УДК 621.3

ФОРМИРОВАНИЕ ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНОГО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО УЧЕБНО-НАУЧНО-ПРОИЗВОДСТВЕННОГО КОМПЛЕКСА В ТАМБОВСКОМ ГТУ

С.М. Дзюба[1], В.Е. Подольский[2], А.Ф. Писецкий[2], В.И. Сергеев[2]

Кафедра «Распределенные вычислительные системы» (1), Тамбовский региональный ресурсный центр развития единой образовательной информационной среды (2), ГОУ ВПО «ТГТУ»

Представлена членом редколлегии профессором В.И. Коноваловым

Ключевые слова и фразы: высокопроизводительный кластер; динамические системы; развитие материально-технической базы; распределенная вычислительная система; символьные вычисления; учебно-научно-производственный комплекс.

Аннотация: Рассмотрены процессы создания высокопроизводительного вычислительного учебно-научно-производственного комплекса, проектирования его архитектуры и структуры, направления решения фундаментальных и прикладных проблем и задач с использованием возможностей высокопроизводительного вычислительного комплекса, описаны алгоритмы их решения.

В Тамбовском государственном техническом университете создан высокопроизводительный вычислительный учебно-научно-производственный комплекс, в состав которого вошли высокопроизводительный кластер параллельных вычислений, распределенная высокопроизводительная вычислительная система и компьютерные классы с рабочими местами для проведения высокопроизводительных вычислений в научных и учебных целях.

Создание комплекса и его развитие осуществлялось в рамках финансовой поддержки, выделенной РФФИ по грантам развития МТБ для проведения научных исследований по области знаний 07: № 07-07-05011, № 06-07-03004, № 05-07-90014 и в рамках двух инициативных проектов. При выполнении работ по инициативным проектам возникли следующие проблемы:

– необходимость решения математических задач большой вычислительной сложности;

– проведение большого объема вычислений, длительных по времени;

– обеспечение надежности, крайне нужной для решения такого класса задач, достаточного уровня управляемости ходом проведения вычислительного процесса и его мониторингом;

– увеличение количества рабочих мест.

Для решения вышеуказанных проблем из бюджетов инициативных проектов были выделены необходимые средства.

Первый инициативный проект по гранту РФФИ № 06-07-89350 «Символьные вычисления в распределенной компьютерной среде для отыскания квазипериодических процессов в динамических системах» был реализован для проведения символьных вычислений с целью построения квазипериодических решений нормальных автономных систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

В основу проведения символьных вычислений был положен метод построения дискретной динамической системы вдоль решений непрерывной системы с последующим отысканием в ней устойчивых по Пуассону точек, являющихся начальными значениями квазипериодических решений.

Второй инициативный проект по гранту РФФИ № 07-07-00170 «Символьные вычисления в распределенной компьютерной среде для исследования квазипериодических решений дифференциальных уравнений» был реализован и будет дальше совершенствоваться для проведения символьных вычислений в распределенной компьютерной среде для отыскания квазипериодических процессов в динамических системах и поиска не блуждающих точек дискретных динамических систем в компактных метрических пространствах.

В целом создание высокопроизводительного вычислительного научно-производственного комплекса направлено на решение нижеперечисленных фундаментальных и прикладных научных проблем.

Фундаментальные научные проблемы:

– исследование квазипериодических решений дифференциальных уравнений и построение рекуррентных траекторий [1–7];

– управление нелинейными системами по квадратичному критерию.

Прикладные научные проблемы:

– моделирование сложных химико-технологических систем;

– оптимальное проектирование и управление химико-технологическими процессами;

– моделирование и управление в экономических системах;

– управление качеством;

– научные и прикладные вычисления на базе программных средств dotNet, C#, SQL;

– математические вычисления на базе пакета «Mapple 8»;

– решение задач математического программирования;

– исследование квазипериодических решений дифференциальных уравнений на базе пакета Maxima;

– оптимизация кластерных вычислений [1, 8];

– построение поискового кластера для решения информационно-поисковых задач;

– инновационные методы подготовки специалистов наукоемких направлений.

Целью проекта по гранту РФФИ № 07-07-05011 является создание материально-технической базы с предоставлением возможностей проведения высокоскоростных вычислений для развития научных исследований в Тамбовском государственном техническом университете (**ТГТУ**).

В Тамбовском регионе был создан первый высокопроизводительный кластер параллельных вычислений для проведения научных исследований. Для создания высокопроизводительного кластера параллельных вычислений были осуществлены выбор и поиск поставщиков оборудования, его приобретение, монтаж, установка и инсталляция операционной системы.

