УДК 621.391.18.001.57

ВЛИЯНИЕ СВЯЗНОСТИ ПУТЕВОГО ПРОСТРАНСТВА НА ИЗМЕНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ НАГРУЖЕННОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ СЕТИ

И.И. Пасечников

Тамбовский военный авиационный инженерный институт

Представлена членом редколлегии профессором С.В. Мищенко

Ключевые слова и фразы: информационный цуг; кибернетическая мощность; ковариантная производная; коэффициенты связности; параллельный перенос; пространство состояний каналов связи; путевое пространство; сопредельное состояние.

Аннотация: На основе геометризации информационных процессов в цифровых сетях связи раскрыта суть коэффициентов связности в путевом информационном пространстве сетей, вскрыто взаимное влияние маршрутизации, множественного доступа и протоколов передачи. Определено приращение состояния нагруженной сети, обусловленное связностью путевого пространства.

Обозначения

$dP_{ИС}$ – линейное приращение $P_{ИС}$ в окрестности точки состояния ИС, определяемое в пространстве КС;

$d\xi^i$ – линейное приращение компонент переносимого вектора;

E_m – пространство каналов связи;

g_{ij} – ковариантный метрический тензор;

M_0, M_1 – точки в информационном пространстве, определяемые состоянием ИС;

$P_{ИС}$ – кибернетическая мощность;

q^i – количество информации, находящееся в режиме передачи в i-м пути;

$\mathbf{r}_i$ – векторы локального репера путевого пространства в точке сопредельного состояния;

$\mathbf{r}_{ij}$ – частные производные $\mathbf{r}_i$;

R_n – путевое пространство;

T_n – локальное пространство маршрутизации;

X^v – линейное приращение количества информации в КС, выраженное через состояние путей и долю их влияния на состояние КС;

$\mathbf{x}$ – вектор линейного приращения количества информации в пространстве КС E_m в окрестности исходной точки M_0;

$\mathbf{x}^v$ – количество информации, находящееся в режиме передачи в v-м КС;

Γ^k_{ij}, $\Gamma_{k,\,ij}$ – коэффициенты связности 1-го и 2-го рода;

ξ^i – вектор линейного приращения количества информации в i-ом пути.

Под информационной сетью (**ИС**) будем понимать цифровую сеть связи, в которой информационные пакеты (сообщения) передаются по сети с промежуточным хранением в накопительных устройствах (**УН**) узлов коммутации. Нагруженное состояние сети соответствует ситуации, когда во всех каналах связи (**КС**) ведется непрерывная передача информации, при этом условие непрерывности передачи обеспечивается очередями пакетов в УН. Основываясь на тензорной методологии сложных систем [2], для расчета стационарного состояния ИС можно применить ее ортогональную модель в тензорном отображении [3]. Однако, когда ИС находится в нагруженном нестационарном состоянии, или в сопредельном (близком к предельному, после которого наступает перегрузка сети), расчет сети должен предполагать исследование окрестности текущего состояния сети, учитывая не только динамику путевых потоков, но и их взаимную энтропию.

Целью работы является выявление приращения состояния нагруженной сети, обусловленного взаимным информационным влиянием в ней путевых потоков. Основываясь на определенной метрике в окрестности точки сопредельного состояния сети [1], тензорном анализе [4], определим связность путевого пространства в окрестности рассматриваемой точки и ее влияние на кривизну этого пространства. Кривизна путевого пространства, как будет показано, характеризует дополнительное количество информации – взаимную энтропию в ИС.

