

**LE SECHAGE DE MATERIAUX DEFORMABLES: FORMULATION,
CARACTERISATION PHYSICO-MECANIQUE,
MODELISATION ET SIMULATION**

P. Perré

*École nationale du génie rural,
des eaux et des forêts, Nancy, France*

Most clés et phrases: diffusion de l'humidité; retrait des matières; séchage du bois; séchage des produits alimentaires.

Résumé: La formulation physique des transferts en milieux poreux et la formulation mécanique des contraintes et déformations induites par le retrait sont rappelées. Cette formulation fait appel à de nombreuses caractéristiques physiques et mécaniques sans lesquelles la simulation à base cognitive n'a pas de sens. En prenant l'exemple du matériau bois et de produits alimentaires fortement déformables, les principales étapes de caractérisation et les possibilités de prédiction offertes par la simulation numérique sont illustrées.

1 INTRODUCTION

Ce papier est consacré aux mécanismes physiques et mécaniques qui interviennent lors du séchage. La formulation généralement admise pour formuler les transferts couplés de chaleur et de masse en milieux poreux à partir d'équations macroscopiques, ainsi que la formulation des aspects mécaniques, en petites et en grandes déformations, sont présentées. Cette formulation fait appel à de nombreuses caractéristiques physiques et mécaniques dont la détermination nécessite un effort expérimental considérable et indispensable. Plusieurs méthodes développées au LERMaB seront brièvement exposées.

Du fait du couplage entre les variables et des fortes non-linéarités rencontrées en séchage, seule une résolution numérique peut être envisagée. Dans ce travail, la méthode des Volumes Finis (schémas structurés ou non structurés) est exclusivement utilisée pour traiter les équations de conservation de chaleur et de masse, tandis que la méthode de Eléments Finis est généralement choisie pour traiter les équations propres à la mécanique des solides.

Les possibilités de simulation offertes par ces nouveaux outils de simulation ont un potentiel d'application très vaste, de la compréhension de mécanismes fondamentaux (transferts influencés par l'évolution de la forme, exsudation de liquide dû au mouvement du squelette solide,...) jusqu'à l'optimisation du procédé industriel (amélioration du compromis qualité/rapidité, instrumentation des séchoirs et du produit, notamment suivi des déformations, et interprétation des données collectées,...).

Lors de la résolution simultanée des transferts et des phénomènes mécaniques intervenant durant le séchage, le degré de couplage pertinent est imposé par la configuration (Fig. 1). Le niveau de couplage croissant exposé dans cette figure peut être illustré par des configurations concrètes:

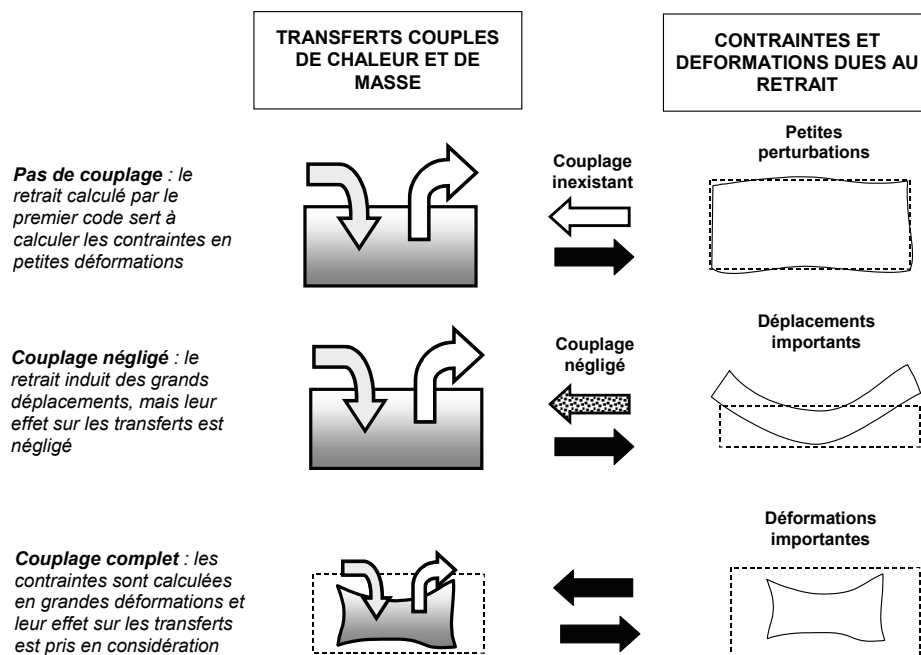


Fig. 1 Illustration des différentes possibilités de couplage intervenant en milieux poreux entre phénomènes de transferts et phénomènes mécaniques

- Séchage du bois en 1-D : le calcul des contraintes et déformations est possible en petites déformations,
- Séchage dissymétrique d'une planche de bois : une formulation en grands déplacements est nécessaire,
- Séchage de végétaux à structure cellulaire : le collapse important des cellules nécessite une formulation en grandes déformations et un couplage complet avec les transferts de chaleur et de masse.

2 FORMULATION DES TRANSFERTS DE CHALEUR ET DE MASSE

Plusieurs jeux d'équations macroscopiques sont proposés dans la littérature pour la formulation des transferts couplés de chaleur et de masse en milieux poreux. La différence fondamentale entre ces propositions réside dans le nombre de variables d'état utilisées pour décrire le milieu :

- Une seule : teneur en eau, X (ou une variable équivalente: saturation, potentiel hydrique...),
- Deux : X (ou équivalent) et température T (ou une variable équivalente: enthalpie,...),
- Trois : X (ou équivalent), T (ou équivalent) et pression gazeuse P_g (ou une variable équivalente)

Les possibilités offertes par des différents choix ont été clairement exposées ailleurs (Perré 1999). Disons simplement ici que le modèle à une variable, incapable de considérer le couplage chaleur/masse, doit absolument être proscrit et que le modèle à deux variables permet de représenter correctement des configurations pour lesquelles la pression gazeuse interne n'a pas d'effet sur les transferts. Les modèles à trois variables, unique approche considérée dans ce travail, permettent de simuler les mécanismes complexes générés par la vaporisation interne.

Le jeu d'équations, tel que proposé ci-dessous, provient principalement des travaux de Whitaker (1977, 1998) avec quelques changements qui ont permis de prendre en considération l'eau liée et la pression gazeuse interne:

2.1 Conservation de l'eau

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi_\ell \rho_\ell + \phi_g \bar{\rho}_v^g + \bar{\rho}_b) + \nabla \cdot (\rho_\ell \bar{\mathbf{v}}_\ell + \bar{\rho}_v^g \bar{\mathbf{v}}_g + \overline{\rho_b \mathbf{v}_b}) = \nabla \cdot (\bar{\rho}_g^g \bar{\mathbf{D}}_{\text{eff}} \nabla \omega_v). \quad [1]$$

2.2 Conservation de l'enthalpie

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\phi_\ell \rho_\ell h_\ell + \phi_g (\bar{\rho}_v^g h_v + \bar{\rho}_a^g h_a) + \overline{\rho_b h_b} + \rho_o h_s - \phi_g P_g) + \\ + \nabla \cdot (\rho_\ell h_\ell \bar{\mathbf{v}}_\ell + (\bar{\rho}_v^g h_v + \bar{\rho}_a^g h_a) \bar{\mathbf{v}}_g + h_b \overline{\rho_b \mathbf{v}_b}) = \\ = \nabla \cdot (\bar{\rho}_g^g \bar{\mathbf{D}}_{\text{eff}} (h_v \nabla \omega_v + h_a \nabla \omega_a) + \bar{\Lambda}_{\text{eff}} \nabla T) + \Phi. \end{aligned} \quad [2]$$

2.3 Conservation de l'air

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi_g \bar{\rho}_a^g) + \nabla \cdot (\bar{\rho}_a^g \bar{\mathbf{v}}_g) = \nabla \cdot (\bar{\rho}_g^g \bar{\mathbf{D}}_{\text{eff}} \nabla \omega_a). \quad [3]$$

Dans cette équation, les vitesses des phases gazeuse et liquide sont exprimées par la loi de Darcy généralisée:

$$\bar{\mathbf{v}}_i = -\frac{\bar{\mathbf{K}}_i \bar{\mathbf{k}}_i}{\mu_i} \nabla \varphi_i, \quad \nabla \varphi_i = \nabla P_i - \rho_i g \nabla \chi \quad \text{for } i = \ell, g. \quad [4]$$

Les grandeurs φ et χ sont respectivement le potentiel de chaque phase fluide et la hauteur comptée selon la gravité. La pression du liquide est reliée à la pression du gaz via la pression capillaire:

$$P_\ell = P_g - P_c(X). \quad [5]$$

2.4 Conditions aux limites

Pour une face d'échange convective, les conditions aux limites s'écrivent:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_w \cdot \mathbf{n} &= k_m c M_v \ln \left(\frac{1 - x_\infty}{1 - x_v} \right); \\ \mathbf{J}_e \cdot \mathbf{n} &= k_h (T - T_\infty) + h_v k_m c M_v \ln \left(\frac{1 - x_\infty}{1 - x_v} \right). \end{aligned} \quad [6]$$

où \mathbf{J}_w et \mathbf{J}_e représentent le flux total d'humidité et d'enthalpie, respectivement. x est la position comptée à partir de la face d'échange, selon la normale extérieure. La pression extérieure est également imposée sur la face d'échange.

