

## ВЛИЯНИЕ НЕИЗОТЕРМИЧНОСТИ ПОТОКА КАПЕЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ НА ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПРИ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ В ТРУБЕ

**Ю.Я. Печенегов, В.А. Денисов**

*Энгельсский технологический институт (филиал),  
ГОУ ВПО «Саратовский государственный технический университет»*

*Представлена членом редколлегии профессором В.И. Коноваловым*

Имеющиеся в литературе сведения о влиянии неизотермичности ламинарного потока капельной жидкости в канале на гидравлическое сопротивление мало-численны и неоднозначны. Полученные аналитические решения [1–3] обычно аппроксимируют простыми уравнениями подобия, записанными в виде степенных зависимостей [4]. Дополнительно к погрешности, обусловленной допущениями при анализе, в этих уравнениях добавляется еще погрешность аппроксимации.

В данной работе предлагается простой метод расчета гидравлического сопротивления неизотермического потока жидкости в трубе, основанный на представлениях теории пограничного слоя.

Как известно [2], при течении в трубе распределение касательного напряжения в потоке линейно изменяется по радиусу:

$$\sigma = \sigma_{\text{ст}}(r/R), \quad (1)$$

где  $\sigma_{\text{ст}}$  – касательное напряжение на стенке;  $R$  и  $r$  – полный и текущий радиус трубы.

Согласно закону вязкого течения Ньютона, величина касательного напряжения

$$\sigma = -\mu(\partial w/\partial y), \quad (2)$$

где  $\mu$  – динамический коэффициент вязкости среды;  $w$  – аксиальная локальная скорость потока.

Зависимости (1) и (2) при их совместном использовании дают возможность определить профиль скорости в сечении потока и при заданном его расходе найти касательное напряжение на стенке. Для этого поток условно разбивается на  $N$  концентрических слоев толщиной

$$\Delta r = R/N. \quad (3)$$

Задается произвольное значение  $\sigma_{\text{ст}}$ , которое затем в процессе итеративного расчета уточняется. Последовательно, начиная от стенки, вычисляются локальные скорости для каждого из  $N$  слоев в соответствии с (1) и конечно-разностным представлением (2)

$$w_i = w_{i-0,5} + \sigma_{\text{ст}}(\Delta r/\mu_{i-0,5})[1 - (\Delta r(i - 0,5))/R]. \quad (4)$$

По найденному распределению скорости определяется расчетный расход потока  $G_p$ , находится отношение

$$m = G_p/G,$$

где  $G$  – действительный расход потока. Если  $m$  отличается от единицы, то вносится уточнение  $\sigma_{ст} = \sigma_{ст}/m$  и расчет повторяется при этом новом значении  $\sigma_{ст}$ . Итерации завершаются при достижении заданного отклонения  $m$  от единицы.

Расчет быстро сходится при любом начальном  $\sigma_{ст}$ . Результаты расчетов практически не изменяются при  $N > 20$ . Поэтому можно рекомендовать для ламинарных потоков ограничиваться  $N = 20$ .

В качестве среды потока рассматривалась вода, для которой использовалась зависимость динамического коэффициента вязкости от температуры

$$\mu = 0,5985(43,252 + t)^{-1,5423}, \text{ Па}\cdot\text{с}, \quad (5)$$

а также трансформаторное масло МС-20, для которого

$$\mu = 0,3123(273/T)^{9,3}, \text{ Па}\cdot\text{с}. \quad (6)$$

Расчеты проводились при распределении температуры потока в сечении

$$T = T_N + (T_{ст} - T_N)(r/R)^n, \quad (7)$$

где  $T_N$  и  $T_{ст}$  – температуры потока на оси и на стенке трубы соответственно, К; показатель степени  $n$  имел значения 0,5, 1 и 2.

Средняя в сечении температура потока вычислялась как среднеинтегральная величина по выражению

$$T_{ср} = \left( \sum_{i=1}^N \pi \rho_0 c_{p,i} \Delta r (w_i + w_{i-1}) [R - \Delta r(i-0,5)] T_{i-0,5} \right) / (G c_{p,ср}), \quad (8)$$

где  $\rho_0$  – плотность жидкости при температуре  $T_0 = 273$  К;  $c_{p,i}$  – теплоемкость жидкости при  $T_{i-0,5}$ , Дж/(кг·К);  $c_{p,ср}$  – то же при температуре  $T_{ср}$ ;  $T_{i-0,5}$  – средняя температура потока в  $i$ -м слое, К.

Для изотермического потока ( $\mu_{ст}/\mu_{ср} = 1$ ) профиль скорости соответствует параболическому закону [2]

$$w/w_{\max} = 1 - (r/R)^2. \quad (9)$$

В условиях охлаждения потока профиль относительной скорости более заполненный, чем при нагреве, и он одинаков для разных по свойствам воды и масла МС-20. Результаты расчетов сравнивались с данными [4]. Сходимость результатов наших расчетов с данными [4] вполне удовлетворительная.

Коэффициент гидравлического сопротивления определялся по выражению

$$\xi_p = 8\sigma_{ст}\rho_{ср}(\pi R^2/G)^2, \quad (10)$$

где  $\rho_{ср}$  – плотность жидкости при  $T_{ср}$ .

Рассчитанная величина  $\xi_p$  сравнивалась с коэффициентом гидравлического сопротивления изотермического потока [2]

$$\xi = 64 / \text{Re} , \quad (11)$$

где  $\text{Re} = 2w_{\text{ср}}R\rho_{\text{ср}}/\mu_{\text{ср}}$  – число Рейнольдса, вычисленное по среднemasсовой скорости и температуре  $T_{\text{ср}}$ .

Анализ показал, что отношение  $\xi_p/\xi$  изменяется в зависимости от отношения вязкостей жидкости  $\mu_{\text{ст}}/\mu_{\text{ср}}$ , определенных при температурах  $T_{\text{ст}}$  и  $T_{\text{ср}}$ , различно для воды и трансформаторного масла МС-20 и характера распределения температуры по сечению потока. В литературе можно встретить рекомендации по учету влияния неизотермичности потока жидкости на его сопротивление путем ввода в число аргументов для коэффициента сопротивления  $\xi$  отношения  $\mu_{\text{ст}}/\mu_{\text{ср}}$  в той или иной степени. Как показывают наши расчеты, такой прием не может претендовать на универсальность.

#### *Список литературы*

1. Кэйс, В.М. Конвективный тепло- и массообмен : пер. с англ. / В.М. Кэйс. – М. : Энергия, 1972. – 448 с.
2. Шлихтинг, Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. – М. : Наука, 1974. – 712 с.
3. Тарг, С.М. Основные задачи теории ламинарных течений / С.М. Тарг. – М. ; Л. : Гостехиздат, 1951. – 420 с.
4. Петухов, Б.С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах / Б.С. Петухов. – М. : Энергия, 1967. – 411 с.

---

### **The Effect of Nonisothermality of Dropping Liquid Flow on the Hydraulic Resistance in Pipe Laminar Flow**

**Yu.Ya. Pechenegov, V.A. Denisov**

*Saratov State Technical University, Engels Technological Institute (Branch)*

---

### **Einfluß der Nichtisothermheit des Stromes der Tropfflüssigkeit auf den hydraulischen Widerstand bei dem Laminarfließen im Rohr**

---

### **Influence de l'isothermisme du flux du liquide à gouttes sur la résistance hydraulique lors de l'écoulement laminaire dans une tube**

---