УДК 519.6

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ПРИНИМАЕМЫХ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

А.Н. Блохин

Кафедра «Информационные процессы и управление», ТГТУ

Представлена членом редколлегии профессором Ю.Л. Муромцевым

Ключевые слова и фразы: мера уверенности; мера неуверенности; стендфорская теория фактора уверенности; фактор уверенности.

Аннотация: Рассмотрены вопросы повышения надежности решения задачи принятия управленческого решения при неполных исходных данных в случае применения модели Шортлифа-Бьюкенена. Введен показатель надежности, учитывающий различия высказываний экспертов относительно значений условных вероятностей. Предложен алгоритм последовательного уточнения показателя надежности, позволяющий сократить объем вычислений.

В случаях, когда отсутствуют представительные статистические данные для оценки априорных и условных вероятностей, достаточно распространенное применение для получения оперативных выводов находит подход, предложенный Шортлифом и Бьюкененом, известный как стендфорская теория фактора уверенности [1, 2].

В модели Шортлифа-Бьюкенена (**МШБ**) мнения экспертов и лица, принимающего решение (**ЛПР**) интерпретируются в вероятностном смысле. Полученные условные вероятности относительно гипотез о предпочтительных вариантах принимаемых решений используются для расчета меры уверенности (**МВ**) и неуверенности (**МД**) в соответствующих гипотезах, основанных на неопределенных свидетельствах. Так МВ $[\upsilon_j, x_i] = \alpha$ означает, что мера уверенности в гипотезе о варианте υ_j решения, основанная на свидетельстве x_i, есть α. Аналогично вводится мера неуверенности МД $[\upsilon_j, x_i] = \beta$.

Далее по значениям условных вероятностей $p\left(\upsilon_j / x_i\right)$, мер МВ $[\upsilon_j, x_i]$, МД$[\upsilon_j, x_i]$ и факторов уверенности

$$\mathrm{CF}[\upsilon_j, x_i] = \text{МВ}[\upsilon_j, x_i] - \text{МД}[\upsilon_j, x_i]$$

рассчитываются соответствующие показатели для сформулированных продукционных правил вида: «Если вариант υ_j обеспечивает увеличение показателя x_i и (или) $x_\text{к}$, то вариант υ_j будет принят». На основе показателей $p\left(\upsilon_j / x_i \wedge (\vee) x_\text{к}\right)$, МВ $[\upsilon_j, x_i, x_\text{к}]$, МД $[\upsilon_j, x_i, x_\text{к}]$, CF $[\upsilon_j, x_i, x_\text{к}]$ последовательной интеграцией правил рассчитываются результирующие интегральные значения мер уверенности, неуверенности и коэффициентов уверенности, которые учитывают все правила и соответственно все свидетельства. По этим значениям принимается решение о предпочтительном варианте действий.

Данный подход, с одной стороны, позволяет оперативно принять решение при минимуме информации, с другой стороны, он не гарантирует от ошибочных решений. Основными источниками ошибок являются субъективность назначения исходных условных вероятностей $p\left(\upsilon_j / x_i\right)$ и формулирование продукционных правил.

Вероятности $p\left(\upsilon_j / x_i\right)$ определяются на основе высказываний экспертов, поэтому в общем случае в результате экспертизы имеет место массив вероятностей

$$P\left(\upsilon_j / x_i\right)=\left(p_1\left(\upsilon_j / x_i\right),\ p_2\left(\upsilon_j / x_i\right),\ \ldots\ ,\ p_l\left(\upsilon_j / x_i\right)\right),$$

здесь $p_\nu\left(\upsilon_j / x_i\right)$ – доля уверенности принятия варианта υ_j на основании данных x_i у ν-го эксперта; l – число экспертов.