Согласно геометризации информационных процессов [1], связь состояний m КС и n путей (где $m > n$) в ИС, геометрически может быть представлена вложением криволинейного Риманова n-мерного пространства R_n линейно независимых путей в m-мерное Евклидово пространство E_m состояний КС. Векторы локального репера путевого пространства в точке сопредельного состояния ИС M_0 можно представить в виде [1]

$$\mathbf{r}_i = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q^i} = \sum_{\nu=1}^{m} \frac{\partial \mathbf{x}^\nu}{\partial q^i}, \quad i = 1,...,n, \tag{1}$$

где $\mathbf{x}^\nu$ и q^i – количество информации, находящейся в режиме передачи, в ν-м КС и i-м пути соответственно. Совокупность n таких частных производных в окрестности точки состояния сети M_0 формирует касательную n-мерную плоскость T_n в этой точке с соответствующим репером $\{M_0, \mathbf{r}_i\}$, $i = 1,...,n$. Так как частные производные в (1) характеризуют долевое распределение трафика по КС на единицу путевой информации, то касательную n-мерную плоскость назовем *локальным* (в окрестности точки состояния M_0) *пространством маршрутизации*.

Переход к другой – соседней точке криволинейного пространства, в общем случае сопровождается изменением плоскости T_n относительно переменных путевых потоков. В связи с этим, необходима коррекция распределения ресурса системы таким образом, чтобы в новом состоянии ИС распределение потоком было бы оптимальным. Так как взаимное информационное влияние путей, имеющих общие КС приводит к дополнительной энтропии, то имеет место изменение приращений состояний КС именно из-за одновременного их использования двумя и более путями, например в виде изменения числа пакетов в УН. В связи с этим, учитывая линейную независимость выбранных путей [3], в качестве переменных криволинейного пространства, согласно (1), степень изменения количества передаваемой информации в КС из-за одновременного воздействия двух и более путей необходимо оценивать вторыми частными производными $\mathbf{r}$, или частными производными $\mathbf{r}_i$:

$$\frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial q^j} = \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial q^i \partial q^j} = \mathbf{r}_{ij}, \quad i, j = 1,...,n. \tag{2}$$

Величины $\mathbf{r}_{ij}$ в любом рассматриваемом локальном пространстве могут быть разложены по компонентам, в частности, определяющим влияние такого одновременного воздействия путей на каждый путь в отдельности через изменение количества передаваемой информации в его составляющих КС. Это соответствует разложению векторов $\mathbf{r}_{ij}$ в локальном пространстве маршрутизации T_n по векторам локального репера $\mathbf{r}_k$

$$\mathbf{r}_{ij} = \Gamma_{ij}^{k} \mathbf{r}_k , \tag{3}$$

где Γ_{ij}^{k} – коэффициенты разложения, называемые в тензорном анализе коэффициентами связности.

Коэффициенты Γ_{ij}^{k} можно упрощенно пояснить следующим образом. Криволинейное n-мерное пространство путевых потоков представляется в каждой его точке локальным пространством маршрутизации T_n. В допустимом интервале времени, т.е. когда выполняется условие непрерывности для функции состояния сети, из-за пересеченности путей в узлах коммутации и приращения путевого трафика, распределение последнего по КС, очевидно, должно меняться. Эти изменения в геометрической интерпретации соответствуют движению n-мерной плоскости T_n в криволинейном пространстве. Так как локальные пространства маршрутизации в соседних точках в общем случае различны, то необходимо *в промежутках между соседними состояниями ИС корректировать распределение трафика. Таким образом, коррекция маршрутизации должна определяться коэффициентами связности*. Коэффициенты Γ_{ij}^{k} отображают характеристики системы, проявляющиеся в задачах сетевого уровня связной ИС.

Так как занятость КС из-за одновременного их использования линейно независимыми путевыми потоками не влияет на порядок взятия частных производных (2), то коэффициенты Γ_{ij}^{k} по нижним индексам можно считать симметричными

$$\Gamma_{i\,j}^{k} = \Gamma_{j\,i}^{k} . \tag{4}$$

Равенство (4) является условием рассмотрения криволинейного путевого пространства без кручения. Оно соответствует модели ИС, когда функция ее состояния непрерывна, а приращения состояний КС являются кусочно-линейными.

