

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ПОЛИМЕРНОМ МАТЕРИАЛЕ ПРИ ФАЗОВОМ ПЕРЕХОДЕ

Н.Ф. Майникова<sup>1</sup>, Н.П. Жуков<sup>2</sup>, И.В. Рогов<sup>2</sup>,  
С.С. Никулин<sup>2</sup>, Д.Г. Бородавкин<sup>2</sup>

Кафедры: «Теория машин, механизмов и детали машин» (1),  
«Гидравлика и теплотехника» (2), ГОУ ВПО «ТГТУ»

Представлена членом редколлегии профессором В.И. Коноваловым

**Ключевые слова и фразы:** неразрушающий контроль; температурное поле; теплофизические свойства; фазовый переход; численное моделирование.

**Аннотация:** Представлено моделирование теплопереноса в полимерном материале при фазовом переходе. Полученные результаты можно использовать для определения неразрушающим методом теплоты фазового перехода в полимерах и композиционных материалах на их основе.

### Обозначения и аббревиатуры

$a$ – температуропроводность, м <sup>2</sup> /с;	$\tau$ – время, с;
$q$ – тепловой поток, Вт/м <sup>2</sup> ;	НК – неразрушающий контроль;
$r, x$ – координата, м;	ПМ – полимерный материал;
$T$ – избыточная температура, К;	ТП – термоприемник;
$\lambda$ – теплопроводность, Вт/(м·К);	ТФС – теплофизические свойства.

Среди теплофизических методов исследования ПМ важное место занимают методы НК. Известно, что отличительной особенностью полимеров и композиционных материалов на их основе является наличие в них многочисленных структурных переходов (в частности твердофазных), проявляющихся при изменении температуры. Для того чтобы учесть такой переход в модели метода НК теплофизических свойств ПМ, необходимо знать закон движения границы фазового перехода (**ФП**).

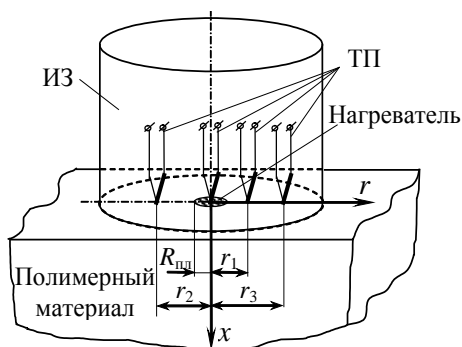


Рис. 1. Измерительная схема

Для НК ТФС полимеров часто используют измерительную схему, приведенную на рис. 1 [1]. Тепловое воздействие на исследуемое полимерное тело осуществляется с помощью нагревателя, выполненного в виде тонкого диска радиусом  $R_{пл}$ , встроенного в подложку измерительного зонда (ИЗ). Температурное распределение контролируется несколькими (не менее трех) ТП. При этом температура структурного перехода может быть определена по аномалиям ТФС полимера [1].

Ранее показано, что закон движения границы ФП в данной системе может быть описан следующими зависимостями, представленными в безразмерном виде [2, 4]:

$$\zeta_{\text{п}}(\text{Fo}) = \frac{(\text{Fo} \pi (1 - \Theta_{\text{п}})^2 + m^{1/\kappa})^{\kappa} - (1 - \Theta_{\text{п}})m}{\Theta_{\text{п}} (\text{Fo} \pi (1 - \Theta_{\text{п}})^2 + m^{1/\kappa})^{\kappa}}, \quad \kappa > 0, m > 0; \quad (1)$$

$$\zeta_{\text{п}}(\text{Fo}) = \frac{(\text{Fo} \pi (1 - \Theta_{\text{п}})^2 + m^{1/\kappa})^{\kappa}}{\Theta_{\text{п}} (\text{Fo} \pi (1 - \Theta_{\text{п}})^2 + m^{1/\kappa})^{\kappa} + (1 - \Theta_{\text{п}})m}, \quad \kappa > 0, m > 0; \quad (2)$$

$$\zeta_{\text{п}}(\text{Fo}) = \frac{\text{Fo}^{\kappa} + m}{\Theta_{\text{п}} \text{Fo}^{\kappa} + m}, \quad \kappa > 0, m > 0, \quad (3)$$

где  $\Theta = \frac{T}{T_{\text{max}}}$ ;  $\Theta_{\text{п}} = \frac{T_{\text{п}}}{T_{\text{max}}}$ ;  $\zeta_{\text{п}} = \frac{r_{\text{п}}}{R}$ ;  $\text{Fo} = \frac{a\tau}{R^2}$ ;  $T_{\text{max}} = \frac{qR}{\lambda}$ ;  $R$  – радиус сферического нагревателя, эквивалентного плоскому (см. рис. 1);  $r_{\text{п}}$  – координата границы ФП;  $T_{\text{п}}$  – температура ФП.