Une description plus détaillée de ces équations, des hypothèses associées et des possibilités offertes peut être trouvée ailleurs (Perré 1996, Perré and Turner 1996). Grâce à la prise en compte de la pression interne et des effets induits, ce jeu d'équations s'est révélé capable de traiter de nombreuses configurations : séchage convectif à haute température, séchage sous vide, séchage par micro-onde. Son utilisation est cependant souvent limitée par le manque de connaissance des propriétés macroscopiques de la plupart des milieux poreux. Par ailleurs, le lecteur doit savoir que le caractère macroscopique de la formulation entraîne d'autres limitations. Toutes les variables utilisées dans les équations sont des valeurs moyennées sur le VER (Volume Élémentaire Représentatif), d'où le terme de formulation macroscopique. Ceci suppose donc l'existence d'un tel volume, assez grand pour permettre la définition des grandeurs

macroscopiques, mais assez petit pour pouvoir négliger l'effet des gradients macroscopiques et des configurations de non-équilibre microscopique. Dans certaines configurations, le concept de pression capillaire, de perméabilité relative, de diffusion massive perdent leur signification macroscopique.

3 FORMULATION MECANIQUE

3.1 Le retrait

Pour beaucoup de matériaux, le départ de l'humidité s'accompagne d'une réduction de dimension: c'est le phénomène de retrait, à l'origine des contraintes, déformations et dégradations mécaniques. Ce phénomène est formulé par un champ de déformation

$\overset{=}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{ret}}$ qui, dans le repère lié aux directions principales du matériau, s'écrit :

$$\overset{=}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{ret}} = H(\mathbf{x}) \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix} \quad [7]$$

$$\text{with } H(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0 & \text{if } X(\mathbf{x}) \geq X_{\text{fsp}} \\ X(\mathbf{x}) - X_{\text{fsp}} & \text{if } X(\mathbf{x}) \leq X_{\text{fsp}} \end{cases}$$

A, B et C sont des fonctions de la teneur en eau locale du milieu poreux. Elles représentent le retrait dans chacune des directions principales du matériau.

3.2 Contraintes de séchage

Si le champ de déformation induit par le retrait n'est pas cinématiquement admissible, un tenseur des déformations "mécaniques", $\overset{=}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{mec}}$, apparaît. La loi de comportement du matériau permet de relier ce tenseur des déformations au tenseur des contraintes. Dans le cas général, ce tenseur des déformations doit être séparé en deux parties : une déformation élastique $\overset{=}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{elas}}$, reliée au tenseur des contraintes et une déformation $\overset{=}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{mem}}$ qui représente l'effet mémoire du matériau et qui intègre toute l'histoire qu'il a subie:

$$\overset{=}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{mec}} = \overset{=}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{elas}} + \overset{=}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{mem}} \quad [8]$$

Les équations de compatibilité géométrique s'appliquent au champ de déformation $\overset{=}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{tot}}$. Lorsque que le problème est résolu en déplacements, le tenseur des déformations totales est obtenu par dérivation du champ de déplacement, et les équations de compatibilité sont automatiquement respectées. Le champ de contrainte doit satisfaire l'équilibre mécanique local et les conditions aux limites. Finalement, la formulation complète du problème s'écrit :

$$\begin{cases} \overset{=}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{tot}} = \frac{1}{2}(\overline{\nabla} \mathbf{u} + \overline{\nabla}^T \mathbf{u}) & \text{over } \Omega \\ \overset{=}{\boldsymbol{\sigma}} + \rho \mathbf{f} = 0 & \text{over } \Omega \\ \overset{=}{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{a}(\overset{=}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{tot}} - \overset{=}{\boldsymbol{\varepsilon}}^0) & \text{over } \Omega \\ \left(\overset{=}{\boldsymbol{\sigma}} \mathbf{n} \right)_i = T_i & \text{on } \Gamma_{T_i} \\ u_i = D_i = 0 & \text{on } \Gamma_{D_i} \end{cases} \quad \begin{cases} \text{with } \overset{=}{\boldsymbol{\varepsilon}}^0 = \overset{=}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{sh}} + \overset{=}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{mem}} \\ \text{and } \forall i, \Gamma_{D_i} \oplus \Gamma_{T_i} = \Gamma \end{cases} \quad [9]$$

Remarques: Cette formulation statique suppose que les forces surfaciques et volumiques satisfont l'équilibre mécanique global. Par ailleurs, l'unicité de la solution nécessite une condition supplémentaire : $(\forall i, \text{mes}(\Gamma_{D_i}) > 0)$. Sinon, la solution est définie à un champ solidifiant près.

3.3 Comment exprimer l'effet mémoire?

C'est dans le champ de déformation qui contient l'effet mémoire, $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{mem}}$, que réside toute la difficulté du choix de la loi de comportement. Les travaux théoriques, numériques et expérimentaux ne manquent pas. Cependant, plus la loi est capable de représenter des configurations variées, plus elle est complexe et plus elle est difficile à caractériser expérimentalement. Par exemple, la formulation générale du comportement viscoélastique fait intervenir toute l'histoire du matériau:

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{visc}} = \int_{-\infty}^t \bar{\mathbf{J}}(t-t') \frac{d\bar{\boldsymbol{\sigma}}}{dt'} dt' \quad [10]$$

$J_{ijkl}(t)$ est le tenseur des complaisances viscoélastiques et t est le temps effectif. Expérimentalement, la fonction de fluage est souvent choisie sous la forme de N éléments de Kelvin placés en série (Martensson 1992, Mohager and Toratti 1993). Les paramètres relatifs à chaque élément doivent être caractérisés pour le produit considéré en fonction de la température et de l'humidité, ce qui représente une tâche considérable. Par ailleurs, d'autres aspects du comportement mécanique sont souvent nécessaires pour rendre compte des observations (plasticité, effet mécano-sorptif, critère de dégradation...). La difficulté du choix d'une loi de comportement est donc une tâche ardue qu'il ne faut pas sous-estimer.

4 PROBLEMES LIES AUX CHANGEMENTS DE GEOMETRIE

Lorsque le milieu poreux est fortement déformable, les points matériels de la matrice solide peuvent subir des changements considérables de position durant le procédé. Dans ce travail, une formulation lagrangienne est utilisée pour l'expression des flux de chaleur et de masse, tandis que le concept de configuration intermédiaire est utilisé conjointement à une formulation lagrangienne pour la formulation mécanique.

4.1 Formulation des transferts

La formulation proposée au paragraphe 2 suppose que la matrice solide est rigide. Pour formuler correctement les transferts de chaleur et de masse, il faut revenir aux notions de base (Bird *et al.* 1960). En fait, la diffusion massique considérée comme diffusion binaire dans un mélange et la loi de Darcy se transforment assez facilement en coordonnées lagrangiennes (Perré and May 2001). Les bilans de conservation peuvent donc s'écrire de façon rigoureuse. La méthode des volumes finis est d'ailleurs très bien adaptée à cette formulation. Toutes les vitesses convectives doivent bien entendu s'écrire comme vitesse relative par rapport aux surfaces des volumes de contrôle, surfaces liées à la matrice solide. Un bilan de masse doit être ajouté pour la phase solide. Ce bilan est au demeurant fort simple à écrire en coordonnées lagrangiennes, puisque tous les flux de solide exprimés sur les surfaces de contrôle sont nuls.