Массив $P\left(\upsilon_j / x_i\right)$ характеризуется размахом

$$R\left(\upsilon_j / x_i\right)=p_{\max}\left(\upsilon_j / x_i\right)-p_{\min}\left(\upsilon_j / x_i\right),$$

здесь $p_{\max(\min)}\left(\upsilon_j / x_i\right)$ – максимальное (минимальное) значение доли уверенности в группе l экспертов.

В зависимости от величины $R\left(\upsilon_j / x_i\right)$ можно выделить два случая – плотный и разреженный массивы $P\left(\upsilon_j / x_i\right)$.

Определение 1. Массив $P_{\text{п}}\left(\upsilon_j / x_i\right)$ называется плотным, если $R\left(\upsilon_j / x_i\right)$ не превышает допустимое значение $r_{\text{доп}}$, и массив $P\left(\upsilon_j / x_i\right)$ считается разреженным (неплотным), если $R\left(\upsilon_j / x_i\right)>r_{\text{доп}}$.

Определение 2. Неплотный массив $P_{\text{нп}}\left(\upsilon_j / x_i\right)$ называется равномерным, если наибольшая разность между проранжированными (соседними) $p_\nu\left(\upsilon_i / x_i\right)$ не превышает $r'_{\text{доп}} \approx r_{\text{доп}}$, и массив $P_{\text{нп}}\left(\upsilon_j / x_i\right)$ называется неравномерным, если эта разность превышает $r'_{\text{доп}}$.

В качестве центра массива $P\left(\upsilon_j / x_i\right)$ при небольшом l целесообразно использовать медианное значение $\tilde{p}\left(\upsilon_j / x_i\right)$. Предпочтительный вариант решения, полученный при использовании $\tilde{p}\left(\upsilon_j / x_i\right)$ по алгоритмам МШБ, обозначим $\tilde{\upsilon}^*$.

Определение 3. Вариант решения $\tilde{\upsilon}^*$ будем называть абсолютно надежным или бесконфликтным относительно исходных массивов $\left\{P\left(\upsilon_j / x_i\right),\ j=\overline{1,m},\ i=\overline{1,\ n}\right\}$, если он сохраняется для всех возможных комбинаций $p_\nu\left(\upsilon_j / x_i\right),\ j=\overline{1,m},\ \ i=\overline{1,n},\ \ \nu=\overline{1,l}$.

Это число комбинаций имеет порядок l^{m-n}, и проводить соответствующий объем вычислений не представляется возможным. Для сокращения вычислений можно воспользоваться следующим утверждением.

Утверждение 1. Если массивы $P\left(\upsilon_j / x_i\right)$ заменить интервальными значениями $\left[p_{\text{н}}\left(\upsilon_j / x_i\right),\ p_{\text{в}}\left(\upsilon_j / x_i\right)\right]$ и если вариант $\tilde{\upsilon}^*$ сохраняется для всех возможных комбинаций границ интервалов, то вариант $\tilde{\upsilon}^*$ абсолютно надежен.

Доказательство утверждения легко выполняется от противного. Число комбинаций (см. определение 3) в этом случае сокращается до 2^{m-n}.

Утверждение 2. Если для варианта $\tilde{\upsilon}^*$ можно выделить вектор граничных значений $\left(p_{\text{гр}}\left(\upsilon_j / x_i\right),\ i=\overline{1,n}\right)$, который соответствует минимальной интегральной по всем продукционным правилам мере уверенности, а для альтернативных вариантов $\upsilon_j \neq \tilde{\upsilon}^*$ можно выделить вектора $\left(p_{\text{гр}}\left(\upsilon_j / x_i\right),\ i=\overline{1,n}\right)$, $j \in \left\{1,\dots,\ m \setminus \tilde{\upsilon}^*\right\}$, которые соответствуют максимальным интегральным мерам уверенности, и вариант $\tilde{\upsilon}^*$ для выделенных векторов сохраняется как предпочтительный, то он характеризуется как абсолютно надежный.

Если требования абсолютной надежности не выполняются, то величина показателя надежности $\mathcal{N}$ оценивается с помощью вычислительных экспериментов по следующему алгоритму.