Коэффициенты  $\kappa$  и  $m$  уравнений (1) – (3) зависят от теплоты фазового перехода  $Q_{\text{п}}$  (в безразмерном виде:  $\Omega_{\text{п}} = Q_{\text{п}}a/(qR)$ ), а также от температуры ФП (в безразмерном виде –  $\Theta_{\text{п}}$ ).

Для того чтобы определить, насколько хорошо уравнения (1) – (3) описывают закон движения границы ФП, а также для установления связи параметров  $\kappa$  и  $m$  с теплотой и температурой ФП, проведено имитационное моделирование теплопереноса в системе со сферическим нагревателем (эквивалентной измерительной схеме), представленной на рис. 1. Закон движения границы ФП определялся на основании решения соответствующей краевой задачи в интерактивной системе моделирования двумерных задач ELCUT (методом конечных элементов) [4]. Фазовый переход моделировался скачком теплоемкости. Значения параметров  $\kappa$  и  $m$  уравнений (1) – (3) определялись методом наименьших квадратов по полученным в ELCUT данным с помощью пакета MATLAB.

На рис. 2 представлены зависимости, соответствующие зависимостям  $\zeta_{\text{п}} = f(\text{Fo}_{\text{п}})$ , полученным при  $\Omega_{\text{п}} = 5$  и  $\Theta_{\text{п}} = 0,7$ : 1 – по (1); 2 – по (2); 3 – по (3); точки – численное решение. Как видно из рис. 2 графики уравнений (1) – (3) практически совпадают с результатами численного моделирования.

В табл. 1, 2 приведены результаты исследования влияния температуры фазового перехода  $\Theta_{\text{п}}$  и теплоты фазового перехода  $\Omega_{\text{п}}$  на параметры  $\kappa$  и  $m$  уравнений (1) – (3) соответственно. Там же приведены:  $SSE$  – остаточная сумма квадратов;  $R_{\text{Д}}^2$  – коэффициент детерминации;  $s$  – среднеквадратическая ошибка.

Из рис. 2 и табл. 1, 2 видно, что функции (1) – (3) хорошо описывают закон движения границы фазового перехода (коэффициент детерминации близок к единице, а значения остаточной суммы квадратов и среднеквадратической ошибки близки к нулю).

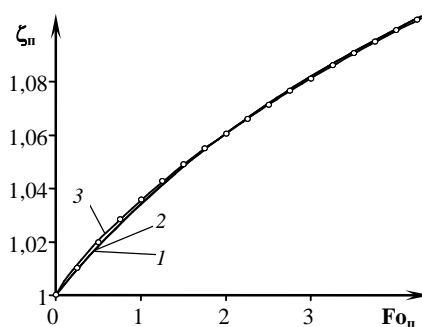


Рис. 2. Зависимости  $\zeta_{\text{п}} = f(\text{Fo}_{\text{п}})$

Таблица 1

Значения коэффициентов  $m$  и  $k$  функций (1) – (3) и статистические оценки результатов регрессионного анализа при  $\Omega_{II} = 5$  и различных  $\Theta_{II}$

$\Theta_{II}$	$m$	$k$	$SSE$	$R_{II}^2$	$s$
Функция (1)					
0,65	1,2110	0,4442	$2,90 \cdot 10^{-05}$	0,9997	0,000966
0,70	1,1370	0,4341	$1,60 \cdot 10^{-05}$	0,9997	0,000755
0,75	1,0370	0,3948	$8,42 \cdot 10^{-07}$	0,9999	0,000196
0,80	0,9985	0,4010	$2,58 \cdot 10^{-07}$	1	0,000131
0,85	0,9606	0,3954	$1,09 \cdot 10^{-07}$	0,9999	0,000095
0,90	0,8761	0,3304	$8,09 \cdot 10^{-08}$	0,9997	0,000086
Функция (2)					
0,65	1,0880	0,5266	$2,53 \cdot 10^{-05}$	0,9998	0,000903
0,70	1,0440	0,5056	$1,45 \cdot 10^{-05}$	0,9997	0,000719
0,75	0,9691	0,4555	$7,44 \cdot 10^{-07}$	0,9999	0,000184
0,80	0,9834	0,4781	$9,58 \cdot 10^{-07}$	0,9999	0,000200
0,85	0,9257	0,4311	$1,10 \cdot 10^{-07}$	0,9999	0,000096
0,90	0,8589	0,3552	$6,16 \cdot 10^{-08}$	0,9998	0,000075
Функция (3)					
0,65	5,919	0,8481	$2,68 \cdot 10^{-05}$	0,9998	0,000930
0,70	7,736	0,8651	$4,64 \cdot 10^{-06}$	0,9999	0,000407
0,75	10,72	0,8865	$2,27 \cdot 10^{-06}$	0,9998	0,000321
0,80	15,62	0,8906	$1,72 \cdot 10^{-06}$	0,9997	0,000339
0,85	27,27	0,9292	$3,77 \cdot 10^{-08}$	1	0,000056
0,90	55,01	0,9157	$1,43 \cdot 10^{-08}$	1	0,000036