4.2 Formulation mécanique

Afin d'étudier le développement des contraintes de séchage dans un milieu dont l'une des dimensions est grande par rapport à la section (section médiane d'une planche de bois ou d'une frite), une formulation en deux dimensions est suffisante. Néanmoins,

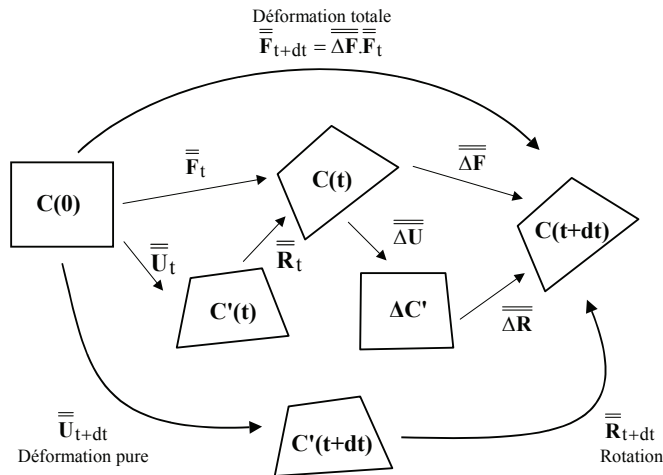


Fig. 2 Evolution entre la configuration initiale $C(0)$ et les configurations $C(t)$ and $C(t+dt)$ correspondant à deux instants voisins

une formulation en "déplacement plan" doit absolument être utilisée dans ce cas (Perré and Passard, 1995). Ceci n'empêche pas des grands déplacements d'introduire des non-linéarité géométrique dans les calculs. Ce problème est résolu par une stratégie développée pour le matériau bois, capable de suivre au cours du temps les directions d'anisotropie (Mauget and Perré, 1999). La loi de comportement est écrite sur un système de coordonnées locales, qui tourne avec le solide. La rotation choisie dans cette formulation est la rotation \mathbf{R} qui apparaît dans la décomposition polaire de l'application linéaire tangente \mathbf{F} . Ceci nous conduit à définir une configuration intermédiaire notée $C'(t)$. Contrairement aux configurations initiale et courante, la configuration intermédiaire n'a de sens que localement. Le signe ' est utilisé pour chaque tenseur exprimé dans la configuration intermédiaire. Dans cette configuration, les tenseurs sont invariants par rotation et satisfont la condition d'objectivité. Le transport des tenseurs entre $C(t)$ et $C'(t)$ s'écrit simplement, par exemple pour le tenseur des contraintes de Cauchy et le tenseur des déformations:

$$\bar{\sigma}' = \mathbf{R} \bar{\sigma} \mathbf{R} \quad \text{et} \quad \bar{\varepsilon}' = \mathbf{R} \bar{\varepsilon} \mathbf{R}, \quad [11]$$

La décomposition de la déformation entre deux configurations voisines $C(t)$ et $C(t+dt)$ est détaillée sur la figure 2. L'ensemble de la démarche est expliqué dans un autre article (Mauget and Perré, 1999).

5 CARACTERISATION PHYSIQUE

Plusieurs dispositifs expérimentaux ont été développés au LERMaB pour caractériser les propriétés de transferts des milieux poreux : mesure de la diffusivité en régime permanent et en régime transitoire, mesure de la perméabilité à l'air, détermination de la pression capillaire par porosimétrie mercure ou par traitement d'images à partir de vues microscopiques... Seules deux de ces techniques sont brièvement exposées ci-après.

5.1 Mesure de la diffusivité en régime permanent

La méthode utilisée en régime permanent consiste à imposer de part et d'autre de l'échantillon la même température et deux valeurs différentes d'humidité relative. La mesure du flux massique induit par cette force motrice permet de calculer le coefficient

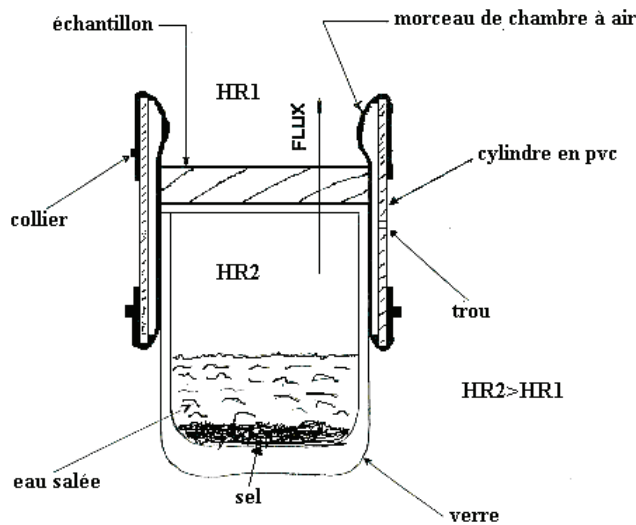


Fig. 3 Système "PVC-CHA"

de diffusion de vapeur d'eau. Cette technique est assez largement utilisée, elle est précise mais relativement lente.

Les mesures ont été effectuées en utilisant le système d'étanchéité **PVC-CHA** (Fig. 3) et un protocole de mesure bien établi (Zohoun et Perré 1997). Une solution saline saturée régule l'humidité relative dans la partie inférieure. L'ensemble est placé dans une enceinte climatique qui permet de contrôler l'humidité relative sur la face supérieure et la température de l'ensemble. Le flux de vapeur traversant l'échantillon est mesuré par le suivi de la masse de l'ensemble (solution saline+PVC-CHA+échantillon+verre). Seule la partie linéaire de la perte de masse en fonction du temps est exploitée pour calculer le flux.

Dans les conditions de nos essais, la masse volumique du gaz ρ_g est pratiquement constante et le flux est monodimensionnel. L'expression générale du flux de vapeur peut être simplifiée (Zohoun et Perré 1997) pour obtenir l'expression suivante:

$$q_m = -f D_v \frac{d\rho_v}{dx} \quad [12]$$

f : diffusivité réduite $\left[\frac{\text{coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans le bois}}{\text{coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air}} \right]$;

ρ_v (kg/m³) : masse volumique de la vapeur d'eau; D_v (m²/s) : coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air.

Le facteur f permet de prendre en considération la résistance à la diffusion occasionnée par le milieu poreux, comparée à une lame d'air de même épaisseur. Nous l'appelons "diffusivité réduite".

5.2 Mesure de la perméabilité à l'air

Un dispositif expérimental a également été développé afin de mesurer la perméabilité à l'air d'échantillons de milieux poreux. Le support a été conçu afin de pouvoir mesurer la perméabilité sur la même géométrie que celle employée pour la mesure de diffusion (Fig. 4). La mise en place de l'échantillon s'effectue en faisant le vide entre la paroi en aluminium et la membrane en caoutchouc. Ce vide plaque la membrane contre la paroi et autorise une mise en place facile de l'échantillon. Durant la

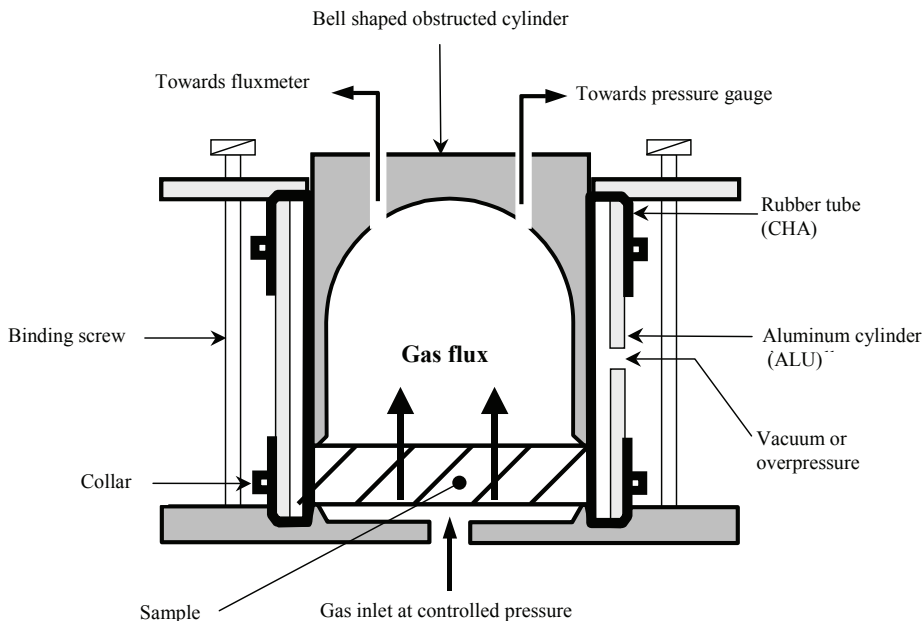


Fig. 4 Schéma du dispositif ALU-CHA conçu pour les mesures de perméabilité (d'après Agoua et Perré, 2002)

mesure, une surpression est appliquée à la place du vide. Cette surpression (2 bars en mesure de routine) assure une étanchéité latérale parfaite. Le principe de mesure est très simple : il consiste à mesurer, grâce à un débitmètre massique, le flux de gaz qui traverse l'échantillon en réponse à la différence de pression totale imposée de part et d'autre de cet échantillon par un régulateur de pression précis à 0,1 mbar.

Pour ce paramètre, la difficulté expérimentale est de concevoir un appareil capable d'atteindre la très large gamme de valeurs que l'on rencontre sur les milieux poreux. Le dispositif utilisé ici est capable, sur une même géométrie, de mesurer des valeurs de perméabilité allant de 10^{-11} m^2 à 10^{-18} m^2 . Pour la détermination de la perméabilité à la valeur de la pression atmosphérique, la mesure est assez rapide: une douzaine d'échantillons peut être caractérisée par demi-journée. En revanche, l'élaboration de la courbe de variation de la perméabilité en fonction de la pression totale, de la pression atmosphérique à environ 50 mbar, est bien plus longue : une à deux journées selon l'échantillon. Avec la configuration expérimentale, la loi de Darcy prend la forme suivante :

$$K_g = \frac{\mu_g Q L P}{A \Delta P \bar{P}} \quad [13]$$

K_g est la perméabilité au gaz (m^3/m ou m^2), μ_g la viscosité dynamique du gaz (Pa·s), Q le flux volumétrique ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$), L la longueur dans la direction du flux (m), P la pression à laquelle le flux est mesuré (Pa), A l'aire de la section droite de l'échantillon (m^2), ΔP la différence de pression aux bornes de l'échantillon (Pa) et \bar{P} la pression moyenne dans l'échantillon (Pa).

