_{\text{SE},i} \frac{S_{\text{SE},i}}{S} \varepsilon_{\text{SE},i}(t) \right], \quad i \in \{1, 10\}, \quad (15)$$

где

$$\varepsilon_i(t) = \left(\sqrt[3]{V_i(t)} - \sqrt[3]{V_{0,i}} \right) / \sqrt[3]{V_{0,i}}, \quad (16)$$

$$\varepsilon_{\text{SE},i}(t) = \left(\sqrt[3]{V_i(t)} - \sqrt[3]{\omega_i} \right) / \sqrt[3]{V_{\text{SE},0,i}}. \quad (17)$$

В формулу (17) входит объем псевдополости ω_i – объем полости для такого желудочка, в котором последовательные эластичные элементы заменены на абсолютно жесткие. В построенной версии модели эта функция определяется уравнением [1]:

$$\frac{d\omega_i(t)}{dt} = \begin{cases} \frac{\ln(1-K_i)}{T_{\text{ñèñ}}(n)} [\omega_i(t) - U_{\text{ñ},i}] f_i(t, n), & \text{ñèñ} \quad t \in [t_{\text{èä}}(n-1), t_{\text{èñ}}(n)]; \\ \frac{E_{\text{SE},i} S_{\text{SE},i}}{\eta_i} \frac{\varepsilon_{\text{SE},i}(t)}{\sqrt[3]{6\pi^2}} \sqrt[3]{\omega_i^2(t)} f_i(t, n), & \text{èñ} \quad t \in [t_{\text{èñ}}(n-1), t_{\text{èä}}(n)], \end{cases} \quad (18)$$

$$n = 1, 2, 3, \dots, \quad i \in 1, 10,$$

где

$$t_{\text{èñ}}(n) = \sum_{d=1}^{n-1} T(d) + T_{\text{ñèñ}}(n) + t_0, \quad t_{\text{èä}}(n) = \sum_{d=1}^n T(d) + t_0, \quad (19)$$

$$f_i(t, n) = \min \left[\frac{\alpha(t - t_{\text{èñ}}(n))}{T_{\text{èñ},i}(n)}, 1 \right], \quad i \in 1, 10; \quad \alpha = \begin{cases} -1, & \text{ñèñ} \quad t \in [t_{\text{èä}}(n-1), t_{\text{èñ}}(n)]; \\ 1, & \text{èñ} \quad t \in [t_{\text{èñ}}(n-1), t_{\text{èä}}(n)]. \end{cases} \quad (20)$$

Таким образом получается замкнутая система уравнений (2), (4)–(6), (11)–(20), решая которую получают интересные нас выходные величины объемов, давлений и потоков: $V_i, P_i, q_j, i \in 1, 2, \dots, 14, j \in 1, 2, \dots, 15$.

Удобно для решения представленной модели использовать среду LabView. Система дифференциальных уравнений (2), (4), (18) решается методом Cash-Karp, который является методом 5-го порядка точности.

Оценка параметров сосудистой системы во многом опиралась на литературные данные. Оценка параметров артериального и легочно-артериального русел проводилась по методике, предложенной в работе [5]. Из-за неоднозначности оценок параметров сердца по литературным данным, проведена настройка модели сердца в составе модели кровообращения.

Для примера рассмотрим модель кровообращения с параметрами, соответствующими «нормальному человеку». «Нормальный человек» имеет вес 72 кг, поверхность тела $1,72 \text{ м}^2$. Это понятие используется для выражения нормы, присущей людям вообще. Здесь период сердечных сокращений и длительность систолы также соответствуют «нормальному человеку» $T(n) = 0,857 \text{ с}$, $T_{\text{нѐн}} = 0,284 \text{ с}$. На рис. 5 показаны кривые давления и потоков артериального русла (см. рис. 3).