Таблица 2

Значения коэффициентов  $m$  и  $k$  функций (1) – (3) и статистические оценки результатов регрессионного анализа при  $\Theta_{II} = 0,65$  и различных  $\Omega_{II}$

$\Omega_{II}$	$m$	$k$	$SSE$	$R_{II}^2$	$s$
1	2	3	4	5	6
Функция (1)					
0	1,073	0,402	$2,23 \cdot 10^{-06}$	1	0,000386
1,25	1,112	0,416	$3,80 \cdot 10^{-06}$	0,9999	0,000503
2,50	1,158	0,432	$3,54 \cdot 10^{-06}$	0,9999	0,000486

1	2	3	4	5	6
3,75	1,199	0,444	$8,58 \cdot 10^{-06}$	0,9999	0,000756
5	1,211	0,444	$2,90 \cdot 10^{-05}$	0,9997	0,000966
Функция (2)					
0	0,959	0,482	$1,05 \cdot 10^{-06}$	1	0,000264
1,25	0,994	0,497	$2,56 \cdot 10^{-06}$	1	0,000413
2,50	1,037	0,513	$2,73 \cdot 10^{-06}$	1	0,000426
3,75	1,075	0,526	$7,44 \cdot 10^{-06}$	0,9999	0,000704
5	1,088	0,526	$2,53 \cdot 10^{-05}$	0,9998	0,000903
Функция (3)					
0	5,173	0,815	$3,86 \cdot 10^{-05}$	0,9994	0,001605
1,25	5,370	0,826	$2,93 \cdot 10^{-05}$	0,9996	0,001396
2,50	5,603	0,837	$2,80 \cdot 10^{-05}$	0,9996	0,001366
3,75	5,796	0,846	$2,04 \cdot 10^{-05}$	0,9997	0,001166
5	5,919	0,848	$2,68 \cdot 10^{-05}$	0,9998	0,000930

Результаты моделирования, представленные в данной работе, можно использовать для определения теплоты фазового перехода в полимерах и композиционных материалах на их основе неразрушающим методом. Для этого необходимо по экспериментальным данным определить параметры функций (1) – (3), а затем сопоставить с результатами имитационного моделирования, часть которых приведена в табл. 1 и 2.

#### Список литературы

1. Жуков, Н.П. Многомодельные методы и средства неразрушающего контроля теплофизических свойств твердых материалов и изделий / Н.П. Жуков, Н.Ф. Майникова. – М. : Машиностроение-1, 2004. – 288 с.
2. Определение закона движения границы фазового перехода в полимерном материале неразрушающим способом / Н.П. Жуков [и др.] // Фундаментальные и прикладные проблемы приборостроения : сб. тр. X Междунар. конф. Приборостроение. – М., 2007. – С. 106–111.
3. К вопросу определения закона движения границы фазового перехода в полимерном материале неразрушающим способом / Н.П. Жуков [и др.] // Фундаментальные и прикладные исследования, инновационные технологии, профессиональное образование : сб. тр. XII науч. конф. ТГТУ / Тамб. гос. техн. ун-т. – Тамбов, 2007. – С. 93–97.
4. ELCUT: Моделирование двумерных полей методом конечных элементов. Версия 5.1. Руководство пользователя. – СПб. : Производственный кооператив TOP, 2003. – 249 с.

## Modeling of Heat Transfer in Polymer Material under Phase Transition

N.F. Mainikova<sup>1</sup>, N.P. Zhukov<sup>2</sup>, I.V. Rogov<sup>2</sup>, S.S. Nikulin<sup>2</sup>, D.G. Borodavkin<sup>2</sup>

*Departments: "Theory of Machines, Mechanisms and Machine Parts" (1),  
"Hydraulics and Heat Engineering" (2), TSTU*

**Key words and phrases:** nondestructive control; numerical modeling; phase transition; temperature field; thermo-physical properties.

**Abstract:** The paper presents modeling of heat transfer in polymer material under phase transition. The obtained results can be applied to determine the heat of phase transition in polymers and polymer-based composite materials using nondestructive method.

---

## Modellierung der Wärmeübertragung im Polymerstoff bei der Phasenübergang

**Zusammenfassung:** Es ist die Modellierung der Wärmeübertragung im Polymerstoff bei der Phasenübergang dargelegt. Die erhaltenen Ergebnisse kann man für die Bestimmung der Wärme der Phasenübergang in den Polymeren und Kompositstoffen von der nichtzerstörenden Methode benutzen.

---

## Modélage du transfert de la chaleur dans les matériaux de polymère lors du passage de phase

**Résumé:** Est présenté le modélage du transfert de la chaleur dans les matériaux de polymère lors du passage de phase. Sont obtenus les résultats qui peuvent être utilisés pour la définition par la méthode non-destructive de la chaleur du passage de phase dans les polymères et dans les matériaux composites à la base des polymères.

---