В работе [1] показано, что взаимное влияние путей друг на друга по отдельности можно описывать проекциями одних векторов на направления других, которые зависят от косинусов углов, а, следовательно, оно определяется компонентами метрического тензора $g_{ij}(q^1,...,q^n)$. Поэтому, в связной сети, где в каждой точке путевого пространства имеет место метрика в касающейся ее n-мерной плоскости, коэффициенты разложения можно получить через компоненты метрического тензора [4]. В этом случае их называют символами Кристоффеля первого или второго рода (в последнем случае используется контравариантный метрический тензор). Используя свойство симметрии метрического тензора, правило взятия производных сложных функций, первый член суммы в выражении для символов Кристоффеля первого рода [4]

$$\Gamma_{k,ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{ki}}{\partial q^j} + \frac{\partial g_{kj}}{\partial q^i} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial q^k} \right) \tag{5}$$

можно раскрыть в виде

$$\frac{\partial g_{ki}}{\partial q^j} = \sum_{\nu=1}^{m} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{x}^\nu}{\partial q^k \partial q^j} \frac{\partial \mathbf{x}^\nu}{\partial q^i} + \frac{\partial \mathbf{x}^\nu}{\partial q^k} \frac{\partial^2 \mathbf{x}^\nu}{\partial q^i \partial q^j} \right). \tag{6}$$

В результате подстановки (6) в (5) имеем

$$\Gamma_{k,ij} = \sum_{v=1}^{m} \frac{\partial \mathbf{x}^v}{\partial q^k} \frac{\partial^2 \mathbf{x}^v}{\partial q^i \partial q^j} . \quad (7)$$

Как видно, полученные коэффициенты связности первого рода для модели ИС представляются в виде суммы компонент, каждая из которых соответствует отдельному КС. Они *характеризуют взаимное влияние множественного доступа и маршрутизации в ИС,* которое определяется скалярным произведением (7).

Аналогично, используя выражение для символов Кристоффеля второго рода [4], соответствующие коэффициенты связности могут быть представлены

$$\Gamma_{ij}^{k} = \sum_{v=1}^{m} \frac{\partial q^k}{\partial x^v} \frac{\partial^2 \mathbf{x}^v}{\partial q^i \partial q^j} . \quad (8)$$

Из (8) видно *взаимное влияние множественного доступа и протоколов передачи в ИС*. Коэффициенты связности (7) и (8) показывают, что состояние ИС помимо непосредственно алгоритмов маршрутизации, протоколов множественного доступа, передачи по каналам, зависит от привносимой ими взаимной энтропии.

Определим привносимую энтропию через приращение кибернетической мощности сети $P_{\text{ИС}}$ [1]. Для этого осуществим *параллельный перенос вектора приращения количества информации* из одной точки нагруженного состояния сети в условно «бесконечно близкую» точку. Исходное состояние определим точкой M_0. Так как состояния КС определяются путевыми потоками, проходящими через них, то для задания путевого информационного пространства в структуре ИС ограничимся транзитным трафиком. Связь *m* КС и *n* путей выразим параметрически

$$x^{\alpha} = x^{\alpha}(q^1, ..., q^n), \quad \alpha = 1, ..., m , \quad (9)$$

$$q^i = q^i(t), \quad i = 1, ..., n . \quad (10)$$

Приращение кибернетической мощности определяется квадратичной формой Римана [1]

$$dP_{\text{ИС}} = g_{ij} \xi^i \xi^j , \quad (11)$$

где g_{ij} – метрический тензор, характеризующий T_n, а ξ^i – дифференциалы

$$\xi^i = \sum_{v=1}^{m} \frac{\partial \mathbf{x}^v}{\partial q^i} dq^i , \quad (12)$$

которые вычисляются относительно локального репера в рассматриваемой точке M_0. Из (12) видно, что каждая *i*-я координата в T_n соответствует линейному изменению количества информации во всех КС сети, которое вызвано приращением количества информации в *i*-м пути на количество пакетов, характеризуемое величиной dq^i.