В состав высокопроизводительного кластера параллельных вычислений вошли 8 узлов (nodes) на базе компьютеров Intel Pentium IV 3.0 ГГц и 2 Гб ОЗУ, объединенных в локальную сеть Ethernet. Один из узлов (headnode), является сервером, на котором установлен процессор Intel Pentium IV 3.2 ГГц и 4 Гб ОЗУ. Для работы пользователей создан компьютерный класс, оснащенный одиннадцатью рабочими станциями на базе процессоров Intel Pentium IV 3.2 ГГц, каждая из которых имеет 1024 Мб ОЗУ, принтером, ксероксом и двумя ноутбуками для управления вычислительным процессом. Дополнительно для работы обслуживающего персонала установлено два компьютера.

На сервере (headnode) происходит компиляция и запуск программ, а также хранятся домашние каталоги пользователей. Все остальные компьютеры: узлы (nodes) и рабочие станции (workstations), используются для проведения параллельных вычислений.

Сервер и узловые машины объединены в локальную вычислительную сеть 1 Гб GigaEthernet с помощью коммутатора Cisco Catalyst WS-C3750G. Рабочие станции объединены в локальную вычислительную сеть 100 Мб Fast Ethernet с помощью концентратора Genius.

Технические характеристики главного сервера (headnode):

– процессор – Intel Pentium IV 3,2 ГГц;
– ОЗУ – 4096 Мб;
– жесткие диски – 2 SATA 80 Гб, объединены в RAID 1.

Технические характеристики узлов (nodes):

– процессор – Intel Pentium IV 3,0 ГГц;
– ОЗУ – 2048 Мб;
– жесткие диски – 2 SATA 80 Гб, объединены в RAID 1.

Технические характеристики рабочих станций (workstations):

– процессор – Intel Pentium IV 3,2 ГГц;
– ОЗУ – 1024 Мб;
– жесткий диск – SATA 80 Гб.

Программное обеспечение:

– операционная система – Scientific Linux (на базе Red Hat Enterprise Linux);
– кластерный пакет – MPICH2.

Приобретенное оборудование используется для обеспечения надежности и непрерывности работы кластера при отключении сетевого электрического питания, расширения информационно-технологической инфраструктуры кластера и компьютерного класса. В состав оборудования вошли:

– источник бесперебойного питания SURT5000RMXLI – APC Smart-UPS RT 5000VA RM 230V – 1 шт. Дополнительные батареи SURT192RMXLBP – APC Smart-UPS RT 192V RM Battery Pack – 4 шт.;
– принтер HP 1022 – 1 шт.;
– ксерокс Xerox WC C118 с крышкой – 1 шт.;
– ноутбук ACR-AS5112WLMi (LX.ABM05.014) / ACER AS5112WLMi AMD Turion TL50, 15.4” WXGA ACB, 1024 MB, 120GB, 128MB Radeon X1600, DVD-RW (Super Multi) , LAN, BT, video camera, 802.11 b\g, Win XPH RU.

Для построения вычислительных кластеров используют самое разнообразное сетевое оборудование. При этом, так как характеристики стандартных сетевых устройств заметно уступают характеристикам специализированных коммуникаций в «нормальных» MPP компьютерах, пропускная способность сети, связывающей узлы кластера, во многих случаях оказывается решающей для производительности кластера. Используемое сетевое оборудование характеризуют обычно двумя параметрами:

– пропускной способностью;
– латентностью [9–11].

Пропускная способность – это скорость передачи данных между двумя узлами после того, как связь установлена. Производитель обычно заявляет пиковую пропускную способность, которая в 1,5–2 раза выше реально наблюдаемой в приложениях.

Латентность – это среднее время между вызовом функции передачи данных и самой передачей. Время затрачивается на адресацию информации, срабатывание промежуточных сетевых устройств, прочие накладные расходы, возникающие при передаче данных.

Таблица 1

Параметры сетевых устройств

Тип сетевого оборудования	Латентность, мкс	Пиковая пропускная способность, Мбит/с
FastEthernet	70	12,5
GigabitEthernet	90…100	125
GigabitEthernet (в рамках MPI)	90…100	45
Myrinet 2000 (в рамках MPI)	10	200
SCI	1,2	400 (реально 100)
Infiniband	1,5…7	20 Гбит/с

В табл. 1 для сравнения приведены параметры некоторых наиболее популярных сетевых устройств.

Фактически пропускная способность и латентность не только характеризуют кластер, но и ограничивают класс задач, которые могут эффективно решаться на нем. Так, если задача требует частой передачи данных, кластер, использующий сетевое оборудование с большой латентностью (например GigabitEthernet), будет бóльшую часть времени тратить даже не на передачу данных между процессами, а на установление связи, в то время как узлы будут простаивать, и мы не получим значительного увеличения производительности. Впрочем, если пересылаются большие объемы данных, влияние периода латентности на эффективность кластера может снижаться за счет того, что сама передача потребует достаточно большого времени, чем величина периода латентности.