Последовательно для всех x_i, $i = 1,\ 2,\ \dots,\ n$ с использованием $p_{\text{гр}}\left(\upsilon_j / x_i\right)$ и $p_{\text{гр}}\left(\upsilon_j \neq x_i\right)$ рассчитываются интегрированные значения мер МВ ($P^i_{\text{гр}}$) и МД ($P^i_{\text{гр}}$). По результатам расчетов определяется число $n(\tilde{\upsilon}^*)$, при котором вариант $\tilde{\upsilon}^*$ сохраняется предпочтительным, и показатель надежности $\mathcal{N}_1 = n(\tilde{\upsilon}^*)/n$.

В случае необходимости (например, $\mathcal{N}_1 = 1$ и требуется продолжить анализ) проводятся вычислительные эксперименты для всех пар свидетельств x_i, $x_{\text{к}}$ и подсчитывается показатель $\mathcal{N}_2 = n_2(\tilde{\upsilon}^*)/n_2$, здесь n_2 равно числу сочетаний из n по 2. Аналогично могут подсчитываться $\mathcal{N}_3$ и т.д.

В качестве примера рассмотрим задачу выбора варианта решения по устранению нарушений на участке стального газопровода среднего давления, проходящего по центру проезжей части в условиях высокого уровня грунтовых вод. Альтернативные варианты: υ_1 – капитальный ремонт существующего газопровода (восстановление изоляции), υ_2 – реконструкция газопровода с использованием полиэтиленовых труб. Для принятия решения учитываются следующие основные факторы: x_1 – ожидаемое повышение показателей безаварийности; x_2 – ожидаемое увеличение срока службы газопровода; x_3 – требуемый объем капиталовложений; x_4 – требуемый объем затрат на строительно-монтажные работы; x_5 – ожидаемое снижение материалоемкости и энергоемкости; x_6 – ожидаемые сроки завершения работ.

Сформулированы следующие процедурные правила.

П1: «Если υ_j обеспечивает x_1 или x_2, то вариант υ_j будет принят».

П2: «Если υ_j выполняются условия для x_3 или x_4, то вариант υ_j будет принят».

П3: «Если υ_j обеспечивает x_5 и x_6, то вариант υ_j будет принят».

Доли уверенности принятия варианта υ_j на основании данных x_i, полученные от трех экспертов, т.е. $p_v\left(\upsilon_j / x_i\right)$ и их первичная обработка приведены в табл. 1. Результаты расчета МВ $[\upsilon_j, x_i]$, МД $[\upsilon_j, x_i]$ и CF $[\upsilon_j, x_i]$ для $\tilde{p}\left(\upsilon_j / x_i\right)$ и априорной вероятности $p(\upsilon_j)$ = 0,5 представлены в табл. 2.

Таблица 1

x_i	υ_1				
	$p_1(\upsilon_1 / x_i)$	$p_2(\upsilon_1 / x_i)$	$p_3(\upsilon_1 / x_i)$	$\tilde{p}(\upsilon_1 / x_i)$	$[p_н, p_в]$
x_1	0,3	0,5	0,2	0,3	[0,2; 0,5]
x_2	0,5	0,4	0,3	0,3	[0,3; 0,5]
x_3	0,6	0,7	0,4	0,6	[0,4; 0,7]
x_4	0,6	0,7	0,6	0,6	[0,6; 0,7]
x_5	0,4	0,6	0,3	0,4	[0,3; 0,6]
x_6	0,4	0,6	0,7	0,6	[0,4; 0,7]
	υ_2				
	$p_1(\upsilon_2 / x_i)$	$p_2(\upsilon_2 / x_i)$	$p_3(\upsilon_2 / x_i)$	$\tilde{p}(\upsilon_2 / x_i)$	$[p_н, p_в]$
x_1	0,85	0,8	0,8	0,8	[0,8; 0,85]
x_2	0,9	0,8	0,9	0,9	[0,8; 0,9]
x_3	0,4	0,5	0,5	0,5	[0,4; 0,5]
x_4	0,6	0,6	0,55	0,6	[0,55; 0,6]
x_5	0,6	0,7	0,6	0,6	[0,6; 0,7]
x_6	0,5	0,6	0,6	0,5	[0,5; 0,6]