Зададим изменение количества информации в виде некоторого вектора ξ в *n*-мерной плоскости T_n. Приращения количества информации в сети в близких точках M_0 и M_1 в общем случае неодинаковы. Изменчивость состояния зависит от двух ее составляющих: во-первых, от изменения во времени количества путевой информации; во-вторых, взаимной путевой энтропией обусловленной «пересеченностью» количества путевой информации, которая проявляется взаимозависимостью сетевых протоколов (в результате чего «бесполезно» расходуется часть системного ресурса ИС).

Рассмотрим вторую составляющую: зафиксируем изменения количества информации в каналах относительно приращения количества путевой информации (т.е. представим эти изменения в виде сосредоточенных величин) и определим, насколько эти изменения будут соответствовать достаточно близкой точке состояния сети. Эта задача соответствует геометрической задаче параллельного переноса вектора (для ИС – вектор приращения количества информации) в «бесконечно близкую» точку.

Задачу параллельного переноса вектора линейного приращения количества информации ξ представим следующим образом.

1. Отождествим векторы $\xi \equiv \mathbf{x}$, где $\mathbf{x}$ – вектор линейного приращения количества информации в пространстве КС E_m в окрестности исходной точки M_0 [1]. Это основывается на простом факте, что в отдельно взятый момент времени независимо от геометрического представления приращение количества информации в КС по сети в целом и в путях этой же сети характеризуется одной и той же величиной – приращением кибернетической мощности.

2. Допустим ограничение, а именно: будем предполагать, что ИС находится в стационарном состоянии, но с постоянным коэффициентом «сноса» по каждому путевому потоку. Тогда в первом рассмотрении приращения кибернетической мощности в исходной точке состояния и в «бесконечно близком» можно считать примерно одинаковыми. В этом случае, если распределение потоков по КС в момент времени t_0 является оптимальным, то оно должно оставаться таковым и в момент времени t_1, т.е. соответствующим условно бесконечно близкой точке M_1. Геометрически такое предположение соответствует переносу вектора $\mathbf{x}$ из точки M_0 в новую точку M_1.

Однако из дифференциальной геометрии и тензорного анализа известно [4], что «обычный» перенос вектора из одной точки в другую, из-за различия локальных реперов в них, в криволинейном пространстве неприменим.

3. В связи с указанным выше, предположение об оптимальности распределения потоков в соседней точке не является справедливым и подлежит корректировке.

Любая нагруженная сеть связи обладает ограниченным ресурсом каналов. Из-за пересеченности путей в узлах коммутации приращение количества информации в путях при переходе в новое состояние сети, вызовет дополнительное количество информации, а именно то, которое обусловлено взаимной корреляцией сетевых процессов. Эта дополнительная информация потребует коррекции маршрутизации, т.е. частичного перераспределения трафика по КС. Такая ситуация соответствует геометрическому представлению в точке M_1 новой касательной плоскости, а значит, нового локального репера. В связи с этим оптимизация информационного распределения требует необходимую проекцию рассматриваемого вектора $\mathbf{x}$ на новую n-мерную плоскость ${}^1T_n$.

Таким образом, следующим этапом является определение проекции перенесенного вектора $\mathbf{x}$ на касательную плоскость в бесконечно близкой точке M_1, т.е. определение вектора ${}^1\mathbf{x}$.

4. Так как векторы $\mathbf{x}$ и ${}^1\mathbf{x}$ имеют одну исходную точку состояния M_1, то их можно сравнить относительно локального репера в этой точке. Эта разность,

представленная в виде линейных приращений компонентов векторов состояний КС, выраженных через приращения информации в пересекающихся путях, и будет характеризовать дополнительное количество информации, обусловленное кривизной путевого пространства R_n.

Такая постановка задачи соответствует параллельному переносу в криволинейном пространстве вектора $\boldsymbol{\xi}$ и ранее геометрически решена Т. Леви–Чивита.