Приведем факторы, которые влияют на производительность обмена информацией между узлами кластера [11]:

– действие закона Амдала, который важен для компьютеров с распределенной памятью. Предположим, что мы определили структуру информационных зависимостей программы, и доля операций, которые нужно выполнять последовательно, равна f (при этом под долей понимается не статическое число строк кода, а время выполнения последовательной программы). Крайние случаи в значениях f соответствуют полностью параллельным (f = 0) и полностью последовательным (f = 1) программам. Тогда, для того чтобы оценить, какое ускорение S может быть получено на компьютере из p процессоров при данном значении f, можно воспользоваться законом Амдала

$$S \le \frac{1}{f + (1 - f)/p};$$

– латентность и пропускная способность;

– возможность асинхронной посылки сообщений влияет на то, что процессор не простаивает, когда общается с другими процессорами;

– равномерная загрузка узлов. Надо строить задачу таким образом, чтобы всем процессорам, которые есть, давалось примерно одинаковое количество данных на счет, чтобы процессоры не простаивали. Это относительно легко, когда система однородная, но становится намного сложнее, если система неоднородная (узлы с разной производительностью, разной памятью);

– производительность процессора (если спускаться на более низкий уровень), зависящая от его архитектуры.

Таких факторов много, выше были перечислены только основные. Нужно учитывать, что все эти факторы действуют одновременно.

Для малобюджетных кластеров использование супербыстрых Myrinet и SCI нереально с финансовой точки зрения. Поэтому были рассмотрены более дешевые решения. В настоящее время для создания межузловой сети была применена технология Ethernet со стандартом GigabitEthernet. В будущем в качестве межузловой сети планируется использовать высокоскоростную локальную сеть InfiniBand, которая явилась бы оптимальным компонентом высокопроизводительного кластера.

Создание высокопроизводительного кластера осуществлялось на основе применения различных моделей финансирования с привлечением средств, полученных по грантам РФФИ, внебюджетных средств университета и Тамбовского регионального ресурсного центра развития единой образовательной информационной среды.

Для полного и представительного развертывания высокопроизводительного кластера ТГТУ силами своего подразделения Тамбовского регионального ресурсного центра развития единой образовательной информационной среды и за счет его внебюджетных средств были осуществлены:

– установка и запуск в эксплуатацию компьютерного класса в составе: системного блока Kraftway Popular KR51 (12 шт.), монитора Belinea 101730 (12 шт.), монитора Belinea 101915 (1 шт.), принтера AcuLaser C1100 (1 шт.), коммутатора Catalyst 2950 (1 шт.) и источника бесперебойного питания ИБП Smart Station RX 600U (1 шт.);

– установка и запуск в эксплуатацию операционной системы Linux;

– установка двух компьютеров, предназначенных для работы персонала на базе процессора Intel Seleron 2500 МГц и ОЗУ 480 Мб;

– формирование роутера на базе Pentium 133 МГц с ОЗУ 22 Мб;

– ремонт помещений на сумму 357950 руб.;

– оснащение помещений размещения кластера офисной и компьютерной мебелью на сумму 89380 руб.;

– строительство гермозоны для размещения монтажного шкафа, узлов кластера, коммутатора и бесперебойного источника питания на сумму 44700 руб.;

– приобретение и установка системы кондиционирования на сумму 64200 руб.

Для применения в научной деятельности и в учебном процессе были разработаны порядок и инструкция по использованию вычислительного кластера.

Высокопроизводительный кластер используется для исследования квазипериодических процессов в динамических и непрерывных периодических системах, для решения математических задач с большим объемом символьных вычислений и для выполнения вычислительных работ по проектам, которые ведет университет.

Для создания распределенной высокопроизводительной вычислительной системы были осуществлены выбор и поиск поставщиков оборудования, его приобретение, монтаж, установка и инсталляция операционной системы.

В состав системы вошли:

– маршрутизатор Cisco 7206 (Cisco 7206VXR with NPE-G2 includes 3GigE/FE/E Ports and IP SW, 4-Port E1 G.703 Serial Port Adapter (120ohm/Balanced), 2-Port Fast Ethernet 100Base TX Port Adapter) – 1 шт.;

– трансивер GE SFP, LC connector LX/LH transceiver – 4 шт.;

– ноутбук VFY:APED206562K2RU AMILO Pro V2065 PM 750 1.86 GHz / 2×512 Mb / Radeon X300 128MB / 80GB / DVD DL+/-RW / 15.4`` WXGA / WLAN / Win XPH RUS – 1 шт.;

– коммутатор WS-C2960-24TT-L Catalyst 2960 24 10/100 + 2 1000BT LAN Base Image – 2 шт.