Таблица 2

x_i	υ_1				υ_2			
	$\tilde{p}(\upsilon_1 / x_i)$	МВ $[\upsilon_1, x_i]$	МД $[\upsilon_1, x_i]$	CF $[\upsilon_1, x_i]$	$\tilde{p}(\upsilon_2 / x_i)$	МВ $[\upsilon_2, x_i]$	МД $[\upsilon_2, x_i]$	CF $[\upsilon_2, x_i]$
x_1	0,3	0	0,4	– 0,4	0,8	0,6	0	0,6
x_2	0,4	0	0,2	– 0,2	0,9	0,8	0	0,8
x_3	0,6	0,2	0	0,2	0,5	0	0	0
x_4	0,6	0,2	0	0,2	0,6	0,2	0	0,2
x_5	0,4	0	0,2	– 0,2	0,6	0,2	0	0,2
x_6	0,6	0,2	0	0,2	0,6	0,2	0	0,2

При расчете МВ$[\upsilon_j, x_i]$, МД$[\upsilon_j, x_i]$ используются соотношения:

$$\text{МВ}[\upsilon_j, x_i] = \frac{\max\left\{\tilde{p}\left(\upsilon_j / x_i\right);\ p\left(\upsilon_j\right)\right\} - p\left(\upsilon_j\right)}{1 - p\left(\upsilon_j\right)},$$

$$\text{МД}[\upsilon_j, x_i] = \frac{\max\left\{\tilde{p}\left(\upsilon_j / x_i\right);\ p\left(\upsilon_j\right)\right\} - p\left(\upsilon_j\right)}{-p\left(\upsilon_j\right)},$$

$$\text{МД}[\upsilon_j, x_i] = 0, \quad \text{если МВ}[\upsilon_j, x_i] > 0,$$

Значительные трудности в оценке меры конфликтности возникают при обработке высказываний экспертов и лица, принимающего решение, по исследуемой проблеме. В качестве такой меры предлагается использовать коэффициент уверенности (**CF**), представляющий собой разность меры уверенности и меры неуверенности, которые применяются в модели Шортлифа-Бьюкенена. Для варианта решения υ_1 и свидетельства x_i имеет место

$$\text{CF}[\upsilon_j, x_i] = \text{МВ}[\upsilon_j, x_i] - \text{МД}[\upsilon_j, x_i],$$

где $p\left(\upsilon_j / x_i\right)$ – условная вероятность, получаемая на основе высказываний экспертов; $p(\upsilon_j)$ – априорная вероятность предпочтительности варианта υ_j.

В табл. 3 приведены результаты расчета показателей МВ, МД, CF для сложных гипотез, соответствующих сформулированным правилам с использованием соотношений:

$$\text{МВ}\left[\upsilon_j,\ x_i \wedge x_\text{к}\right] = \min\left\{\text{МВ}\left[\upsilon_j, x_i\right],\ \text{МВ}\left[\upsilon_j,\ x_\text{к}\right]\right\},$$
$$\text{МВ}\left[\upsilon_j,\ x_i \vee x_\text{к}\right] = \max\left\{\text{МВ}\left[\upsilon_j,\ x_i\right],\ \text{МВ}\left[\upsilon_j,\ x_\text{к}\right]\right\},$$
$$\text{МД}\left[\upsilon_j,\ x_i \wedge x_\text{к}\right] = \max\left\{\text{МД}\left[\upsilon_j,\ x_i\right],\ \text{МД}\left[\upsilon_j,\ x_\text{к}\right]\right\},$$
$$\text{МД}\left[\upsilon_j,\ x_i \vee x_\text{к}\right] = \min\left\{\text{МД}\left[\upsilon_j,\ x_i\right],\ \text{МД}\left[\upsilon_j, x_\text{к}\right]\right\}.$$