Представленная задача для ИС на геометрическом языке означает, что динамика загрузки КС, соответствующая путевому потоку в момент времени t_0, оставаясь такой же до момента времени t_1 включительно, далее должна проектироваться на плоскость коррекции маршрутизации ${}^1T_n$. Это приведет к частичному перераспределению информации по КС с учетом кривизны путевого пространства. В результате получается новый вектор потоковой ситуации, который в момент t_1 является касательным к линии изменения кибернетической мощности и соответствует оптимальной маршрутизации в этот момент времени. Полученный вектор в пространстве состояний КС характеризует новые загрузки КС путевым трафиком в момент времени t_1.

Согласно [1], приращение состояния v-го КС выражается через линейное приращение путевой информации следующим образом

$$X^v = \frac{\partial \mathbf{x}^v}{\partial q^i}\xi^i . \tag{13}$$

С учетом (13) определим разность количества передаваемой информации в канале, в результате параллельного перенесения в новую точку вектора $\mathbf{x}$ и его проекции на плоскость маршрутизации ${}^1T_n$ в пространстве состояний КС E_m

$${}^1X^v - X^v = {}^1\!\left(\frac{\partial \mathbf{x}^v}{\partial q^i}\right){}^1\xi^i - \frac{\partial \mathbf{x}^v}{\partial q^i}\xi^i , \tag{14}$$

где индексы слева означают величины, взятые в точке M_1. В новом состоянии сети необходимо использовать обновленное распределение потоков. Изменения состояния КС при приращении количества информации в i-м пути зависит от распределения трафика в предыдущий момент времени, которое считается оптимальным, и добавки, учитывающей дополнительную энтропию из-за пересеченности путевой информации (взаимного влияния сетевых процессов):

$${}^1\!\left(\frac{\partial \mathbf{x}^v}{\partial q^i}\right) = \frac{\partial \mathbf{x}^v}{\partial q^i} + \frac{\partial^2 \mathbf{x}^v}{\partial q^i \partial q^j} dq^j , \quad j = 1,\ldots,n . \tag{15}$$

Согласно (15), линейные приращения компонент переносимого вектора обозначим дифференциалом $d\xi^i = {}^1\xi^i - \xi^i$. Учитывая (15), изменение распределения количества информации в каналах из-за корреляции путей, т.е. выражение (14), пренебрегая членом более высокого порядка малости, можно переписать в виде

$${}^1X^v - X^v = \frac{\partial \mathbf{x}^v}{\partial q^i} d\xi^i + \frac{\partial^2 \mathbf{x}^v}{\partial q^i \partial q^j} \xi^i dq^j . \tag{16}$$

Из (16) определяется квадрат вектора разности $\left({}^1\mathbf{x} - \mathbf{x}\right)$:

$$\left({}^1\mathbf{x} - \mathbf{x}\right)^2 = \sum_{v=1}^{m} \left(\frac{\partial \mathbf{x}^v}{\partial q^i} d\xi^i + \frac{\partial^2 \mathbf{x}^v}{\partial q^i \partial q^j} \xi^i dq^j \right)^2 . \tag{17}$$

Для того, чтобы вектор ${}^{1}\mathbf{x}$ являлся проекцией параллельно перенесенного вектора $\mathbf{x}$ в точку M_1 необходимо, чтобы расстояние (17) было наименьшим. Для этого, как известно, выражение (17) продифференцируем, и результат приравняем к нулю. В частности, необходимо приравнять к нулю производные суммы (17) по всем величинам $d\xi^i$ $i = 1,...,n$. В результате относительно каждого пути i получим равенство

$$d\xi^i \sum_{v=1}^{m} \frac{\partial \mathbf{x}^v}{\partial q^i} \frac{\partial \mathbf{x}^v}{\partial q^k} + \xi^i dq^j \sum_{v=1}^{m} \frac{\partial \mathbf{x}^v}{\partial q^k} \frac{\partial^2 \mathbf{x}^v}{\partial q^i \partial q^j} = 0 . \tag{18}$$