С целью увеличения производительности внутреннего канала связи для доступа к ядру распределенной высокопроизводительной вычислительной системы ТГТУ [12, 13], возможности применения протоколов MPLS в магистральном канале (при доступе к сетям RUNNet и RBnet) и двойного стека IPv4/IPv6 установлен маршрутизатор серии CISCO 7206.

Непосредственная связность Cisco 7206VXR с ядром распределенной высокопроизводительной вычислительной системы и оборудованием компьютерных сетей ТГТУ обеспечивается трансиверами GE SFP, LC connector LX/LH transceiver – 4 шт. Три из них установлены в порт модуля 7200 series NPE-G2 engine with 3 GE/FE/E ports, а один в имеющееся сетевое оборудование. Два порта модуля 4-Port E1 G.703 Serial Port Adapter (120ohm/ Balanced) подключены к SDH оборудованию операторов первичных сетей национального уровня ЗАО «ТрансТелеКом» и ОАО «Ростелеком», обеспечивающих транспорт в сети RUNNet и RBnet соответственно. Два порта модуля 2-Port Fast Ethernet 100Base TX Port Adapter используются для управления маршрутизатором и сбора статистических данных.

Для обеспечения QoS доступа к ядру распределенной высокопроизводительной вычислительной системы из внутренних сетей ТГТУ применены управляемые коммутаторы второго уровня Catalyst WS-C2960-24TT-L –2 шт.

Для мониторинга и управления ядром распределенной высокопроизводительной вычислительной системы используется ноутбук –VFY:APED206562K2RU AMILO Pro, установленный непосредственно в телекоммуникационном шкафу и подключенный к узлам кластера через коммутатор KVM. На рис. 1 приведена схема организации связи ядра распределенной высокопроизводительной вычислительной системы ТГТУ с локальными сетями и научно-образовательными сетями RUNNet и RBnet.

Развитие распределенной высокопроизводительной вычислительной системы и расширение количества рабочих мест осуществлялось также в рамках инициативного проекта по гранту РФФИ № 06-07-89350. Было приобретено, смонтировано, запущено в действие и протестировано нижеперечисленное оборудование и материалы.

Оборудование:

– сервер серии ТЕЛЕКОМ Aquarius T4022 – 2 шт. для увеличения числа узлов вычислительного кластера;

– коммутатор DGS 1016D – 2 шт.;

– 16-портовый переключатель DKVM-16 – 1 шт.

Материалы:

– монитор 17” LCD-AL-1716AS – 1 шт.;

– устройство обжимное RG-45 – 1 шт.;

– кабель-канал 60×40 (2 м) – 15 шт.;

– кабель-канал 100×40 (2 м) – 10 шт.;

– вилка RG-45 – 100 шт.

Распределенная высокопроизводительная вычислительная система используется для проведения исследований квазипериодических движений в динамических и непрерывных периодических системах, для решения задачи синтеза оптимального управления нелинейными системами по квадратичному критерию, для решения других математических задач с большим объемом символьных вычислений и для выполнения университетом вычислительных работ по другим проектам.