Последовательная интеграция значений МВ и МД по всем правилам производится с помощью формул:

$$\text{МВ}\left[\upsilon_j;\ y_1,\ y_2\right] = \text{МВ}\left[\upsilon_j;\ y_1\right] + \text{МВ}\left[\upsilon_j;\ y_2\right]\left(1 - \text{МВ}\left[\upsilon_j;\ y_1\right]\right),$$
$$\text{МД}\left[\upsilon_j;\ y_1,\ y_2\right] = \text{МД}\left[\upsilon_j;\ y_1\right] + \text{МД}\left[\upsilon_j;\ y_2\right]\left(1 - \text{МД}\left[\upsilon_j;\ y_1\right]\right),$$

Таблица 3

Правило	υ_1			υ_2		
	МВ	МД	CF	МВ	МД	CF
П1 $\left(x_1 \wedge x_2\ \ \sim y_1\right)$	0	0,4	– 0,4	0,6	0	0,6
П2 $\left(x_3 \vee x_4\ \ \sim y_2\right)$	0,2	0	0,2	0,2	0	0,2
П3 $\left(x_5 \wedge x_6\ \ \sim y_3\right)$	0	0,2	– 0,2	0,2	0	0,2

$$\text{МВ}\left[\upsilon_j;\ y_1,\ y_2, y_3\right]=\text{МВ}\left[\upsilon_j;\ y_1,\ y_2\right]+\text{МВ}\left[\upsilon_j;\ y_3\right]\left(1-\text{МВ}\left[\upsilon_j;\ y_1,\ y_2\right]\right),$$

$$\text{МД}\left[\upsilon_j;\ y_1,\ y_2, y_3\right]=\text{МД}\left[\upsilon_j;\ y_1,\ y_2\right]+\text{МД}\left[\upsilon_j;\ y_3\right]\left(1-\text{МД}\left[\upsilon_j;\ y_1,\ y_2\right]\right).$$

Итоговые результаты вычислений представлены в табл. 4. Таким образом, при использовании значений $\tilde{p}\left(\upsilon_j / x_i\right)$ предпочтительнее вариант решения $\upsilon_2 = \tilde{\upsilon}^*$.

Таблица 4

Сложные гипотезы	υ_1			υ_2		
	МВ	МД	CF	МВ	МД	CF
$\left[\upsilon_j;\ y_1,\ y_2\right]$	0,2	0,4	– 0,2	0,76	0	0,76
$\left[\upsilon_j;\ y_1,\ y_2, y_3\right]$	0,2	0,52	– 0,32	0,808	0	0,808

Исследуем надежность полученного решения на основе интервальных значений $\left[p_{\text{н}},\ p_{\text{в}}\right]$ из табл. 2. Для этого вместо $\tilde{p}\left(\upsilon_j / x_i\right)$ используем граничные значения $p_{\text{гр}}\left(\tilde{\upsilon}^* = \upsilon_2 / x_i\right)$ и $p_{\text{гр}}\left(\upsilon_1 / x_i\right)$, результаты этих вычислений приведены в табл. 2а, 3а, 4а.

Таблица 2а

x_i	υ_1				υ_2			
	$p_{\text{гр}}\left(\upsilon_1 / x_i\right)$	МВ	МД	CF	$p_{\text{гр}}\left(\upsilon_2 / x_i\right)$	МВ	МД	CF
x_1	0,5	0	0	0	0,8	0,6	0	0,6
x_2	0,5	0	0	0	0,8	0,6	0	0,6
x_3	0,7	0,4	0	0,4	0,4	0	0,2	– 0,2
x_4	0,7	0,4	0	0,4	0, 55	0,1	0	0,1
x_5	0,6	0,2	0	0,2	0,6	0,2	0	0,2
x_6	0,7	0,4	0	0,4	0,5	0	0	0