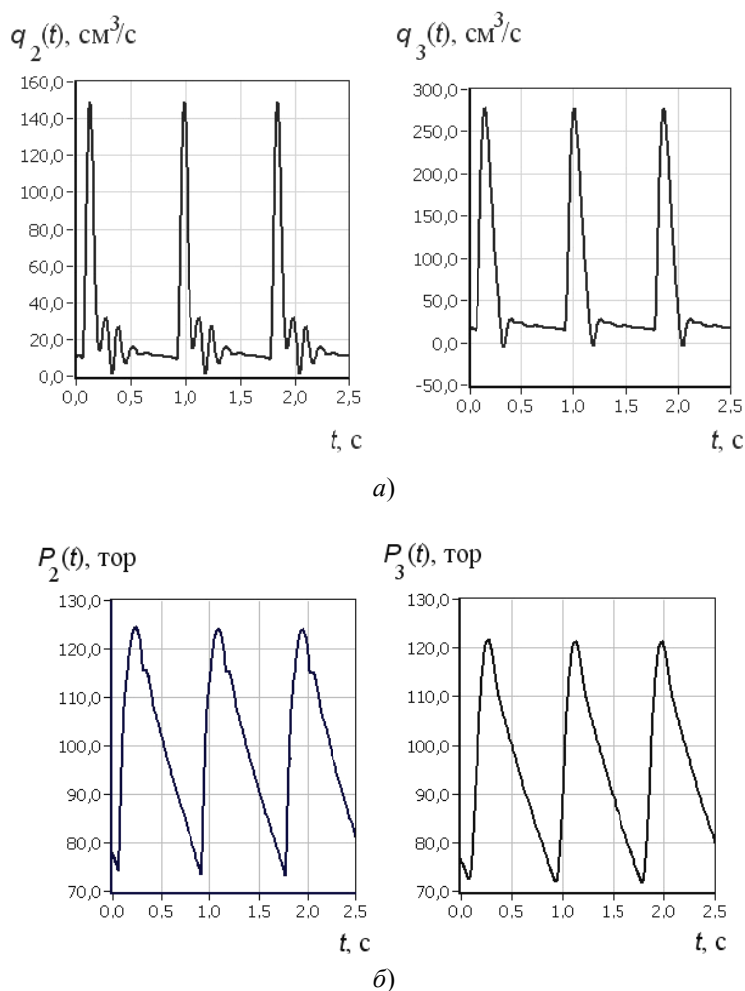


Рис. 5. Пульсовые колебания потока (а) и давления (б) в артериальном русле

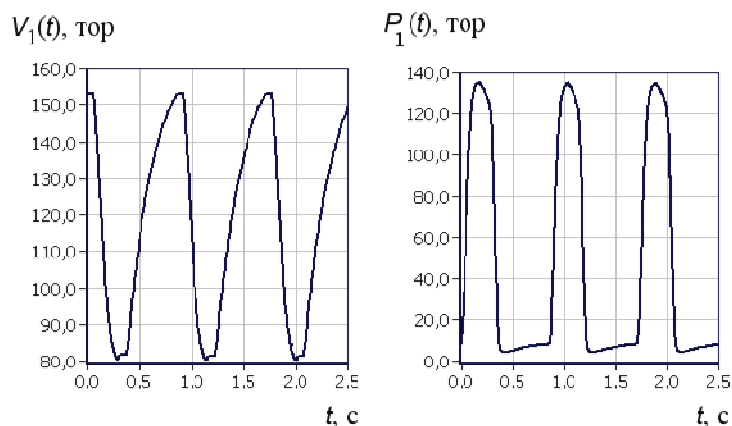


Рис. 6. Гемодинамические функции левого желудочка в течение сердечного цикла в состоянии покоя «нормального человека»

Сравнение этих кривых с клиническими, позволяет сделать вывод о том, что формы колебаний потоков $q_2(t)$, $q_3(t)$ хорошо совпадают с их клиническими оригиналами. Гемодинамика левого желудочка в состоянии покоя отображена на рис. 6.

На основе представленной математической модели создана система автоматизированного расчета функций и параметров ССС. Система разработана в среде LabView. В ее состав входят:

- модуль ввода исходных данных для расчета функций и параметров ССС;
- модуль настройки параметров модели под конкретного человека;
- модуль решения системы дифференциальных уравнений;
- модуль вывода расчетных данных в виде числовых значений, графиков и демонстрации изменения значений гемодинамических функций ССС.

Результаты работы были доложены и одобрены на научной конференции в НИЦССХ им. А.Н. Бакулева РАМН, г. Москва (май, 2008 г.).

Учебная версия системы используется студентами ТГТУ (специальность 200402 «Инженерное дело в медико-биологической практике») при выполнении расчетных заданий по дисциплинам «Моделирование биологических процессов и систем», «Компьютерные технологии в медико-биологических исследованиях», курсовых и дипломных проектов.

Список литературы

1. Лищук, В.А. Математическая теория кровообращения / В.А. Лищук. – М. : Медицина, 1991. – 256 с.
2. Лищук, В.А. Система клинко-физиологических показателей кровообращения / В.А. Лищук, Д.Ш. Газизова // Клиническая физиология кровообращения. – 2004. – № 1. – С. 28–38.
3. Математическая модель сосуда в частных производных. Часть 1 / В.А. Лищук [и др.] // Клиническая физиология кровообращения. – 2006. – № 3. – С. 37–44.
4. Математическая модель сосуда в обыкновенных производных как инструмент для исследования сосудистой патологии. Часть 2 / В.А. Лищук [и др.] // Клиническая физиология кровообращения. – 2007. – № 1. – С. 64–70.
5. Ведру, В.Ю. Математическая модель сердечно-сосудистой системы для имитационных исследований кровообращения человека : автореф. дис. ... канд. биолог. наук : 14.00.17; 05.13.09 / В.Ю. Ведру. – Тарту, 1988. – 23 с.

Model of Cardiovascular System Oriented at Present-Day Intensive Therapy

S.V. Frolov¹, S.N. Makoveev¹, D.Sh. Gazizova², V.A. Lishchuk²

*Department "Biomedical Equipment" TSTU, (1); Scientific Center
of Cardiovascular Surgery named after A.N. Bakulev RAMS, Moscow (2)*

Key words and phrases: cardiovascular system; hemodynamic; intensive therapy; LabView medium.

Abstract: The paper presents mathematical description of cardiovascular system with pulsing heart and implementation of the model in LabView medium. Cardiovascular system is presented in the form of sequentially linked 14 elastic chambers. It is shown that the results of modeling coincide with clinical observations.

Auf die moderne intensive Therapie ausgerichtetes Modell des Herz-Kreislaufsystems

Zusammenfassung: Es sind die mathematische Beschreibung des Herz-Kreislaufsystems mit dem pulsierenden Herz und die Realisierung des mathematischen Modells im Kreis LabView dargestellt. Das Herz-Kreislaufsystem wird in Form von vierzehn konsequent verbundenen elastischen Kameras vorgestellt. Es ist gezeigt, dass die Ergebnisse der Modellierung mit den klinischen Beobachtungen übereinstimmen.

Modèle du système cardiologique et vasculaire orienté sur une thérapie intensive moderne

Résumé: Est présentée une description mathématique du système cardiologique et vasculaire avec un coeur pulsant et la réalisation du modèle mathématique dans le milieu LabView. Le système cardiologique et vasculaire est présenté comme une séquence de quatorze chambres flexibles liées entre elles. Est montré que les résultats du modélage coïncident avec les observations cliniques.