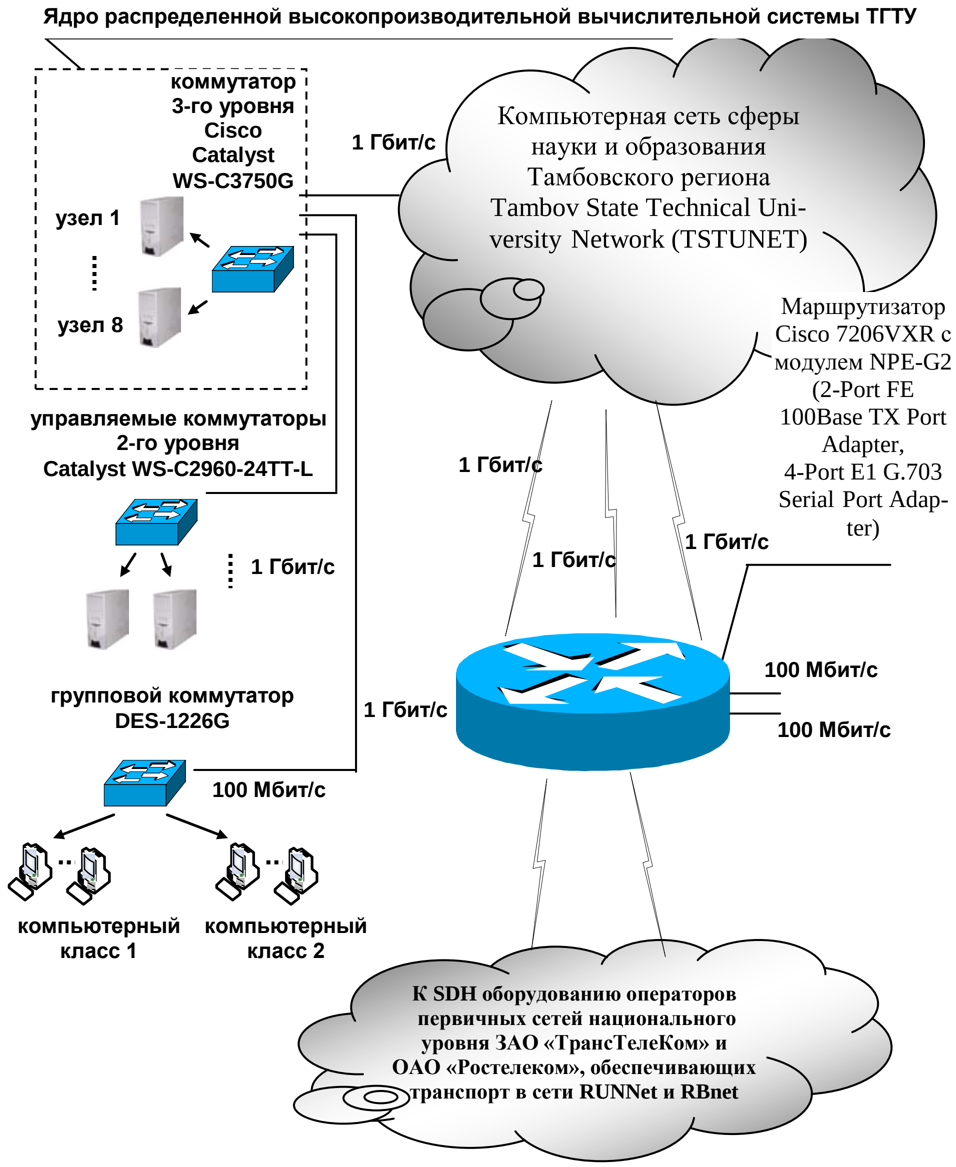

Рис. 1. Схема организации связи ядра распределенной высокопроизводительной вычислительной системы ТГТУ с локальными сетями и научно-образовательными сетями RUNNet и RBnet

Пример задачи построения квазипериодических движений динамических систем, предназначенной для решения с использованием ресурсов распределенной вычислительной системы [1]

1. Постановка задачи

Рассмотрим автономную систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = f(x), \tag{1}$$

считая, что $x \in \Sigma$ и f – гладкое векторное поле, определенное в каждой точке x некоторого открытого подмножества Σ евклидова векторного пространства R^n.

Одной из важнейших в теории динамических систем, как известно, является проблема изучения поведения траекторий системы (1) на инвариантных и минимальных множествах. Многие классические результаты в данной области так или иначе относятся к случаю, когда порядок рассматриваемой системы $n = 2$, и связаны с теоремой Пуанкаре–Бендиксона и ее обобщениями [1, 4, 5]. Что же касается многомерных систем, то характерными результатами здесь являются теоремы Биркгофа о рекуррентных траекториях и минимальных множествах, теоремы возвращения Пуанкаре–Каратеодори и Хинчина, а также эргодические теоремы [4]. Вместе с тем, в работах [2, 3, 6, 7] показано, что каждое непустое компактное минимальное множество содержит рекуррентные траектории, описываемые квазипериодическими решениями.

Таким образом, квазипериодические движения определяют ситуацию типического поведения в компактных метрических пространствах. Вместе с тем, структура большинства таких движений весьма сложна, так что проблема их построения в каждом конкретном случае совсем нетривиальна. Поэтому основной целью настоящей работы является именно разработка общего метода построения квазипериодических движений.

2. Квазипериодические движения

Пусть Σ – компактное метрическое пространство с метрикой d; R – действительная ось $(-\infty, \infty)$ и g^t – однопараметрическая группа гомеоморфизмов наΣ, определенная и непрерывная при всех значениях $t \in \mathrm{R}$. Рассмотрим динамическую систему

$$f(t, p) = g^t p,$$

характеризуемую однопараметрической группой гомеоморфизмов g^t [4, с. 267].