Quelques résultats

Les figures 5 et 6 montrent quelques résultats obtenus sur des échantillons préparés à partir de panneaux de MDF (Medium Density Fiberboard). Grâce à la mesure de ces deux paramètres indépendants (diffusivité et perméabilité) sur les mêmes

échantillons, l'évolution des propriétés de transfert dans le MDF lorsque la masse volumique du panneau augmente a été clairement mise en évidence (Fig. 5). A l'aide d'un modèle simple de pores, deux paramètres morphologiques globaux peuvent être extraits de ces mesures : le facteur de tortuosité et le rayon moyen équivalent des pores. Par ailleurs, nous savons que pour un gaz, le glissement moléculaire aux parois du milieu poreux augmente la perméabilité apparente du milieu (Siau, 1984). Cette augmentation dépend de la taille des pores et du libre parcours moyen du gaz. C'est pourquoi la taille équivalente de pores peut être calculée en exploitant la dépendance de la perméabilité en fonction de la pression moyenne (Fig. 6). Dans une étude complète sur les panneaux de MDF, nous avons montré que ces deux façons indirectes de déterminer la taille des pores donne des résultats très cohérents (Agoua et Perré, 2002).

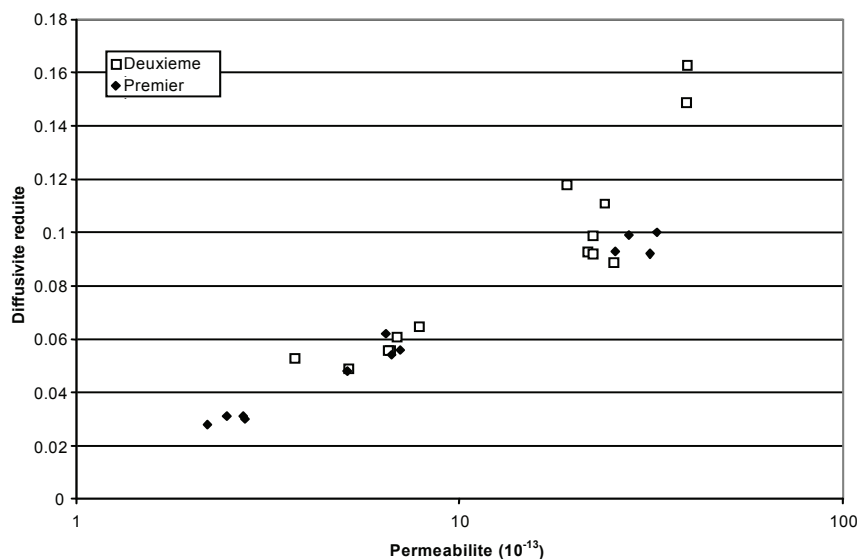


Fig. 5 Evolution concomitante de la perméabilité et de la diffusivité en fonction de la masse volumique de panneaux de MDF (Medium Density Fiberboard)

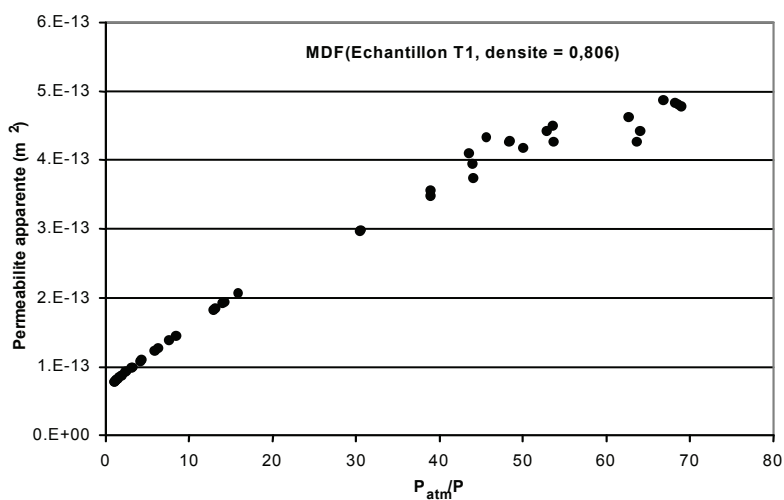


Fig. 6 Évolution de la perméabilité à différents niveaux de pression (échantillon de MDF de 800 kg/m^3 de fabrication industrielle)

6 CARACTERISATION MECANIQUE

Nous avons vu que le comportement mécanique est généralement fort complexe : il dépend du temps, de la température, de la teneur en eau et souvent de la direction matérielle. Le choix d'une loi de comportement et la caractérisation des paramètres de cette loi est donc particulièrement délicate. Nous limitons l'exposé au caractère viscoélastique, en gardant à l'esprit que des démarches similaires doivent être conduites pour les autres aspects imposés par le comportement réel du matériau (plasticité, mécanosorption...). Afin de simplifier l'expression générale [10], les tests sont souvent

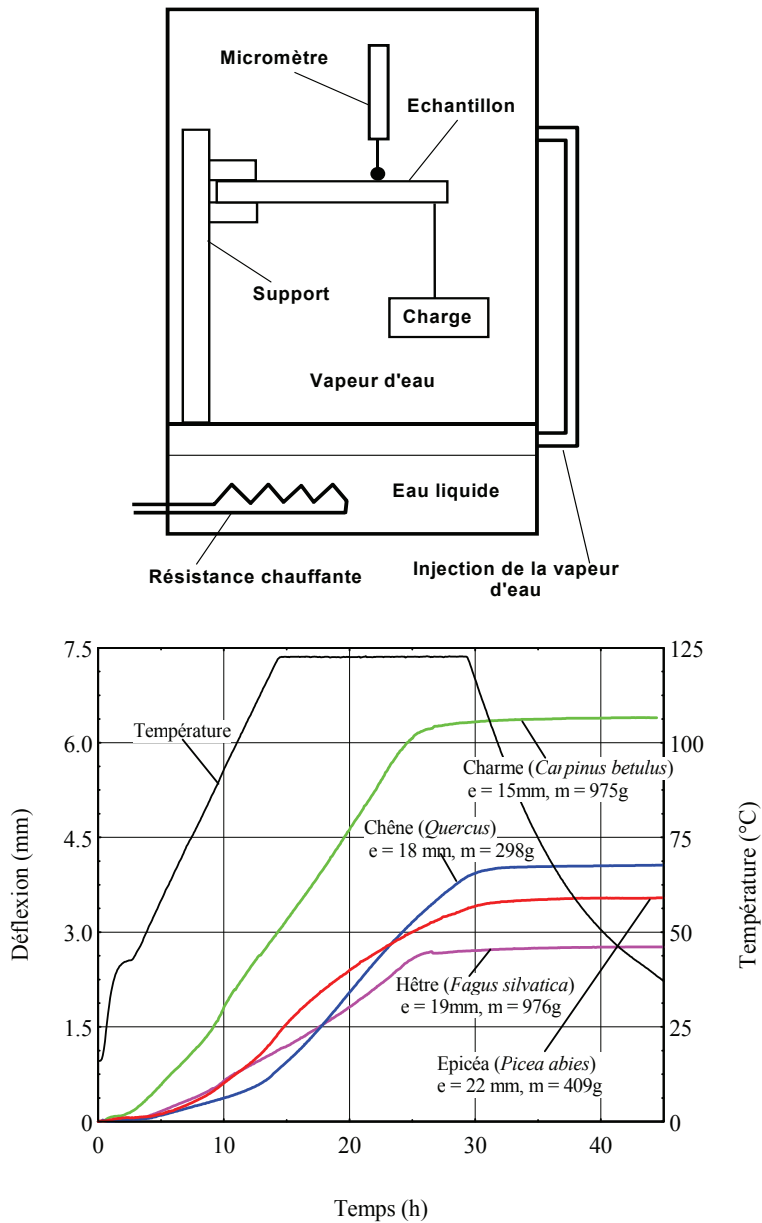


Fig. 7 Schéma de principe du dispositif expérimental de fluage à haute température. Exemple d'évolution temporelle de la déflexion au cours d'essais de fluage thermo-activé pour différentes essences de bois selon la direction radiale (d'après Passard and Perré, 2001)

effectués selon une direction matérielle. Pour simplifier le calcul du produit de convolution, l'effet du temps peut être observé par des tests de fluage, des tests de relaxation ou des essais harmoniques menés à différentes fréquences. Enfin, les effets de la température et de la teneur en eau ne peuvent être appréhendés qu'en faisant varier ces paramètres, de façon discrète ou continue. Pour le comportement viscoélastique, la fonction fluage est souvent définie à l'aide d'une série d'éléments de Kelvin placés en série (Genevaux 1989, Martensson 1992, Mohager and Toratti 1993, Hanhijärvi 1999). Ce choix conduit à une expression mathématique facile à mettre en œuvre dans un code numérique:

$$J(t) = J_0 \left\{ 1 + \sum_{n=1}^N a_n \left[1 - \exp\left(\frac{-t}{\tau_n}\right) \right] \right\} \quad [14]$$