Таблица 3а

Правило	υ_1			υ_2		
	МВ	МД	CF	МВ	МД	CF
П1 $\left(x_1 \wedge x_2 \ \sim y_1\right)$	0	0	0	0,6	0	0,6
П2 $\left(x_3 \vee x_4 \ \sim y_2\right)$	0,4	0	0,4	0,1	0	0,1
П3 $\left(x_5 \wedge x_6 \sim y_3\right)$	0,2	0	0,2	0	0	0

Таблица 4а

Сложные гипотезы	υ_1			υ_2		
	МВ	МД	CF	МВ	МД	CF
$\left[\upsilon_j;\ y_1,\ y_2\right]$	0,4	0	0,4	0,64	0	0,64
$\left[\upsilon_j;\ y_1,\ y_2, y_3\right]$	0,52	0	0,52	0,64	0	0,64

Так как $\text{МВ}[\upsilon_2;\ y_1,\ y_2,\ y_3] > \text{МВ}[\upsilon_1;\ y_1,\ y_2,\ y_3]$, т.е. мера уверенности варианта υ_2 превышает меру уверенности υ_1 и при использовании, граничных значений условных вероятностей свидетельств, то вариант υ_2 является предпочтительным с коэффициентом надежности $\mathcal{N} = 1$, учитывающим высказывания всех экспертов.

Таким образом, для повышения надежности в задачах принятия управленческих решений при неполных исходных данных предлагается использовать показатель надежности, учитывающий различия высказываний экспертов относительно значений условных вероятностей. Предложен алгоритм последовательного уточнения показателя надежности, позволяющий сократить объем вычислений.

Список литературы

1. Люгер Дж.Ф. Искусственный интеллект: стратегии и методы решения сложных проблем / Дж. Ф. Люгер – М.: Издательский дом "Вильямс", 2003. – 864 с.
2. Романов В.П. Интеллектуальные информационные системы в экономике: Учебное пособие / Под ред. Н.П. Тихомирова. – М.: Экзамен, 2003. – 496 с.

About the Way of Increasing Reliability of Taken Decisions in Terms of Uncertainty

A.N. Blokhin

Department "Information Processes and Management", TSTU

Key words and phrases: measure of confidence; measure of uncertainty; Stanford's theory of confidence factor; confidence factor.

Abstract: Matters of increasing reliability of solving the problem of taking management decision under incomplete input data using Shotrlife-Buchanan model are considered. The index of reliability based on experts' opinion concerning conditional probabilities values is introduced. The algorithm of sequential improvement of reliability index allowing to decrease the volume of calculations.

Über einen Weg der Erhöhung der Beschlussensicherheit unter der Bedingungen der Unbestimmtheit

Zusammenfassung: Es sind die Fragen der Erhöhung der Sicherheit der Aufgabelösung vom Beschluss der Managemententscheidung bei den unvollen Ausgangsangaben durch die Anwendung des Modells von Shortlife-Buchanan betrachtet. Es ist der die Unterschiede der Expertenaussagen gemäss der Werte der bedingten Wahrscheinlichkeiten berücksichtigte Sicherheitskoeffizient eingeführt. Es ist der Alhorithmus der Reihenpräzisierung des Sicherheitskoeffizienten, der sich den Berechnungsumfang reduzieren lässt.

Sur un moyen de l'augmentation de la sûreté des résolutions prises dans les conditions de l'indétermination

Résumé: Sont examinés les problèmes de l'augmentation de la sûreté de la résolution de la tâche de gestion ayant les données initiales incomplètes dans le cas du modèle de Shortlife-Buchanan. Est induit l'indice de la sûreté tenant compte des différences des citations des experts sur les valeurs des probabilités conventionnelles. Est proposé l'algorithme de la précision de l'indice de la sûreté permettant de réduire le volume des calculs.