Теорема 1. *Пусть q – фиксированная точка из Σ и $f(t, q)$ – соответствующее движение. Тогда для каждого положительного числа T из каждой последовательности*

$$N_1, N_2, \ldots, N_k, \ldots, \quad \lim_{k\to\infty} N_k = \infty, \tag{2}$$

натуральных чисел можно выбрать такую ее подпоследовательность

$$N_{k_1}, N_{k_2}, \ldots, N_{k_l}, \ldots, \quad \lim_{l\to\infty} N_{k_l} = \infty, \tag{3}$$

что выполняются равенства

$$\lim_{l\to\infty} f\left(t + \left(N_{k_l} - 1\right)T, q\right) = f\left(t, p\right)$$

равномерно на каждом из отрезков $\left[a, b\right] \in \mathrm{R}$ и

$$\lim_{l\to\infty} f\left(t + \left(N_{k_{l+1}} - N_{k_l}\right)T, p\right) = f\left(t, p\right) \tag{4}$$

равномерно на всей оси R, где $f(t, p)$ – некоторое устойчивое по Пуассону движение.

Доказательство теоремы 1 содержится в работе [1]. Отметим только, что в ее условиях выбор последовательности (2) не зависит от выбора числа T и обратно.

Определение 1. Пусть p – фиксированная точка из Σ и $f(t, p)$ – соответствующее движение. Будем говорить, что $f(t, p)$ – *квазипериодическое движение,* если для каждой пары ε, T положительных чисел можно указать такое натуральное число N, что при $t \in \mathrm{R}$ выполнено неравенство

$$d\left(f(t+NT, p), f(t, p)\right) < \varepsilon.$$

Простейшим примером квазипериодического движения может служить любое периодическое движение. В качестве несколько менее тривиального примера отметим почти периодическое движение. При этом следует иметь в виду, что, несмотря на внешнее сходство определений, квазипериодическое движение совсем не обязано быть почти периодическим [1]. Отметим также, что каждое квазипериодическое движение устойчиво по Пуассону. Обратное, вообще говоря, неверно.

Теорема 2. *В условиях теоремы* 1 *устойчивое по Пуассону движение* $f(t, p)$ *является квазипериодическим.*

Доказательство. Пусть $f(t, p)$ – квазипериодическое движение и K – описываемая им траектория. Тогда замыкание $\overline{K}$ траектории K – компактное минимальное множество [1]. Поэтому для доказательства теоремы 2 остается показать, что в условиях теоремы 1 $\overline{K}$ – компактное минимальное множество. Последнее тривиально.

В самом деле, зафиксируем некоторое положительное число T и последовательность (2). Для простоты обозначений положим, что выбранная подпоследовательность (3) совпадает с (2). Тогда равенство (4) примет вид

$$\lim_{l\to\infty} f\left(t+(N_{k+1}-N_k)T, p\right) = f(t, p), \tag{5}$$

где для любого натурального числа N сходимость равномерна на каждом из отрезков $[-NT, NT]$. Более того, сходимость в равенстве (5) равномерна относительно N, а объединение

$$\bigcup_{N=1}^{\infty} [-TN, TN]$$

расширяющихся отрезков

$$[-T, T] \subset [-2T, 2T] \subset \ldots \subset [-NT, NT] \subset \ldots$$

исчерпывает всю ось R. Поэтому $\overline{K}$ – минимальное множество, компактное в силу компактности пространства Σ.

Таким образом, теорема 2 доказана.

3. Устойчивость по Пуассону в дискретных динамических системах

Пусть теперь Σ – метрическое пространство с метрикой d и пусть U^N – дискретная динамическая система, характеризуемая гомеоморфным отображением U пространства Σ в себя.

Определение 2. Точку $p \in \Sigma$ назовем *положительно устойчивой по Пуассону* (относительно действия на на p системы U^N), если для каждой ее окрестности E и каждого натурального числа k можно указать такое натуральное число $N_k > k$, что $U^{N_k} p \in E$. Аналогичным образом, точку $p \in \Sigma$ назовем *отрицательно устойчивой по Пуассону*, если для каждой ее окрестности E и каждого натурального числа k можно указать такое натуральное число $N_k > k$, что $U^{-N_k} p \in E$. И, наконец, будем говорить, что точка $p \in \Sigma$ *устойчива по Пуассону*, если она одновременно и положительно, и отрицательно устойчива.

Легко видеть, что точка $p \in \Sigma$ положительно устойчива по Пуассону тогда и только тогда, когда найдется такая последовательность вида (2), что

$$\lim_{k\to\infty} U^{N_k} p = p. \tag{6}$$

Прежде всего, осуществим построение устойчивых по Пуассону точек в системе U^N. Для этого предположим, что пространство Σ сепарабельно. Далее, следуя [1, 4], рассмотрим некоторое множество $E \subset \Sigma$ и посредством равенства

$$F = E \setminus \left(E \cap (U^{-1}E \cup U^{-2}E \cup \ldots \cup U^{-k}E \cup \ldots)\right)$$