La dépendance en température ou en teneur en eau peuvent être exprimés par le biais d'un temps matériel ou en changeant le temps caractéristique τ_n . L'activation thermique, par exemple, peut être exprimée à partir d'une loi d'Arrhenius:

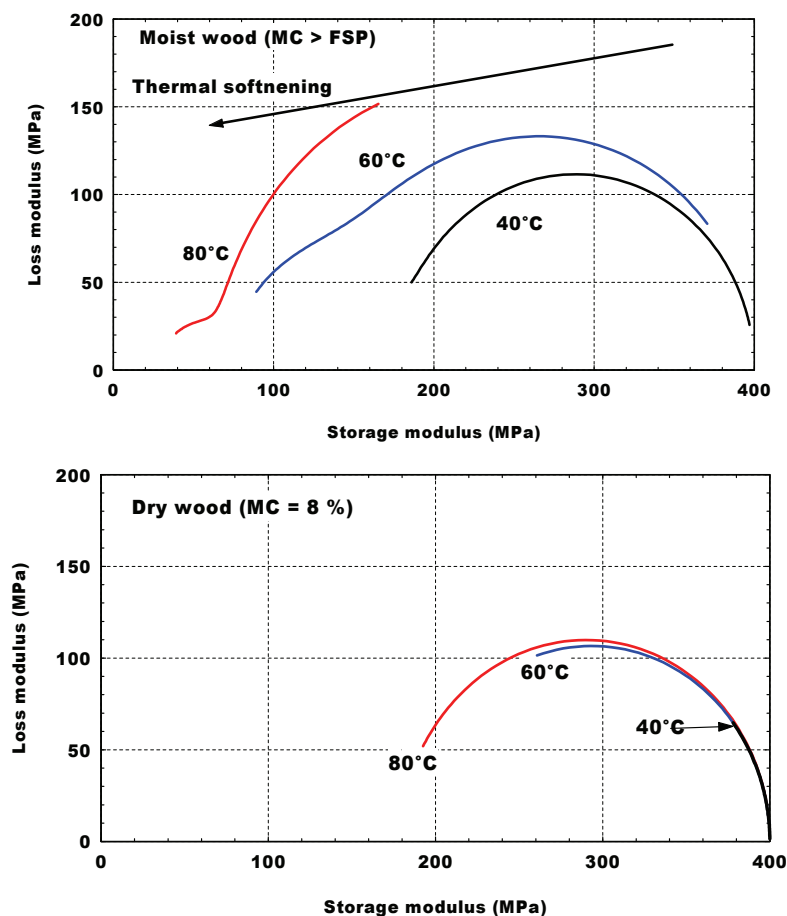


Fig. 8 Diagramme de Cole-Cole obtenu avec les quatre éléments de Kelvin identifiés à partir de différents essais de fluage. La réponse du modèle est tracée pour trois niveaux de température (40°C, 60°C et 80°C) et deux états hydriques (bois vert et bois à 8 %). La gamme de fréquence s'étend de $3 \cdot 10^{-5}$ à $1.5 \cdot 10^{-3}$ Hz, ce qui représente des temps caractéristiques variant de 10 minutes à 10 heures

$$\tau_n = \tau_n^\infty \exp\left(-\frac{\Delta W_n}{RT}\right) \quad [15]$$

ΔW_n est l'énergie d'activation associée à l'élément n.

Le comportement viscoélastique thermo-activé du bois a été caractérisé pour plusieurs essences à l'aide de test de fluage à température linéairement croissante suivi d'un plateau à différentes températures. Le dispositif expérimental utilise un autoclave (Fig. 7) qui permet de caractériser le bois saturé d'eau jusqu'à 125 °C (Passard and Perré 2001). Par exemple, dans les simulations présentées au paragraphe suivant, quatre éléments de Kelvin thermo-activés ont été utilisés; Les paramètres de ces éléments ont été identifiés utilisant simultanément quatre essais effectués avec des cheminements temps-température différents (Perré and Passard, 2004). De plus, un effet d'hydro-activation a été ajouté à partir de données de la littérature (Irvine 1984). Dans nos simulations, l'effet de la teneur en eau est obtenu en corrigeant la température comme suit:

$$T_{app} = T - 115 \times \text{Max}\left(0; \frac{X_{cr} - X}{X_{cr}}\right)^{1.6} \quad [16]$$

La teneur en eau critique X_{cr} est égale à 0,18 (base sèche). La figure 8 présente à l'aide d'un diagramme Cole-Cole le comportement viscoélastique ainsi défini.

7 METHODE NUMERIQUE

La résolution numérique des jeux d'équations est assurée par le code *TransPore*, développé par Patrick Perré, en collaboration avec Ian Turner pour la partie transferts. La méthode des Volumes Finis (schémas structurés ou non structurés) est exclusivement utilisée pour traiter les équations de conservation de chaleur et de masse (Patankar 1980), tandis que la méthode de Eléments Finis a été retenue pour traiter les équations propres à la mécanique des solides (Zienkiewicz and Taylor, 1989). Ce choix permet de tirer le meilleur des deux mondes : les volumes finis sont très performants pour traiter les équations de conservation et les termes de convection/diffusion, tandis que les éléments finis permettent de tirer parti des nombreux acquis de la simulation en mécanique du solide.

La figure 9 montre un exemple de maillage d'éléments finis et des volumes de contrôle construits à partir de ce maillage. Il s'agit d'un schéma non-structuré, dont le principal intérêt est la versatilité géométrique. Ici, le maillage a été raffiné près des faces d'échange, de façon à améliorer la précision dans les zones où les gradients sont importants. Dans le cas de milieux hétérogènes, le raffinement peut avoir lieu aux endroits de fort gradient spatial des propriétés. Ce type de maillage permet aussi de représenter n'importe quelle géométrie (la morphologie d'un milieu poreux par exemple).

Les équations non-linéaires et couplées sont traitées par une méthode de Newton-Raphson. Les systèmes linéaires sont résolus par des algorithmes écrits sur des matrices creuses. La méthode du double gradient conjugué stabilisé avec préconditionnement par blocs est utilisée.

Les contraintes et déformations créées par le retrait sont résolues par Eléments Finis. En petites perturbations, aucun effet géométrique n'est pris en considération. Dans le cas de non-linéarités géométriques, la rotation est identifiée à partir de l'application linéaire tangente pour calculer la configuration intermédiaire. La formulation lagrangienne actualisée est alors mise en place. Dans le cas du couplage complet entre transferts et mécanique, les volumes et faces de contrôle sont recalculés à chaque itération à partir de la nouvelle configuration. Les champs de variables doivent alors être recalculés sur le nouveau maillage de façon à respecter les bilans de masse et d'énergie. En particulier, la densité du solide, la porosité, la teneur en eau à la saturation sont actualisés. Ce couplage est maintenu jusqu'à la fin du procédé.

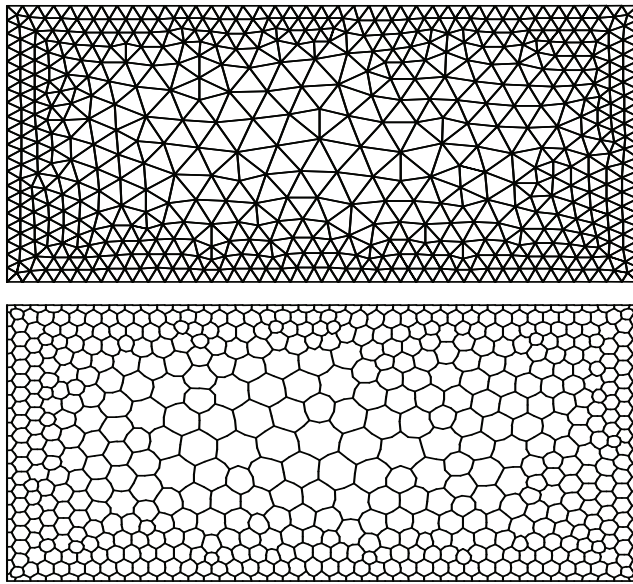


Fig. 9 Exemple de maillage non-structuré. Les volumes de contrôle (en bas) sont construits à partir des éléments finis (en haut).

8 QUELQUES EXEMPLES DE SIMULATION

8.1 Simulation 3-D du séchage à haute température d'une planche de bois

Ce premier exemple montre les possibilités offertes par le code *TransPore* du point de vue des transferts couplés de chaleur et de masse. La figure 10 donne un exemple de simulation (2 heures de séchage) lors d'un séchage convectif à haute température.