Согласно определениям метрического тензора и символов Кристоффеля первого рода, из (18) следует:

$$g_{ik} d\xi^i + \Gamma_{k,\, ij} \xi^i dq^j = 0 . \tag{19}$$

С учетом $g^{kr}\Gamma_{k,\, ij} = \Gamma_{ij}^r$ имеет место выражение параллельного переноса [4] с использованием символов Кристоффеля второго рода

$$d\xi^i = -\Gamma_{kj}^i \xi^j dq^k . \tag{20}$$

Как видно, линейные части приращения количества информации в точке M_1, обусловленные, например, i-м путем, зависят от исходных данных ξ^j, т.е. изменений количества передаваемой информации в сети, вызванных i-м путем на момент t_0, и от линейных приращений криволинейных координат точки, т.е. дифференциалов количества информации во всех выбранных линейно независимых путях dq^k. Коэффициентами пропорциональности являются коэффициенты связности Γ_{ij}^k, при помощи которых и осуществляется связь векторов приращения количества информации в точках состояния нагруженной сети, находящихся «бесконечно близко» друг от друга.

Коэффициенты связности характеризуют взаимное влияние задач маршрутизации, множественного доступа и протоколов передачи. Количественно они определяются скалярным произведением векторов, которые соответствуют решениям указанных задач. При этом в пространствах состояний каналов и путей должны быть введены метрики (в путевом пространстве метрика существует в окрестности точки напряженного состояния сети), характеризующие их взаимное информационное влияние.

Список литературы

1. Пасечников И.И. Геометризация пространств состояний каналов связи и путевых потоков информационных сетей // Радиотехника. – 2003, № 5. – С. 91-95.
2. Петров А. Е. Тензорная методология в теории систем. – М.: Радио и связь, 1985. С. – 151.
3. Пасечников И.И. Модельное отображение информационных сетей // Радиоэлектроника. – Киев: Известия ВУЗов, том 45, №4, 2002. – С. 9-18.
4. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. – М.: Наука, 1967. – С. 664.

The Influence of Cohesion of Space Way on the State Modification of Loaded Information Net

I.I. Pasechnikov

Tambov Military Aviation Engineering Institute

Key words and phrases: information "train" cargo extraction; cybernetic power; co-variant derivative; cohesion coefficients; parallel transfer; space of communication channels states; space way; adjacent state.

Abstract: Based on the geometrization of informational processes in digital communication networks the essence of cohesion coefficients in information path of networks space is revealed. The mutual influence of routing, multiple access and transfer protocols is shown. The change of loaded network state dependent on cohesion of space way is determined.

Einfluß der Konnexität des Wegeraumes auf die Veränderungen des Zustandes des beladenen Informationsnetzes

Zusammenfassung: Auf Grund der Geometritisierung der Informationsprozesse in den Zifferntelekommunikationsnetzen ist das Wesen der Koeffiziente der Konnexität im weglichen Informationsraum der Netze aufgedeckt. Es ist der gegenseitige Einfluß des Routings, des pluralen Zugriffes und der Transfer-Protokolle der Übergabe geöffnet. Es ist der Zuwachs des Zustandes des beladenen Netzes, das von der Konnexität des Wegeraumes bedingt ist, bestimmt.

Influence de la cohérence de l'espace des voies sur le changement de l'état du réseau chargé de l'information

Résumé: En se fondant sur la géométrisation des processus d'information dans les réseaux de transmission digitaux est découverte l'essence des coefficients de la cohérence dans l'espace informationnelle des réseaux, est démintrée l'influence mutuelle du routage, l'accès multiple et les procès-verbaux de la transmission. Est défini l'état du réseau chargé conditionné par la cohérence de l'espace des voies.