введем в рассмотрение множество F, очевидно, являющееся той частью множества E, которая не содержит точки множеств

$$U^{-1}E, U^{-2}E, \ldots, U^{-k}E, \ldots .$$

Тогда

$$U^{-k}E \cap F = \varnothing, \quad k = 1, 2, 3, \ldots .$$

Но так как по построению $F \subset E$, отсюда следует, что

$$U^{-k}F \cap F = \varnothing, \quad k = 1, 2, 3, \ldots .$$

Поэтому, как легко видеть,

$$U^{k}E \cap F = \varnothing, \quad k = 1, 2, 3, \ldots .$$

и

$$U^{k}F \cap F = \varnothing, \quad k = 1, 2, 3, \ldots .$$

Пространство Σ сепарабельно, то есть в Σ существует счетное всюду плотное множество P. Пусть

$$E_1, E_2, \ldots, E_k, \ldots . \tag{7}$$

– счетное множество окрестностей точек $p_k \in P$, таких, что $p_k \in E_k$ и, следовательно, объединение множеств (7) покрывает пространство Σ. Действуя как и ранее, для каждого множества семейства (7) построим соответствующее множество F_k и положим

$$G^{+} = F_1 \cup F_2 \cup \ldots \cup F_k \cup \ldots .$$

и

$$H^{+} = \Sigma \setminus G^{+}.$$

Тогда множество H^+ будет содержать положительно устойчивые по Пуассону точки системы U^N, а множество G^+ – нет.

В самом деле, пусть $p \in H^+$ и пусть E_i – любая окрестность, содержащая точку *p*. По определению множества H^+ точка *p* не принадлежит множеству F_i и, потому, для некоторого значения *k* принадлежит множеству $E_i \cap U^{-k} E_i$. Поэтому, применив отображение U^k к включению

$$p \in E_i \cap U^{-k} E_i,$$

получим

$$U^k p \in E_i,$$

откуда непосредственно следует, что точка *p* положительно устойчива по Пуассону.

Пусть теперь $p \in G^+$. Тогда найдется некоторая окрестность U_i точки *p*, такая, что $p \in F_j$. Так как для всех значений *k* = 1, 2, 3… по построению

$$U^k F_j \cap U_j = \varnothing,$$

то, тем более,

$$U^k p \cap U_j = \varnothing,$$

то есть точка *p* покидает свою окрестность U_i и не возвращается в нее. Последнее, очевидно, означает, что точка *p* не может быть положительно устойчивой по Пуассону.

Таким образом, множества положительно устойчивых H^+ и неустойчивых G^+ по Пуассону точек построены. Очевидно, что аналогичным образом строятся множества отрицательно устойчивых H^- и неустойчивых G^- точек. Положим

$$H = H^+ \cap H^-,$$

завершая тем самым построение множества *H* устойчивых по Пуассону точек в системе U^N.

4. Построение квазипериодических движений

Вновь предположим, что пространство Σ компактно. Пусть $f(t, p)$ – движение в динамической системе g^t и пусть

$$f(N, p), \quad N = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{8}$$

– множество положений этой системы в дискретные моменты времени *N*. Тогда *дискретной динамической системой вдоль движения* $f(t, p)$ системы g^t будем называть семейство отображений g^N, определяющих положения (8).

Переходя к построению квазипериодических движений в системе g^t, заметим, что имеет место следующая теорема.

Теорема 3. *Следующие два утверждения эквивалентны*:

1) *точка p устойчива по Пуассону в системе* g^N;

2) $f(t, p)$ – *квазипериодическое движение в системе* g^t.

Доказательство. Если справедливо утверждение 2, то очевидно, что справедливо также и утверждение 1. Обратно, если справедливо утверждение 1, то найдется такая последовательность вида (2), что имеет место равенство (6). Тогда в силу теоремы 1 из последовательности (2) можно выбрать такую ее последовательность (3), что равенство (4) выполнено равномерно на всей оси Р. Следовательно, по теореме 2 $f(t, p)$ – квазипериодическое движение.

Таким образом, теорема 3 доказана.

Если принять компактность пространства Σ, то в силу теорем 1 и 2 несложно заметить, что в Σ существуют квазипериодические движения системы g^t. Следовательно, согласно теореме 3 построенное выше множество H (применительно, конечно, к системе g^N) не пусто и содержит точки p, для которых $f(t, p)$ – квазипериодическое движение. При этом процедура построения устойчивых по Пуассону точек в дискретных системах идеально реализуется в распределенной компьютерной среде.

Заключение

В процессе выполнения работ были осуществлены следующие мероприятия:

– спроектирована и сформирована архитектура высокопроизводительного научно-производственного комплекса, в состав которого вошли высокопроизводительный кластер параллельных вычислений, распределенная высокопроизводительная вычислительная система и компьютерные классы с рабочими местами для проведения высокопроизводительных вычислений в научных и учебных целях;

– определены фундаментальные и прикладные научные проблемы и задачи, решение которых осуществляется с использованием возможностей и средств высокопроизводительного научно-производственного комплекса;

– разработаны необходимые алгоритмы решения задач, для реализации которых были разработаны соответствующие программные модули.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№ 07-07-05011, 07-07-00170, 06-07-03004, 06-07-89350, 05-07-90014).