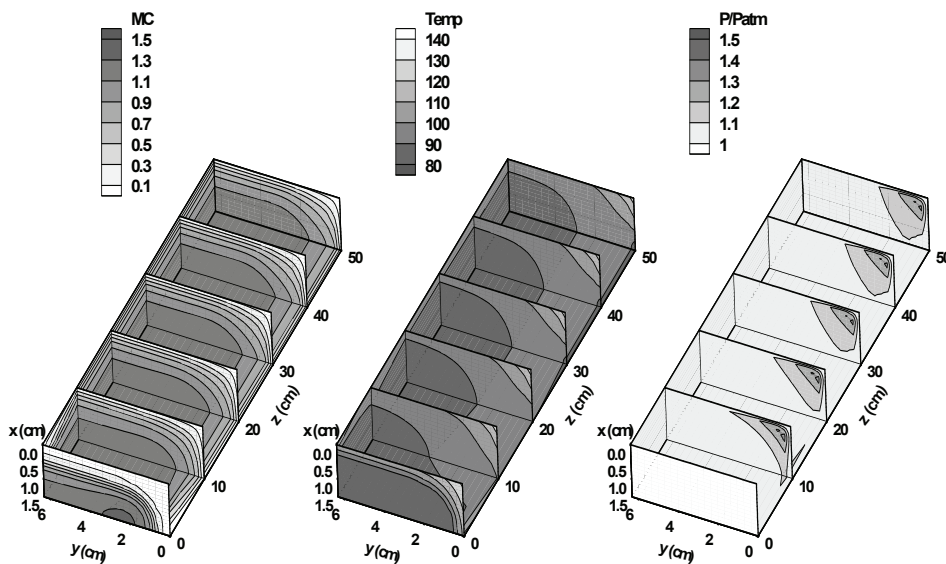


Fig. 10 Simulation 3-D de séchage à haute température ($T_{\text{sèche}} : 140^{\circ}\text{C}$, $T_{\text{humide}} : 80^{\circ}\text{C}$) d'une planche de bois. Le huitième de la planche est représenté, faces d'échange devant, en haut et à droite; Humidité, température et pression calculées à 2 heures de séchage

La description tridimensionnelle associée à une formulation performante de transferts permet de montrer comment la montée en pression interne (effet de la température) s'exprime en terme de transferts de liquide dans la direction longitudinale du bois, direction fortement privilégiée par l'anisotropie. Dans cet exemple, on voit très bien comment la température, qui monte à partir du bord latéral déjà sec de la planche, induit une montée en pression dans la même zone. Une région existe alors pour laquelle le gradient de pression est important et la teneur en liquide est suffisante pour un écoulement en régime de Darcy. Ces mécanismes couplés expliquent la zone saturée d'eau qui apparaît en bout de planche, à mi-épaisseur dans la partie droite. Une analyse plus détaillée de ces résultats est présentée ailleurs (Perré and Turner 1999).

8.2 Simulation 2-D du séchage dissymétrique d'une planche de bois

Dans ce troisième exemple, la face inférieure d'une planchette de bois a été imperméabilisée de façon à obtenir un séchage dissymétrique. Le séchage n'intervient que sur la face supérieure et sur la petite face latérale. Le champ de déformation dû au retrait est donc déséquilibré, ce qui induit une courbure de la section. En fonction de la rapidité du séchage et de l'épaisseur de la planchette, cette courbure peut être importante (Fig. 11). Il est ainsi nécessaire d'effectuer les calculs en grandes déformations (ou au moins en grands déplacements). Cependant, même si les rotations sont importantes, la déformation pure reste modeste, de l'ordre de grandeur du retrait du bois. Il n'est donc pas absolument nécessaire de prendre en compte ces modifications de forme dans le calcul des transferts couplés. Grâce à ce type de simulation, il est possible d'analyser des configurations expérimentales assez complexes.

8.3 Réduction des contraintes par un choix judicieux des conditions de séchage

La simulation complète, physique et mécanique, du séchage du bois à base de modèle cognitif alimentée par une caractérisation expérimentale des propriétés physiques et rhéologiques valables sur une large plage de variation des paramètres température et teneur en eau permet d'utiliser le modèle comme outil opérationnel d'optimisation de la conduite du séchage. La figure 12 présente l'aboutissement d'une

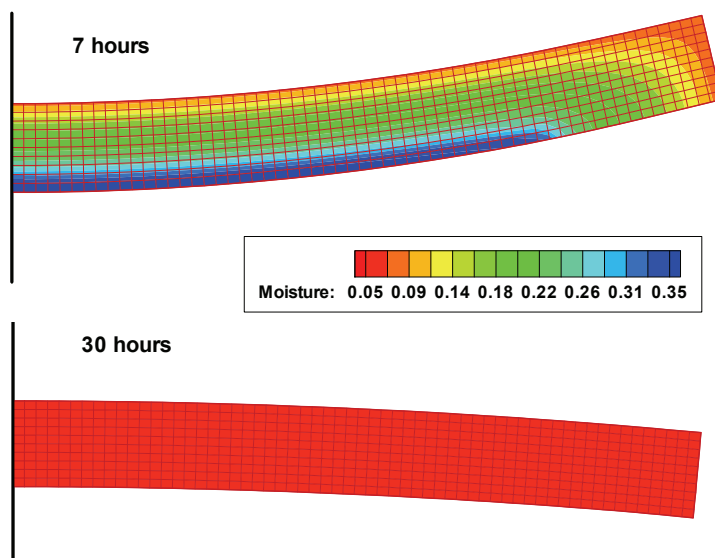


Fig. 11 Déformation d'une section de planche lors d'un séchage dissymétrique. Une formulation en grands déplacements est nécessaire ici.

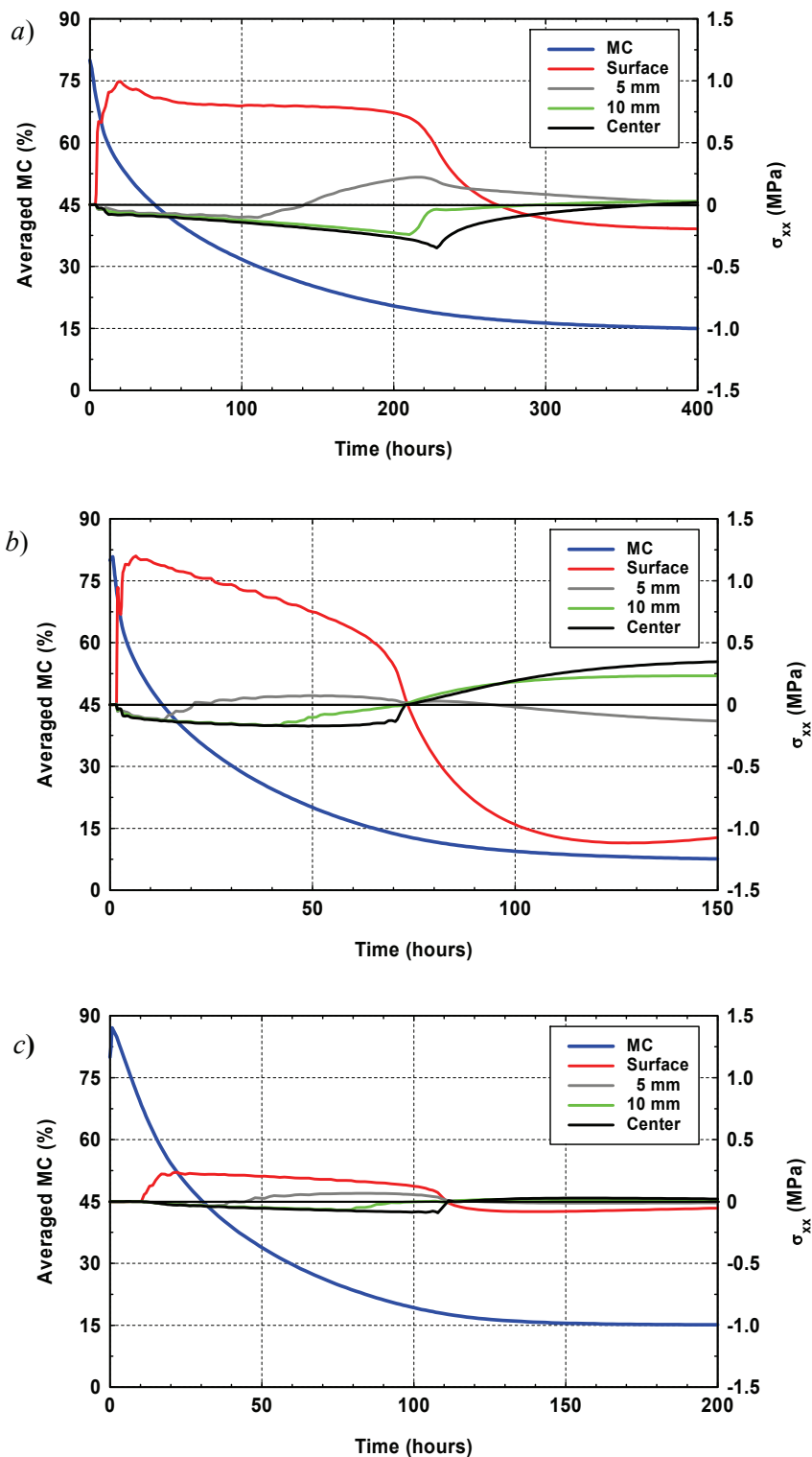


Fig. 12 Teneur en eau moyenne (MC) et contrainte à différentes positions (σ_{xx}) calculées en fonction du temps pour trois conduites de séchage contrastées:

a) $T_s = 40^\circ\text{C}$, $T_h = 35^\circ\text{C}$, b) $T_s = 80^\circ\text{C}$, $T_h = 60^\circ\text{C}$ et c) $T_s = 80^\circ\text{C}$, $T_h = 76^\circ\text{C}$

réflexion visant à jouer sur l'activation thermique et hydrique du comportement rhéologique pour réduire significativement le niveau de contrainte de séchage tout en réduisant le temps de séchage. Le premier cas est représentatif du séchage traditionnel, le deuxième utilise seulement l'activation thermique tandis que le dernier met à profit à la fois l'activation thermique et l'activation hydrique. Ce principe est aujourd'hui utilisé à l'échelle industrielle pour le séchage des feuillus tropicaux et protégé par un brevet. Sur des séchoirs de 100 m³ de bois, il permet de diviser par deux le temps de séchage à qualité égale, voire meilleure.

Simulation 2-D en grandes déformations d'une frite de pomme de terre

Ce cinquième et dernier exemple présente une configuration pour laquelle la prise en compte du couplage complet entre transferts et mécanique est riche d'enseignements. Le produit séché ici est de la pomme de terre. Ce produit, constitué de cellules végétales fraîches et non lignifiées, a une teneur en eau initiale très élevée (400 à 800 % base sèche) et un retrait considérable. La perte d'eau s'accompagne d'un collapse très important: sur une large plage de teneur en eau, la perte de volume correspond exactement au volume de l'eau retirée. La forme de l'échantillon, une frite classique, permet une résolution 2-D en déformations planes généralisées (Fig. 9).

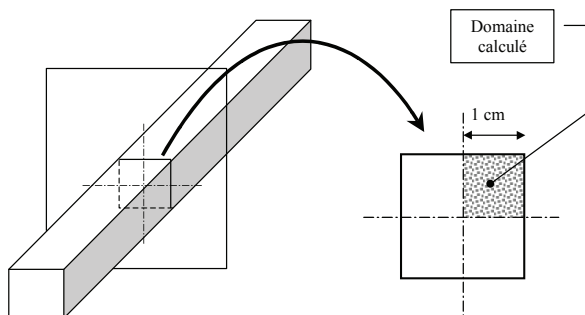


Fig. 13 Configuration géométrique de ce quatrième exemple.
Domaine de calcul 2-D associé

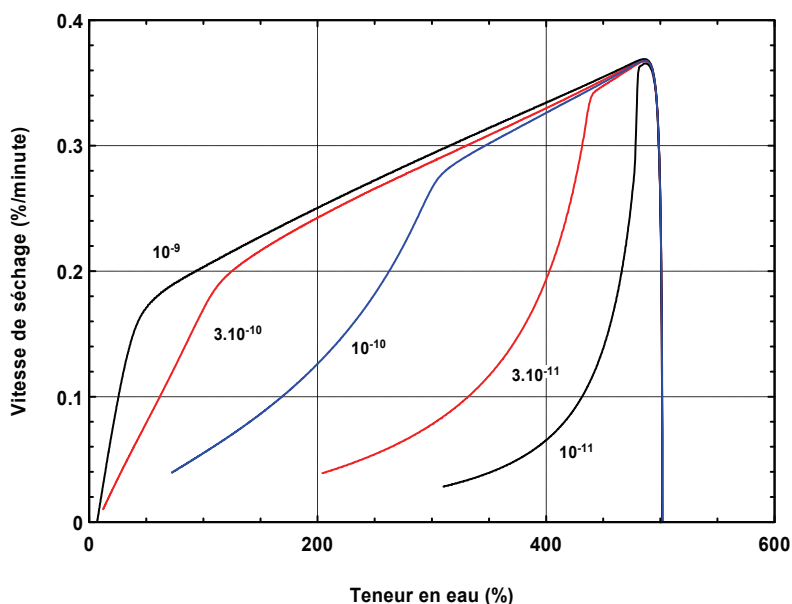


Fig. 14 Cinétiques de séchage calculées grâce à un couplage complet pour différentes valeurs du coefficient de diffusion (supposé ici indépendant de la teneur en eau)

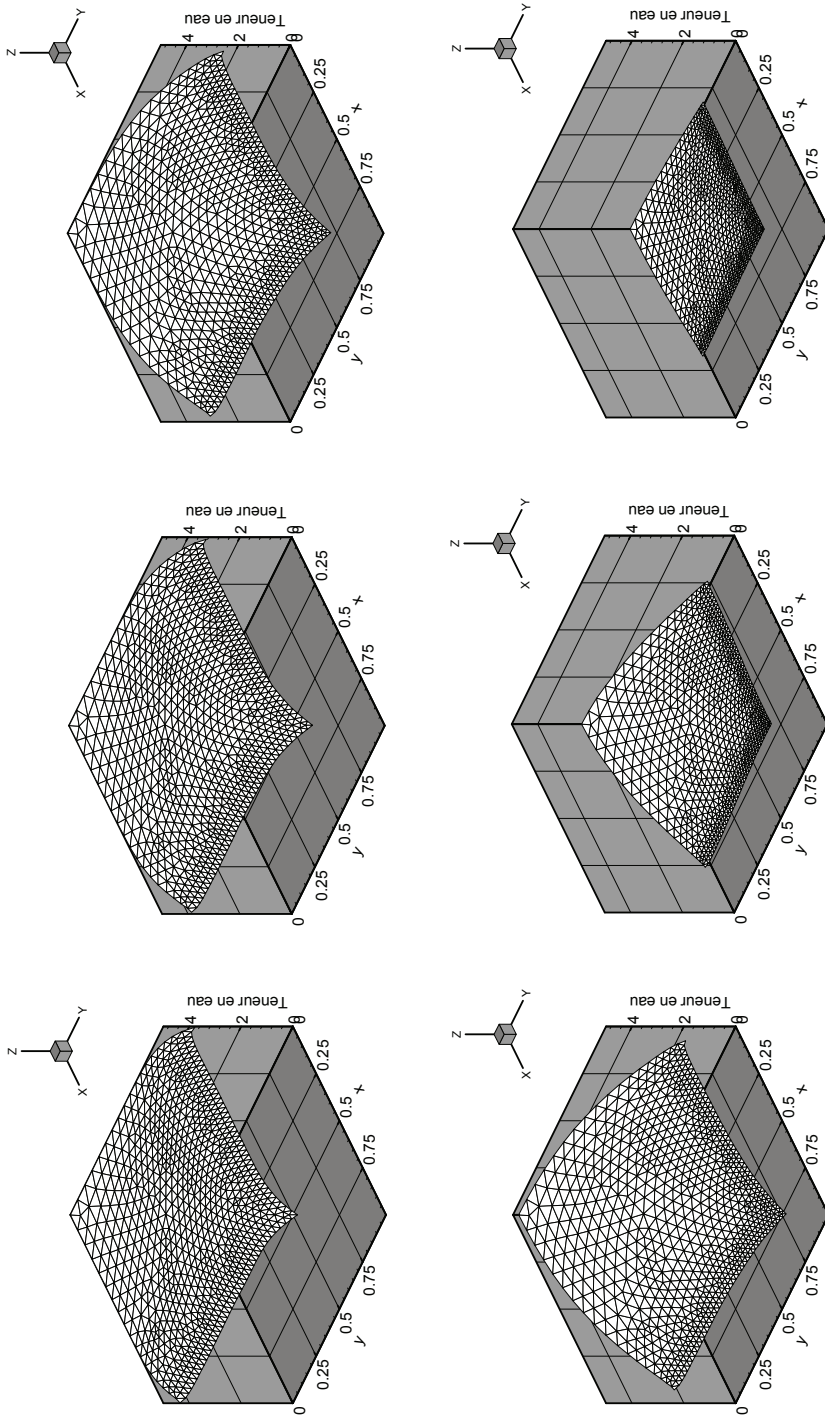


Fig. 15 Forme et teneur en eau d'une frite de pomme de terre durant le séchage (1, 2, 5, 10, 25 et 40 heures de séchage). Diffusivité massique = $3 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$

La figure 10 montre les cinétiques de séchage calculées lorsque le couplage complet est pris en considération (Perré and May, 2001). Ces cinétiques sont tout à fait inhabituelles: la première phase à décroissance linéaire de la vitesse de séchage est en fait la première phase de séchage, phase réputée à vitesse de séchage constante. Ce paradoxe apparent est simplement dû à la prise en considération de l'évolution de la surface d'échange lorsque le séchage progresse. Bien que la surface du produit reste saturée d'eau libre, la vitesse de séchage diminue. Grâce à des dispositifs expérimentaux performants, des cinétiques analogues ont été observées expérimentalement (May and Perré 2002). La deuxième phase de séchage ne commence véritablement qu'à la fin de cette période, avec une décroissance plus accentuée de la vitesse de séchage. Bien entendu, la faculté de migration de l'humidité dans le milieu poreux (valeur du coefficient de diffusion supposé, par souci de simplification, indépendant de la teneur en eau) a un impact direct sur la durée de la première phase de séchage.

Afin de mieux imaginer la variation simultanée du champ de teneur en eau et de la forme de l'échantillon, ces informations sont regroupées sous la forme de vues en perspective (Fig. 11).

CONCLUSION

Ce texte a rappelé les différentes formulations physiques des phénomènes de transferts de chaleur et de masse et des aspects mécaniques qui interviennent durant le séchage de milieux poreux. Le traitement numérique de ces équations implique le choix du degré de couplage qui sera pris en considération durant le calcul. De la pertinence de ce choix résulte la pertinence des résultats simulés. Enfin, avant de pouvoir procéder à la résolution numérique, le besoin crucial, la difficulté et l'apport de la caractérisation des propriétés physiques et mécaniques du matériau doivent rester bien présentes à l'esprit.

Du point de vue de la simulation, l'ensemble formulation/caractérisation/outil numérique est très performant et fort prometteur. Des phénomènes nouveaux ont déjà été observés et expliqués, des nouveaux procédés peuvent être appréhendés et des procédés existants améliorés. Du point de vue du calcul numérique, une étape reste à franchir : la prise en compte du couplage de manière implicite, par résolution directe d'un système à 5 ou 6 inconnues (selon que l'on est en 2-D ou en 3-D) par nœud du maillage. Cette résolution serait à même de traiter très efficacement des configurations pour lesquelles le changement géométrique a un effet direct sur les transferts internes (exsudation par exemple). La prise en considération de la variabilité naturelle des produits d'origine biologique nous conduit aussi à envisager un macro-modèle qui, calculant plusieurs dizaine d'échantillons en parallèle, permettrait une réelle "optimisation" des procédés.

Références

1. Bird, R.B., Steward, W.E. and Lightfoot, E. N., 1960 - Transport phenomena, John Wiley and Sons, New York.
2. Genevaux, J.-M., 1989 - Le fluage à température linéairement croissante : Caractérisation des sources de viscoélasticité anisotrope du bois, Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy.
3. Hanhijärvi, A., 1999 - Deformation properties of Finnish spruce and pine wood in tangential and radial directions in association to high temperature drying, part II : experimental results under constant conditions, Holz als Roh- and Werkstoff, 57: 365-372.
4. Irvine G. M., 1984 - The glass transitions of lignin and hemicellulose and their measurements by differential thermal analysis, Tappi Journal, 67(5), 118-121.

5. Martensson, A., 1992 - Mechanical behaviour of wood exposed to humidity variations, Doctoral dissertation, Lund Institute of Technology.
6. Mauget B. and Perré P. 1999 - A large displacement formulation for anisotropic constitutive laws, *Eur. J. of Mech. A/ Solids*, 18, 859-877.
7. May B.K., Perré P., 2002 - The importance of considering exchange surface area reduction to exhibit a constant drying flux period in foodstuffs, *Journal of Food Engineering*, 54(33): 271-282.
8. Mohager, S. and Toratti, T., 1993 - Long term bending creep of wood in cyclic relative humidity, *Wood Sci. Technology*, vol. 27, 49 -59.
9. Ogden, R. W., 1997 - Non-linear elastic deformation, Dover Publication, N.Y.
10. Patankar S.V., 1980 - Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere Publishing Corporation, Mc Graw Hill Company.
11. Passard J. and Perré P., 2001 - Creep tests under water-saturated conditions : do the anisotropy ratios of wood change with the temperature and time dependency ?, 7th International IUFRO Wood Drying Conference, Tokyo, 230 - 237, Japan.
12. Perré P. and E. Agoua , 2002 - Mass transfer in MDF (medium density fiberboard): identification of structural parameters from permeability and diffusivity measurements, 13th International Drying Symposium, Drying'2002, Volume A, 178-187, Beijing, China.
13. Perré P., B.K. May, 2001 - A numerical drying model that accounts for the coupling between transfers and solid mechanics: Case of highly deformable products, *Drying technology Journal*, 19(8), 1629-1643.
14. Perré P. and Passard J., 1995 - A Control-Volume procedure compared with the Finite-Element method for calculating Stress and Strain during Wood Drying, *Drying Technology*, Special issue "Mathematical Modelling and Numerical Techniques for the Solution of Drying Problems", 13(3), 635-660.
15. Perré P. and Passard J., 2004 - A physical and mechanical model able to predict the stress field in wood over a wide range of drying conditions, *Drying Technology Journal*, 22(1-2): 27-44.
16. Perré P. and Turner I., 1996 - Using a set of macroscopic equations to simulate heat and mass transfer in porous media : some possibilities illustrated by a wide range of configurations that emphasize the role of internal pressure, *Numerical methods and Mathematical modelling of the Drying Process*, 83-156, edited by I.W.Turner and A. Mujumdar, Marcel Dekker.
17. Perré P., 1999 - How to Get a Relevant Material Model for Wood Drying Simulation ?, Invited Conference, First COST Action E15 Wood Drying Workshop, Edinburgh, 27 pages Ecosse.
18. Perré P. and Turner I., 1999 - A 3D version of TransPore : A Comprehensive Heat and Mass Transfer Computational Model for Simulating the Drying of Porous Media, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 42(24), 4501-4521.
19. Siau, J.F., 1984 - Transport Processes in Wood, Springer-Verlag, Berlin.
20. Whitaker S., 1977 - Simultaneous heat, mass and momentum transfer in porous media: a theory of drying, *Advances in Heat Transfer*, Vol. 13, 119-203, Academic Press, New York.
21. Whitaker S., 1998 - Coupled Transport in Multiphase Systems: A Theory of Drying, *Advances in Heat Transfer*, 31: 1-104.
22. Zienkiewicz O.C. and R.L. Taylor, 1989 - The finite element method, 4th edition Volumes 1 and 2, McGraw Hill, London.
23. Zohoun S., et Perré P., 1997 - Mesure du flux de vapeur d'eau dans le bois en régime permanent : le système PCV-CHA, *Les Cahiers Scientifiques du Bois*, volume 1, 171-180, numéro spécial *Instrumentation*, ARBOLOR.

**Сушка деформируемых материалов: формулировка,
физико-механические характеристики,
моделирование и имитация**

П. Перре

*Национальная школа инженерии сельского хозяйства,
вод и лесов, Нанси, Франция*

Ключевые слова и фразы: диффузия влаги; усадка материала; сушка древесины; сушка пищевых продуктов.

Аннотация: Рассматриваются физическая формулировка переноса в сыпучих средах и механическая формулировка напряжений и деформаций, возникающих при усадке материалов. Эти формулировки приводят к многочисленным физическим и механическим характеристикам, без которых моделирование не имеет познавательного смысла. На примере древесных материалов и пищевых продуктов, подверженных сильной деформации, проиллюстрированы основные этапы характеристик и возможности прогнозирования, предоставляемые численным моделированием.

**Drying of Deforming Materials: Formulation, Physical-Mechanical
Characteristics, Modeling and Simulation**

Key words and phrases: moisture diffusion; material shrinkage; wood drying; foodstuff drying.

Abstract: Physical formulation of transfer in granular media and mechanical formulation of tension and deformation occurring at material shrinkage are considered. These formulations lead to numerous physical and mechanical characteristics, without which modeling has no cognitive sense. The example of wooden materials and foodstuffs subject to strong deformation show basic characteristics and possibilities of forecasting provided by numerous modeling.

**Trocknung der deformierenden Materialien: Formulierung,
physikalisch-mechanische Charakteristiken,
Modellierung und Imitation**

Zusammenfassung: Es werden die physikalische Formulierung der Übertragung in den Schüttmedien und die mechanische Formulierung der beim Austrocknen entstehenden Spannungen und Deformierungen betrachtet. Diese Formulierungen führen zu vielen physikalischen und mechanischen Charakteristiken, ohne deren die Modellierung keinen Erkennungssinn hat. An Beispiel der stark deformierten Holzmaterialien und Lebensmittel sind die Hauptetappe der Charakteristiken und die durch die Zahlmodellierung angegebenen Möglichkeiten der Prognostizierung illustriert.