Список литературы

1. Афанасьев, А.П. Устойчивость по Пуассону в динамических и непрерывных периодических системах / А.П. Афанасьев, С.М. Дзюба. – М. : Изд-во ЛКИ, 2007. – 240 с.

2. Дзюба, С.М. Об условно-периодических решениях дифференциальных уравнений / С.М. Дзюба // Дифференц. уравнения. – 1999. – Т. 35, № 8. – С. 1020–1023.

3. Афанасьев, А.П. Квазипериодические процессы в задачах управлений / А.П. Афанасьев, С.М. Дзюба // Изв. РАН. Теория и системы упр. – 2001. – № 2. – С. 22–28.

4. Немыцкий, В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений / В.В. Немыцкий, В.В. Степанов. – М. ; Л. : Гостехиздат, 1947. – 450 с.

5. Хартман, Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Ф. Хартман. – М. : Мир, 1970. – 720 с.

6. Афанасьев, А.П. Периодический оператор сдвига и квазипериодические кривые / А.П. Афанасьев, С.М. Дзюба // Дифференц. уравнения. – 2004. – Т. 40, № 10. – С. 1367–1372.

7. Афанасьев, А.П. О рекуррентных траекториях, минимальных множествах и квазипериодических движениях динамических систем / А.П. Афанасьев, С.М. Дзюба // Дифференц. уравнения. – 2005. – Т. 41, № 11. – С. 1544–1549.

8. Подольский, В.Е. Оптимизация кластерных вычислений с использованием критериев структурной сложности / В.Е. Подольский, С.С. Толстых // Вторая Сибирская школа-семинар по параллельным вычислениям / Томский гос. ун-т. – Томск, 2004. – С. 45–50.

9. Сбитнев, Ю. Практическое руководство по параллельным вычислениям [Электронный ресурс] / Ю. Сбитнев. – Режим доступа : http://linux-cluster.org.ru/.

10. InfiniBand [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://en.wikipedia.org/wiki/InfiniBand.

11. Параллельная обработка данных [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://esyr.nizm.ru/wiki/index.php.

12. Подольский, В.Е. Распределенные вычисления в оценке структурной сложности региональной образовательной компьютерной сети / В.Е. Подольский, С.С. Толстых, Р.В. Лопунов // ИНФО-2006 : материалы науч.-практ. конф. – Сочи, 2006. – С. 296–298.

13. Подольский, В.Е. Повышение эффективности региональных образовательных компьютерных сетей с использованием элементов структурного анализа и теории сложности : монография / В.Е. Подольский, С.С. Толстых. – М : Машиностроение, 2006. – 176 с.

Creation of Highly Efficient Informational Training Scientific Manufacturing Complex in Tambov State Technical University

S.M. Dzyuba, V.E. Podolsky, A.F. Pisetsky, V.I. Sergeev

Department "Distributed Computing Systems" (1);
Tambov Regional Resource Center of Single Educational Information Environment Development (2), TSTU

Key words and phrases: development of logistics base; distributed computational system; dynamic systems; informational training manufacturing complex; highly productive cluster; symbolic computations.

Abstract: In Tambov State Technical University a highly productive computational training scientific manufacturing complex is created; it includes highly productive cluster of parallel computations, distributed highly productive computational system and computer classes with work stations for doing highly productive computations both in scientific and educational purposes.

Formierung des hochproduktiven ausbildungswissenschaftlichen Rechenbetriebskomplexes in Tambower staatlichen technischen Universität

Zusammenfassung: Es ist in Tambower staatlichen technischen Universität den hochproduktiven ausbildungswissenschaftlichen Rechenbetriebskomplex geschaffen. Zu diesem Komplex gehören hochproduktiver Cluster der Parallelrechnungen, das verteilte hochproduktive Rechensystem und Computerklassenzimmer mit den Arbeitsplätzen für die Durchführung der hochproduktiven Rechnungen mit der Absicht der Ausbildung und Wissenschaft.

Formation du complexe informatique hautement productif d'études, de l'industrie et des sciences à l'Université technique d'état de Tambov

Résumé: A l'Université technique d'état de Tambov est créé le complexe informatique hautement productif d'études, de l'industrie et des sciences dans lequel se trouve une unité hautement productive des calculs parallèlles, un système hautement productif de répartition des calculs ainsi que les salles informatiques avec des places pour la réalisation des calculs hautement productifs dans les buts éducatifs et scientifiques.